

**UNIVERSIDADE DO GRANDE RIO “Prof. José de Souza Herdy”
UNIGRANRIO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DAS CIÊNCIAS NA
EDUCAÇÃO BÁSICA**

RENAN MARQUES PEREIRA

**UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA:
ABORDAGENS CONCEITUAIS POR MEIO DO GEOGEBRA**

Duque de Caxias
2015

RENAN MARQUES PEREIRA

**UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA:
ABORDAGENS CONCEITUAIS POR MEIO DO GEOGEBRA**

Dissertação de Mestrado apresentada à Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”, como parte dos requisitos parciais para a obtenção do grau de Mestre em Ensino das Ciências na Educação Básica.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Eline das Flores Viter.

Coorientador: Prof. Dr. Adriano Vargas Freitas.

CATALOGAÇÃO NA FONTE/BIBLIOTECA – UNIGRANRIO

P436p Pereira, Renan Marques.

Uma proposta para o ensino da matemática: abordagens conceituais por meio do geogebra / Renan Marques Pereira. – 2015.
128 f. : il. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”, Escola de Educação, Ciências, Letras, Artes e Humanidades, 2015.

“Orientadora: Prof^a. Eline das Flores Vícter”.

Bibliografia: p. 128.

1. Educação. 2. Educação básica. 3. Matemática – Estudo ensino.
4. Professores - Formação. 5. Geometria. I. Vícter, Eline das Flores.
II. Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”. III. Título.

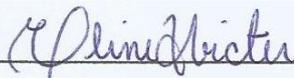
CDD –370

RENAN MARQUES PEREIRA

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA:
ABORDAGENS CONCEITUAIS POR MEIO DO GEOGEBRA

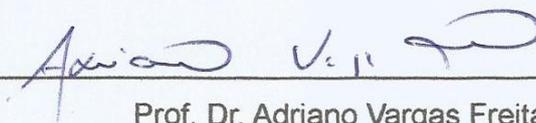
Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção de grau de Mestre em Ensino das Ciências na Educação Básica no curso de Pós-Graduação em Ensino das Ciências na Educação Básica da Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”.

Aprovado em 08 de setembro de 2015.



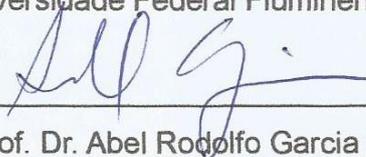
Prof.^a Dr.^a Eline das Flores Victer
Orientadora

Universidade do Grande Rio - UNIGRANRIO

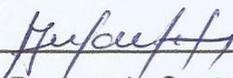


Prof. Dr. Adriano Vargas Freitas
Coorientador

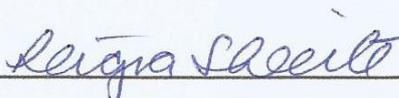
Universidade Federal Fluminense - UFF



Prof. Dr. Abel Rodolfo Garcia Lozano
Universidade do Grande Rio - UNIGRANRIO
Universidade Estadual do Rio de Janeiro - UERJ



Prof. Dr. Angelo Santos Siqueira
Universidade do Grande Rio – UNIGRANRIO



Prof.^a Dr.^a Lígia Silva Leite
Fundação CESGRANRIO
Universidade Estadual do Rio de Janeiro - UERJ

DEDICATÓRIA

Após alguns meses neste mestrado, consegui perceber que algumas pessoas foram fundamentais nesta jornada, colaborando na minha educação, mostrando o formidável caminho que comecei a seguir quando optei por ser professor de Matemática.

Dedico este estudo principalmente aos meus pais, Soraia e Sergio, admitindo com todo orgulho que a educação passada a mim é insubstituível. O apoio que tive deles durante a principal mudança de direção da minha vida foi surpreendente. Nos momentos em que eu precisava de apoio e sábias palavras, escutei-os e trilhei o mais prazeroso universo da Matemática, chegando até aqui.

Também dedico este trabalho ao meu irmão, Daniel, apesar de nossas inúmeras discussões quando éramos mais jovens, posso garantir seu bom coração e sua índole inquestionável.

AGRADECIMENTOS

Meus honrosos agradecimentos vão primeiramente para minha família, a qual me trouxe até este momento. Muito obrigado Soraia, Sergio, Daniel e a minha avó Wilma. Não consigo pensar pessoas melhores que vocês para estar comigo. Como já disse Isaac Newton, “se fui capaz de ver mais longe, é porque me apoiei em ombros de gigantes”.

Um agradecimento especial à minha orientadora Eline das Flores Victor e ao meu coorientador Adriano Vargas Freitas, que receberam o meu projeto de mestrado de braços abertos.

Aos meus esplendorosos mestres, os quais me ajudaram nesta eterna formação como professor de Matemática. Obrigado professores Abel Lozano, Chang Kuo Rodrigues, Valéria de Magalhães Iorio, Giselle Faur, Marli Moreira e Nelson Machado Barbosa.

Ao convívio diário dos meus colegas de classe que fizeram parte do meu crescimento profissional e pessoal, e, um específico agradecimento à amizade do Fernando Carvalho Grimaldi (que é um excelente professor de Matemática), pois a partir das inúmeras conversas e atitudes pude perceber sua boa índole e dedicação a educação.

“Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade”.

(Freire, 1996, p. 29)

RESUMO

O presente estudo apresenta uma proposta para o ensino de matemática de um produto educacional envolvendo atividades investigativas de conceitos na educação básica como, por exemplo: Teorema de Tales, Teorema de Pitágoras, comportamento da função afim, estudo da função quadrática, soma dos ângulos internos de um triângulo, transformações de funções trigonométricas elementares, lei dos senos, ângulos central e inscrito de uma circunferência, entre outros. Buscamos integrar algumas tecnologias digitais, destacando o GeoGebra como um software matemático educativo nas investigações, a linguagem HTML5 na elaboração de um layout para o produto educacional e materiais orientadores em formato PDF para cada atividade desenvolvida. Analisamos a necessidade de formação do professor para que possa ampliar a utilização dessas ferramentas tecnológicas no ambiente escolar, de modo a utilizar criticamente as potencialidades pedagógicas que o GeoGebra pode oferecer ao processo de ensino e aprendizagem da matemática. Utilizamos uma metodologia qualitativa neste estudo, sendo iniciado com análises de publicações que discutissem a formação do professor, as tecnologias digitais, e as potencialidades que o Geogebra pode propiciar nas aulas de matemática. Também apresentamos resultados de duas oficinas de capacitação para a utilização do GeoGebra, que nos serviram para referenciar nossas escolhas relacionadas à construção de nosso produto educacional. Posteriormente, oferecemos uma terceira oficina para avaliar o produto educacional desenvolvido. Após as análises das três oficinas e dos relatos apresentados, consideramos que os professores de matemática podem se aperfeiçoar de formas diversas e verificamos que nosso produto educacional apresenta contribuições para enriquecer o ensino da matemática, de forma que os profissionais desta área abandonem possíveis resistências à utilização de novidades tecnológicas no ambiente escolar, e adotem os recursos computacionais em suas aulas de forma crítica, ou seja, consigam analisar suas contribuições e limitações.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Formação do professor de Matemática. Abordagens Conceituais. GeoGebra. Tecnologias Digitais.

ABSTRACT

This study presents a proposal for the teaching of mathematics an educational product involving investigative activities concepts in basic education such as: Theorem of Thales, Pythagoras theorem, due to the behavior order, study of the quadratic function, the sum of the interior angles a triangle, transformations of elementary trigonometric functions, law of sines, central and inscribed angles of a circle, among others. We seek to integrate some digital technologies, highlighting the GeoGebra as an educational mathematical software in the investigations, the HTML5 language in preparing a layout for the educational product and guiding materials in PDF format for each activity performed. We have analyzed the need for teacher training so you can expand the use of these technological tools in the school environment in order to critically use the pedagogical potential that GeoGebra can offer the teaching and learning mathematics process. We use a qualitative methodology in this study, being started with analysis of publications that discuss teacher education, digital technologies, and the potential that the Geogebra can provide in math classes. We also present results of two training workshops for the use of GeoGebra, which served us to reference our choices about building our educational product. Later, we offer a third workshop to assess the educational product developed. After the analysis of the three workshops and presented reports, we believe that math teachers can improve in many ways and we find that our educational product shows contributions to enrich the teaching of mathematics, so that professionals in this area to abandon possible resistance to use of technological innovations in the school environment, and adopt the computational resources in their critically classes, that is, able to analyze their contributions and limitations.

Keywords: Mathematics teaching. Mathematics teacher education. Conceptual approaches. Geogebra. Digital Technologies.

LISTA DE SIGLAS

CAS – Computer Algebra System

CESGRANRIO - Centro de Seleção de Candidatos ao Ensino Superior do Grande Rio

CSS – Cascading Style Sheets

GD – Geometria Dinâmica

HTML – HyperText Markup Language

IGI – International GeoGebra Institute

PDF – Portable Document Format

PE – Produto Educacional

PUCSP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

SD – Secure Digital

UEM – Universidade Estadual de Maringá

UERJ – Universidade Estadual do Rio de Janeiro

UFF – Universidade Federal Fluminense

UNIFESO – Centro Universitário Serra dos Órgãos

UNIGRANRIO – Universidade do Grande Rio

LISTA DE FIGURAS

| | | |
|--------------------|---|----|
| Figura 1 - | Site do GeoGebraTube | 17 |
| Figura 2 - | Tela inicial do GeoGebra | 19 |
| Figura 3 - | Ferramentas visíveis | 20 |
| Figura 4 - | Campo de entrada de entrada de comandos e a tela de ajuda | 20 |
| Figura 5 - | Tela inicial do Produto Educacional | 39 |
| Figura 6 - | Produto Educacional: versão estudante | 40 |
| Figura 7 - | Desenrolando o cosseno | 41 |
| Figura 8 - | Desenrolando o seno | 41 |
| Figura 9 - | Desenrolando a tangente | 42 |
| Figura 10 - | Estudo da função quadrática | 43 |
| Figura 11 - | Teorema de Tales | 43 |
| Figura 12 - | Teorema de Pitágoras | 44 |
| Figura 13 - | Lei dos senos | 45 |
| Figura 14 - | Soma dos ângulos internos de triângulos | 45 |
| Figura 15 - | Transformações trigonométricas | 46 |
| Figura 16 - | Ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal | 46 |
| Figura 17 - | Comportamento da função afim | 47 |
| Figura 18 - | Ângulos central e inscrito em uma circunferência | 48 |
| Figura 19 - | Fotos da oficina III | 54 |

LISTA DE QUADROS

| | | |
|-------------------|--|----|
| Quadro 1 - | Relatos referentes ao uso da tecnologia | 55 |
| Quadro 2 - | Relatos referentes à inclusão de recursos tecnológicos computacionais na prática profissional | 56 |
| Quadro 3 - | Relatos referentes ao contato com o software GeoGebra na oficina III | 57 |
| Quadro 4 - | Relatos referentes a utilização do PE nas aulas de Matemática | 58 |
| Quadro 5 - | Relatos referentes as potencialidades do PE | 59 |
| Quadro 6 - | Relatos referentes as dificuldades em explorar o PE | 60 |
| Quadro 7 - | Relatos referentes a clareza do conteúdo do PE | 61 |
| Quadro 8 - | Algumas sugestões a respeito do PE | 62 |

SUMÁRIO

| | |
|---|----|
| CONSIDERAÇÕES INICIAIS | 13 |
| 1 APRESENTAÇÃO DO SOFTWARE DINÂMICO GEOGEBRA | 17 |
| 2 METODOLOGIA | 22 |
| 3 REVISÃO DA LITERATURA | 27 |
| 4 AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA FORMAÇÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA | 32 |
| 5 A NOSSA PROPOSTA ENVOLVENDO ATIVIDADES DE MATEMÁTICA POR MEIO DO GEOGEBRA | 36 |
| 5.1 O PRODUTO EDUCACIONAL | 38 |
| 6 DISCUSSÕES E ANÁLISES | 49 |
| 6.1 AS OFICINAS I E II: ATIVIDADES COM O GEOGEBRA | 49 |
| 6.2 OFICINA III: A TESTAGEM DO PRODUTO EDUCACIONAL (PE) | 53 |
| CONSIDERAÇÕES FINAIS | 64 |
| REFERÊNCIAS | 66 |
| APÊNDICES E ANEXOS | 69 |

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Após ter concluído o curso de Licenciatura em Matemática, comecei a lecionar como professor de Matemática nas escolas pública e particular na região serrana do Estado do Rio de Janeiro. Essas experiências me fizeram ter o desejo de continuar os estudos e me dedicar ainda mais na minha formação como professor. Então, com o intuito de me preparar para oferecer maior qualidade às minhas aulas, tive a oportunidade de ingressar no Programa de Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica na Unigranrio e aprender mais com novas leituras, debates e trocas de experiências.

Comecei a realizar alguns estudos relacionados a *softwares* matemáticos educativos (GeoGebra, Régua e Compasso, Microsoft *Mathematics*, por exemplo) na licenciatura, e dei continuidade, como foco de meu estudo, no Mestrado. Interessei-me especialmente em estudos que utilizam tais *softwares* como ferramenta no ensino e aprendizagem. Com o passar do tempo, construí experiências para serem utilizadas em sala de aula utilizando os recursos computacionais nas abordagens de conceitos matemáticos, o que me possibilitou constatar que eles possuem potencialidades que poderiam enriquecer o ensino da matemática. Desta forma, surgiu-me a proposta de compartilhar tais experiências com outros professores de matemática em um produto educacional como fruto dessa minha trajetória. Após esta breve apresentação de minha trajetória passo em seguida ao estudo que culminou nesse produto educacional.

Dentro das concepções do ensino da matemática, e além de inúmeros e complexos saberes (filosóficos, sociológicos, psicológicos, históricos, epistemológicos, etc.) que ela é formada, a abordagem conceitual tornou-se objeto de estudo relevante. E neste estudo, temos como proposta a construção do conceito matemático a partir da utilização das tecnologias digitais como ferramenta.

Ao acompanharmos resultados de pesquisas e estudos da área de educação matemática, verificamos dificuldades que alguns professores de matemática possuem em utilizar as tecnologias digitais assumindo “posturas críticas e autônomas diante

das amplas possibilidades” (FREITAS e LEITE, 2011, p. 32). Apesar da crescente oferta de números *softwares* matemáticos educativos, manuais, tutoriais e cursos disponibilizados no ambiente virtual da *internet*, verificamos que, de uma forma geral, quando estes docentes optam por utilizar recursos computacionais nas abordagens conceituais da matemática quase sempre enfrentam desafios diversos em explorar as potencialidades dessas ferramentas para enriquecer o ensino.

Os autores Fiorentini e Lorenzato (2012) destacam que “o educador matemático, na relação entre educação e matemática, tende a colocar a matemática a serviço da educação, priorizando, portanto, esta última, mas sem estabelecer uma dicotomia entre elas” (p. 3).

Destacamos que a ideias de conceito tratada neste estudo, se alinham com a definição dos autores Tall e Vinner (1981), os quais defendem que uma imagem conceitual representativa e desenvolvida ao longo do tempo (sujeito a mudanças), pode ou não ser associada a um dado conceito (definição conceitual) matematicamente correto. Desta forma, o conceito imagem é descrito como:

“[...] a estrutura cognitiva total que é associada com o conceito, que inclui todas as imagens mentais, propriedades e processos associados. Ele é construído ao longo dos anos por meio das experiências de todos os tipos, mudando quando o sujeito encontra novos estímulos e amadurece” (TALL e VINNER, 1981, p. 152).

Mediante as potencialidades que os *softwares* podem oferecer aos professores, este estudo apresenta uma proposta de material didático (com atividades) envolvendo o GeoGebra. Assim como os autores Alberto *et al.* (2014) defendemos que “é possível utilizá-lo como ferramenta que desperte no aluno, o interesse pela busca do conhecimento matemático por meio do alto dinamismo do GeoGebra” (p. 250). Tendo por base estas ideias, pretendemos com essas atividades que compõe nosso produto educacional, propiciar aos alunos situações que os auxiliem a formar o próprio pensamento por meio da investigação matemática (PONTE *et al.*, 2013).

Este estudo é motivado por dois questionamentos básicos:

- i) É possível elaborarmos um material didático digital utilizando o GeoGebra como ferramenta que possibilite a construção dos conceitos Matemáticos?
- ii) Quais seriam as vantagens em utilizar a tecnologia digital (GeoGebra) como material didático nas aulas de Matemática?

O objetivo geral deste estudo é desenvolver um material didático, nosso produto educacional, envolvendo atividades mediadas pelas tecnologias digitais, abordando conceitos matemáticos. Os objetivos específicos são: propiciar ao professor uma opção de ferramenta (material didático digital) ao ensino da matemática; relacionar às tecnologias digitais na formação (inicial e/ou continuada) dos professores, dialogando com as vertentes e relatos em pesquisas recentes; propiciar também que os professores conheçam as potencialidades das ferramentas do GeoGebra na sala de aula e que possam explorá-las.

No primeiro capítulo, apresentamos o *software* dinâmico GeoGebra. Por meio de algumas figuras representativas de sua tela, ilustramos o ambiente que o professor poderá explorar com seus conhecimentos e criatividade. Também expomos algumas ferramentas visíveis na tela inicial, o campo de entrada de comandos, o site oficial, o GeoGebraTube e as tecnologias compatíveis, assim, destacando os principais motivos para a escolha deste *software*.

No segundo capítulo apresentamos a metodologia, a qual possuiu características qualitativas. O estudo foi desenvolvido em quatro momentos: levantamento e revisão da literatura, a realização de duas oficinas (uma para professores em formação e a outra para licenciandos), o desenvolvimento do Produto Educacional de acordo com os relatos levantados nas oficinas, e uma terceira oficina para apresentar e avaliar o Produto Educacional.

A revisão de literatura apresentada no terceiro capítulo deste estudo, trata-se de um levantamento de algumas produções bibliográficas que analisam a utilização crítica das tecnologias digitais no ensino, e por grupos de pesquisas que representam o Instituto do GeoGebra no Brasil, e estão situados nas Instituições de Ensino: Universidade Federal Fluminense (UFF¹), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP²) e Universidade Estadual de Maringá (UEM³).

Já que o presente trabalho relaciona as tecnologias digitais nas aulas de Matemática, e também de que forma os professores podem explorar as suas ferramentas, no quarto capítulo destacamos se a formação inicial e/ou continuada desses professores possui alguma relação na utilização dessas tecnologias

¹ www.uff.br. Acesso em: 08/04/2015.

² www.pucsp.br. Acesso em: 08/04/2015.

³ www.uem.br. Acesso em: 08/04/2015.

adequadamente na sua prática profissional, e quais seriam as facilidades e dificuldades apresentadas.

No quinto capítulo o leitor encontra a proposta central deste estudo, com a descrição do produto educacional e suas características. O Produto Educacional foi desenvolvido a partir dos resultados do estudo feito (revisão da literatura e as oficinas) que nos propiciaram elementos que serviram de “moldes” e diretrizes para sua elaboração.

No sexto capítulo apresentamos as discussões e avaliações que alguns professores de matemática fizeram em relação ao GeoGebra e do nosso produto educacional. A avaliação do *software* foi feita por meio de duas oficinas: a primeira com professores já licenciados e a outra com licenciandos em períodos diversos. Além disso, com o objetivo de analisar o produto educacional já desenvolvido, apresentamos em sequência uma terceira oficina com licenciandos e professores da educação básica que possuíam experiências diversificadas e as respectivas análises.

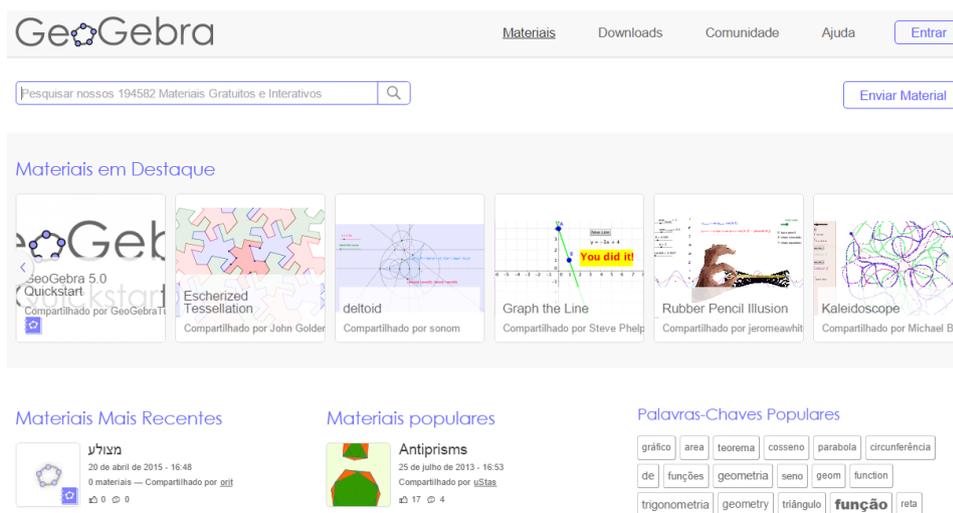
Na etapa final do estudo foram levantadas questões sobre a prática profissional do professor de matemática, sua utilização de tecnologias digitais e se podem facilitar a construção junto os seus alunos dos conceitos matemáticos. Também discutimos as possíveis resistências a tendências tecnológicas para a sala de aula, e o modo como é feita a interação e a utilização crítica das tecnologias digitais na educação matemática que podem depender da formação do professor.

1 APRESENTAÇÃO DO SOFTWARE DINÂMICO GEOGEBRA

Segundo o seu próprio autor, Markus Hohenwarter, o GeoGebra é “um *software* gratuito e multiplataforma de Matemática dinâmica para todos os níveis de ensino, integrando geometria, álgebra, planilha eletrônica, gráficos, estatística e cálculo em um único ambiente fácil de usar”, além disso, passa por atualizações frequentes⁴ que são sugeridas pelos usuários, por meio de fóruns e comunidades de pesquisa científica.

Dentre esses espaços para possíveis discussões, destacamos o *site* do GeoGebraTube⁵ (Figura 1), o qual é um ambiente dedicado a compartilhar materiais (chamados de *applets*) produzidos com o GeoGebra. Nele, podemos executar diretamente no ambiente o material produzido, ou fazer o *download* do arquivo. Com apenas uma conta (e-mail e senha) o usuário consegue fazer o *upload* da sua produção no GeoGebra e pode acessá-la de qualquer lugar usando a *internet*. Neste mesmo site, também existe a possibilidade de buscarmos e usarmos a produção de outros usuários, assim, não havendo a necessidade de (re)elaborarmos um material já existente, por exemplo.

Figura 1 – Site do GeoGebraTube



Fonte: <http://tube.geogebra.org/>. Acesso em 20/04/2015.

⁴ Atualmente está na versão 5.0.134.0-3D

⁵ <http://tube.geogebra.org/>. Acesso em: 20/04/2015.

O GeoGebra⁶ também pode ser executado direto da *Internet*, mesmo que não esteja instalado no computador. Para isso pode-se abrir um navegador (*Internet Explorer, Chrome, Firefox, Opera* etc.) e começar a utilizá-lo por meio do seu site⁷ oficial claro que há algumas limitações das ferramentas, no entanto, são disponibilizadas as principais. Outro destaque é que ele possui sua licença gratuita (*software* livre) sem fins comerciais.

A combinação com outras linguagens (Java, HTML5 etc.), a opção em 3D e outras ferramentas que foram adicionadas no GeoGebra, conforme as sugestões de comunidades acadêmicas (exemplos: segunda tela de visualização e CAS - *Computer Algebra System*), tornam o *software* mais rico, e, assim como afirma Bortolossi (2012): “com as novas versões dessas tecnologias (GeoGebra versão 5, JavaView versão 4, HTML5 e CSS3), mais e mais recursos ficam disponíveis, possibilitando assim a construção de atividades mais dinâmicas, mais interativas e mais didáticas” (p. 36).

A forma interativa de como os objetos matemáticos são construídos com um *software* de Geometria Dinâmica (GeoGebra), pode auxiliar os alunos na compreensão de conceitos, e a respeito disso, Alberto *et al.* (2014) afirma que:

Por meio de construções interativas de figuras e objetos, podemos ajudar os alunos a compreenderem estes conteúdos pela visualização e percepção dinâmica das propriedades algébricas além de estudar o comportamento geométrico em pequenas alterações. O uso do *software* facilita a compreensão e o aprofundamento dos conceitos por parte dos alunos. (p. 250)

A interatividade nas modificações e manipulações dos objetos matemáticos (“arrastar” um ponto, por exemplo) é rápida e significativamente precisa. A respeito da GD, os autores Alberto *et al.* (2014) defendem que:

São muitas as possibilidades de utilização dos recursos tecnológicos ligados a informática no ensino da Matemática. Algumas destas possibilidades giram em torno de softwares de caráter geométrico, denominados softwares de Geometria Dinâmica (GD). Esses programas têm a proposta de proporcionar ferramentas gráficas além de uma série de construções geométricas a partir de objetos-base, atualizando automaticamente novos objetos construídos sempre que alterados os objetos-base, ou seja, a GD fornece ferramentas para se construir e manipular objetos geométricos na ‘tela do computador’ e permite ‘arrastar’ o objeto construído utilizando o mouse, executando uma transformação da figura em tempo real, diferentemente do que é

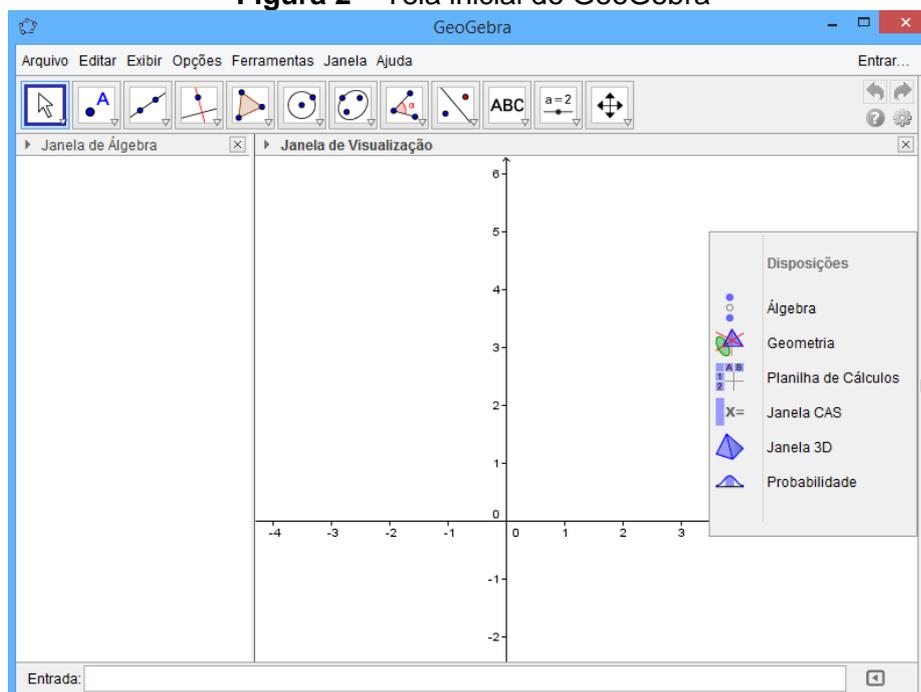
⁶ <https://www.geogebra.org/>. Acesso em: 20/04/2015.

⁷ <http://web.geogebra.org/app/>. Acesso em: 20/04/2015.

feito por docentes e discentes, com a régua e compasso tradicionais. Tais softwares tornam-se excelentes laboratórios de ensino e aprendizagem de Geometria. (p. 252)

Assim que executamos o GeoGebra, visualizamos inicialmente uma tela (Figura 2) composta por uma área de trabalho principal, possuindo as janelas de álgebra e de visualização livres para o autor esboçar suas construções.

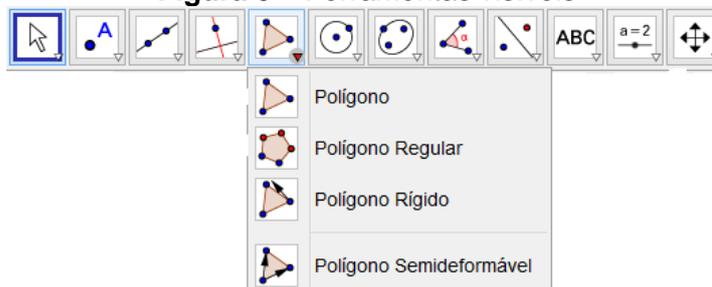
Figura 2 – Tela inicial do GeoGebra



Fonte: GeoGebra versão 5

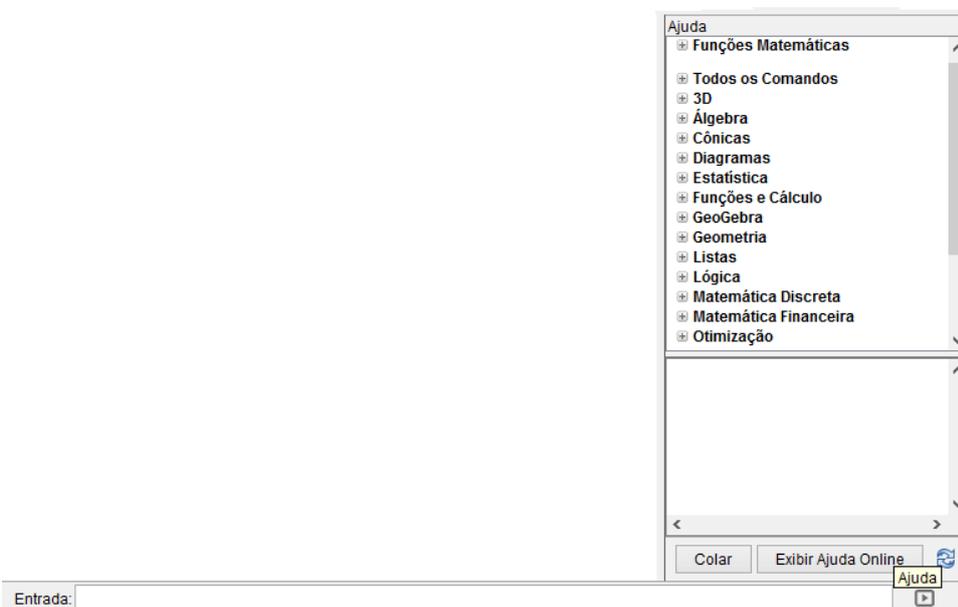
A partir desta tela inicial, o professor e o aluno podem utilizar os conhecimentos matemáticos e especialmente a sua criatividade para começar a criar os objetos dinâmicos (ponto, reta, semirreta, polígonos, circunferências etc.).

O GeoGebra dispõe de janelas para abordagens diversas, sendo: álgebra, geometria, planilha para cálculos, janela CAS (realizar cálculos), janela 3D e probabilidade. As principais ferramentas estão visíveis, conforme a Figura 3, mas podem-se encontrar mais ferramentas abaixo dessas.

Figura 3 – Ferramentas visíveis

Fonte: GeoGebra versão 5

Caso o usuário não encontre alguma ferramenta que não esteja visível, ainda pode recorrer ao campo de entrada de comandos (Figura 4), o qual conta com um botão de ajuda (com sugestões e a opção de auto completar) que lista todos os comandos disponíveis no *software*.

Figura 4 – Campo de entrada de comandos e a tela de ajuda

Fonte: GeoGebra versão 5

Há inúmeros *softwares* matemáticos educacionais que possuem potencialidades e poderiam ser explorados na proposta deste produto educacional, no entanto, a reunião de todos esses fatores que foram destacados nesta apresentação do GeoGebra, colaboraram para que escolhamos este *software* como

ferramenta para a construção de nossa proposta para o ensino e aprendizagem da matemática.

2 METODOLOGIA

Este estudo foi desenvolvido sob metodologia qualitativa, que de acordo com Dielh e Tatim (2004, p.47):

Descrevem a complexidade de determinado problema, sendo necessário compreender e classificar os processos dinâmicos vividos nos grupos, contribuir no processo de mudanças, possibilitando o entendimento das mais variadas particularidades dos indivíduos.

Consideramos que suas características podem estimular o pensamento livre sobre algum tema, objeto ou conceito, estimulando dessa forma os entrevistados a mostrarem aspectos subjetivos, e “é utilizada quando se busca percepções e entendimento sobre a natureza geral de uma questão, abrindo espaço para a interpretação”. (DICIONÁRIO INFORMAL, 2015, p1).

A pesquisa qualitativa é traduzida por aquilo que não pode ser mensurável, pois a realidade e o sujeito são elementos indissociáveis. Assim sendo, quando se trata do sujeito, levam-se em consideração seus traços subjetivos e suas particularidades. Tais pormenores não podem ser traduzidos em números quantificáveis. (BRASIL, 2015, p1)

Neste capítulo apresentamos as etapas metodológicas desenvolvidos em todo o processo que compôs nosso estudo, destacando que são complementares e buscaram, além de responder às nossas questões de partida (É possível elaborarmos um material didático digital utilizando o GeoGebra como ferramenta, que possibilite contribuir no processo de ensino e aprendizagem nas aulas de Matemática?; Quais seriam as vantagens em utilizar a tecnologia digital (GeoGebra) como material didático nas aulas de Matemática?) nos subsidiaram na construção e validação do Produto Educacional.

Para a composição de nossa revisão de literatura nos embasamos nos estudos de Gil (2008), que argumenta sobre a importância de coletarmos tais informações para verificar o que tem sido produzido sobre o tema, e verificarmos a adequação de nossa proposta às recentes pesquisas da área:

A principal vantagem da pesquisa bibliográfica reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito

mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente. Esta vantagem se torna particularmente importante quando o problema de pesquisa requer dados muito dispersos pelo espaço. (p.50).

Segundo Bento (2012):

A revisão da literatura é uma parte vital do processo de investigação. Aquela envolve localizar, analisar, sintetizar e interpretar a investigação prévia (revistas científicas, livros, anais de congressos, resumos, etc.) relacionada com a sua área de estudo; é, então, uma análise bibliográfica pormenorizada, referente aos trabalhos já publicados sobre o tema. A revisão da literatura é indispensável não somente para definir bem o problema, mas também para obter uma ideia precisa sobre o estado atual dos conhecimentos sobre um dado tema, as suas lacunas e a contribuição da investigação para o desenvolvimento do conhecimento. (p. 1)

Tendo por base tais aspectos, nos movemos na seleção de produções recentes que focaram a utilização de tecnologias digitais e formação de professores de matemática. Optamos por destacar artigos, livros e dissertações que apresentassem análises a respeito de atividades envolvendo o GeoGebra, oficinas e pesquisas que possuem a formação tecnológica do professor como objeto de estudo, e que analisam a importância em explorar as potencialidades de tais recursos tecnológicos. Destacamos que boa parte delas foi selecionada a partir de nossa busca nas páginas de instituições pertencentes ao IGI (*International GeoGebra Institute*). O período destas publicações está compreendido entre 2010 até 2015, por compreendermos que a análise feita deve ser delimitada a um período de tempo (GIL, 2008), e também por considerarmos que possivelmente apresentaria às tendências tecnológicas educacionais mais atuais para o ensino da matemática.

Em seguida, no intuito de analisarmos se nossa opção pela utilização do *software* GeoGebra seria corroborada pelos professores de matemática, organizamos e implementamos duas oficinas:

- Oficina I – Oferecida a professores de matemática já licenciados. Com um total de 14 participantes, 11 aceitaram participar do estudo.
- Oficina II - Oferecida a alunos licenciandos em matemática que estão inscritos em diferentes períodos do curso. Todos os 15 discentes aceitaram participar do estudo.

Nas duas oficinas, realizamos trabalhos semelhantes em questões metodológicas:

- i) Apresentamos o *site* oficial do GeoGebra, o GeoGebraTube, *link* para o *download* do *software* e os fóruns para possíveis discussões e auxílios;
- ii) Apresentamos em seguida as telas que o GeoGebra disponibiliza para os usuários (visualização, CAS, tabela etc.) e exploramos algumas ferramentas básicas e comandos;
- iii) Analisamos algumas construções conhecidas na matemática (quadriláteros, triângulos, retas etc.) com essas mesmas ferramentas, e manipulamos de uma forma dinâmica essas construções, mostrando as diversas posições na tela de visualização;
- iv) Apresentamos atividades com o GeoGebra que poderiam ser utilizadas pelos professores de matemática como um material didático digital em suas aulas. As atividades possuíam caráter investigativo, e, por isso, facilitaram o trabalho em diversos conteúdos matemáticos (Teorema de Tales, construção e comportamento de gráficos de funções, etc.). Exploramos diversas potencialidades (ferramenta de *zoom*, pegar e arrastar etc.) do *software* para que os professores pudessem se familiarizar e conhecer as ferramentas;
- v) Ao final das oficinas coletamos alguns dados envolvendo a interrogação direta dos participantes a respeito desse estudo. Para isso, utilizamos questionários com perguntas do tipo semiestruturadas. Destacamos que obtivemos também alguns relatos espontâneos dos participantes.

Consideramos que este encaminhamento metodológico nos permitiu o conhecimento direto da realidade a respeito da utilização de tecnologias digitais na sala de aula de matemática, pois “à medida que as próprias pessoas informam acerca de seu comportamento, crenças e opiniões, a investigação torna-se mais livre de interpretações calcadas no subjetivismo dos pesquisadores” (GIL, 2008, p.56)

Dentre as vantagens listadas por Gil (2008) para a utilização deste tipo de metodologia, destacamos à rapidez na coleta de dados e à possibilidade de agrupamento das informações para conhecermos os professores.

Na terceira fase de nosso estudo, passamos para a elaboração da construção de nosso Produto Educacional. Para isso, efetuamos inicialmente um estudo com um

caráter exploratório (GIL, 2008) para que tivéssemos contato com propostas semelhantes. Iniciamos explorando as vertentes apresentadas no *site*⁸ dos conteúdos digitais para o ensino e aprendizagem de matemática e estatística da UFF, e nele encontramos diversas propostas no uso de tecnologias digitais, inclusive algumas atividades com o Geogebra serviram como orientação para este estudo. Também utilizamos como referência os livros dos autores Giraldo *et al.* (2012) e Tinoco (2011) na elaboração de algumas atividades matemáticas investigativas, e na investigação do processo metodológico de conjectura/demonstração dos conceitos.

Na elaboração das atividades utilizamos o GeoGebra versão 5.0.134.0-3D, e na elaboração do *layout* (com o *design*) utilizou-se a linguagem HTML (*HyperText Markup Language* – Linguagem de Marcação de Hipertexto) que é compatível com a versão 5 (HTML5). Esta linguagem foi utilizada para fazer o intermédio entre as atividades e o usuário de qualquer plataforma (Windows, Linux ou MacOS), uma vez que o *software* GeoGebra suporta esta tecnologia.

Para a conclusão do nosso estudo, nos encaminhamos para a fase de testagem e avaliação de nosso Produto Educacional. Para isso, optamos em elaborar uma terceira oficina a respeito do PE com 19 participantes, compostos por licenciandos e professores de Matemática. Dentre os critérios delimitadores para os participantes desta oficina, que foram nossos informantes, destacamos a busca pela diversidade, ou seja, que apresentam diferenciadas experiências, realidades distintas e níveis de formação. Os critérios delimitadores foram:

- I) Atuantes ou que possivelmente vão atuar (licenciandos) na educação básica (Ensino fundamental e/ou médio) como professores de Matemática no Estado do Rio de Janeiro;
- II) Diversidade na experiência profissional: professores que atuam ou atuaram em escolas pública (estadual ou municipal) e privada;

Após expormos o documento de aceite para a participação em nosso estudo (Apêndice M), apresentamos a este grupo de professores o produto educacional.

⁸ <http://www.uff.br/cdme/>. Acesso em: 20/04/2015.

Destacamos suas características e as doze atividades selecionadas que poderiam ser desenvolvidas nas aulas de matemática juntamente com o material orientador. Também foram discutidos os objetivos desse material didático. Desta forma, o professor pôde manipulá-lo de forma livre, o conhecendo melhor por meio da utilização de algumas ferramentas e potencialidades.

A coleta de informações ao final desta terceira oficina, baseou-se principalmente nos seguintes questionamentos:

- i) Você usaria esse material didático digital em suas aulas? Comente.
- ii) Quais são as principais potencialidades que você encontrou neste produto educacional?
- iii) Quais são as principais dificuldades que você encontrou neste produto educacional?
- iv) Você poderia comentar sobre a clareza dos conteúdos matemáticos, a organização, as atividades e o material orientador deste produto educacional?
- v) Quais seriam as sugestões que possam contribuir na melhoria desse produto educacional?

Por fim, para a coleta da percepção destes professores, optamos por descrever os relatos deles a partir de suas respostas em relação ao PE.

Reiteramos que todos os dados coletados foram analisados tendo por referência os resultados e informações provenientes de pesquisas da área de tecnologias digitais e formação de professores que compõe nossa revisão de literatura e os demais capítulos desta dissertação.

3 REVISÃO DA LITERATURA

Com o propósito de referenciar nosso estudo e nossas escolhas metodológicas buscamos destacar pesquisas que também apresentassem as tendências da usabilidade do GeoGebra no ambiente educacional (em sala de aula, laboratórios de informática etc.), e experiências no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Este tópico apresenta algumas pesquisas divulgadas pelas Instituições de Ensino que são membros do IGI⁹ (*International GeoGebra Institute*), e que foram publicadas em um período de tempo constituído de 2010 até 2015. Além destas, destacamos outras que não fazem parte do IGI, mas que possuem ideias congêneres. Nossa escolha para o período de publicação indicado deveu-se ao fato de necessitarmos imprimir delimitadores em nosso estudo de forma que possamos otimizá-lo (GIL, 2008).

O presente estudo possui a estrutura e objetivos semelhantes aos trabalhos realizados por Bortolossi (2012), que analisa:

No desenvolvimento de um *software* educacional, diversos aspectos devem ser considerados. Entre eles: as especificidades do conteúdo a ser explorado, o *design* pedagógico, o *design* gráfico, a interface com o usuário, os custos de produção e o tempo de desenvolvimento (p.28).

Consideramos no desenvolvimento do nosso produto educacional, que os aspectos citados por Bortolossi (2012), assim como a especificação do conteúdo explorado, interface, *design* pedagógico e tempo de desenvolvimento, foram tomados como preocupações. Com relação a isto, este mesmo autor afirma que:

Enquanto que o conteúdo e a didática certamente são quesitos muito importantes, aspectos técnicos também devem merecer igual atenção. Afinal, a escolha das tecnologias empregadas no desenvolvimento tem influência direta nos recursos disponíveis para a construção das

⁹ http://wiki.geogebra.org/en/Comments:International_GeoGebra_Institute. Acesso em: 08/04/2015. Possui o propósito em: "Agregar interessados no uso do GeoGebra como ferramenta de ensino e aprendizagem, criando uma comunidade aberta que compartilhe seus conhecimentos no treinamento, suporte e desenvolvimento de materiais de apoio para alunos e professores, promovendo a colaboração entre profissionais e pesquisadores. Nossas metas são (1) desenvolver materiais gratuitos no treinamento do GeoGebra como ferramenta para o ensino, a aprendizagem e a divulgação da matemática a todos os públicos, (2) oferecer oficinas (workshops) para professores, certificando-os no uso deste material no Brasil e (3) fazer formação presencial e a distância de professores e alunos de licenciaturas em matemática". (Indicações encontradas na sua página da *internet*)

componentes instrucionais que irão compor o *software*. De fato, dependendo das tecnologias escolhidas, certos instrumentos didáticos podem ser mais difíceis de se implementar (geometria espacial e a própria notação matemática bidimensional são exemplos clássicos dessa situação). Mais ainda: a escolha das tecnologias tem um impacto direto nos custos e no tempo de desenvolvimento do projeto (aqui vale lembrar que o próprio site oficial do Geogebra mantém um fórum dedicado exclusivamente aos aspectos tecnológicos do programa¹⁰). (BORTOLOSSI, 2012, p. 28)

A respeito dessas questões apontadas por Bortolossi (2012), consideramos a escolha do GeoGebra, e também para que houvesse uma adequação às dificuldades e resistências relacionadas aos professores de matemática, relatadas nas pesquisas de Freitas *et al.* (2014), D'Ambrosio (2011) e Kenski (2003). A ideia é combinar os recursos oferecidos por este *software* explorando “um ambiente de desenvolvimento rápido, criar, a baixo custo, softwares matemáticos expressivos, portáteis e extensíveis” (BORTOLOSSI, 2012, p. 36).

De acordo com Santos (2010), o *software* GeoGebra pode ser considerado uma:

[...] ferramenta computacional que favorece a manipulação, exploração e visualização de figuras, e que permite ao aluno conjecturar e questionar possíveis resultados. (p. 23)

Uma das suas verificações, está na utilização do *software* GeoGebra na sala de aula, e nas possibilidades de exploração de suas potencialidades de forma a adotar estratégias efetivas para o aprendizado do aluno, não deixando de lado os conteúdos matemáticos. Ela afirma que:

No que se refere à importância do uso do Geogebra para o ensino do Teorema de Tales, entende-se que sua principal relevância não reside no *software* em si, mas nos procedimentos engendrados pelos professores para utilizá-lo como elemento mediador das aprendizagens, ou seja, a estratégia didática do professor é que, ao usar o *software*, cria possibilidades de maior experimentação das construções e de autonomia. Vale dizer, mais uma vez, que o conhecimento matemático do professor é essencial para que a estratégia seja efetiva: problemas relativos aos conteúdos de referência tendem a fragilizar a estratégia, transformando-a em apêndice de práticas tradicionais. (SANTOS, 2010, p. 137)

¹⁰ <http://forum.geogebra.org/viewforum.php?f=20>. Acesso em: 20/04/2015.

Uma abordagem feita por Tenório *et al.* (2014), relata um comparativo na resolução de exercícios e problemas envolvendo funções polinomiais de primeiro grau com e sem a utilização do GeoGebra. Destacam que “o uso do GeoGebra pelos alunos modifica a forma tradicional de resolução de exercícios” (p. 107), e após as atividades os mesmos apontam que houve o despertar do interesse e uma aprendizagem prazerosa:

A maioria mostrou-se motivado em resolver exercícios e problemas de função pelo uso do recurso tecnológico, o qual despertou um interesse maior durante as aulas e tornou o aprendizado prazeroso. Os alunos gostaram de empregar o *software* e preferiram resolver questões em aulas e em avaliações com ele. As expressões dos alunos enquanto trabalhavam com o Geogebra foram marcantes, além de acharem as atividades investigativas boas, eles puderam aprender melhor com a rápida visualização na construção dos gráficos. (TENÓRIO *et al.*, p. 2014, p. 118)

Júnior e Henrique (2014) analisaram sobre a modelagem trigonométrica de cálculos de distâncias utilizando o GeoGebra. Após apresentarem uma sequência didática com atividades investigativas, consideraram que a relação dos alunos com a Matemática pode ser mais próxima:

[...] o trabalho realizado neste artigo como prática benéfica no processo ensino/aprendizagem da Matemática, em particular da Trigonometria e, sustentamos também que o entrelace dos dois ambientes de aprendizagem envolvendo a modelagem de situações reais é uma escolha a favor da consolidação de alguns conceitos, pois a mediação de softwares educativos, como o Geogebra, neste processo, pode exercer um papel fundamental na relação dos alunos com a Matemática. (JÚNIOR e HENRIQUE, 2014, p. 102)

Além de propiciar a investigação matemática para a sala de aula, os alunos podem construir significados para o que foi aprendido, ou seja, compreender Teoremas e não apenas decorá-los são propósitos dessas atividades que vários autores sugerem em pesquisas utilizando o GeoGebra.

Silva (2014), por exemplo, afirma que “para os alunos pode se constituir em momento prazeroso e criativo, não ficar decorando uma fórmula, mas construindo significado sobre conceitos e representações matemáticas” (p. 45). Na sua pesquisa envolvendo o Teorema de Pitágoras com o uso do GeoGebra, a mesma se preocupa em propor aos professores que levem para sua sala de aula atividades com recursos computacionais, e apesar de muitos possuírem dificuldades relacionadas ao domínio

dessas ferramentas, verificou que suas atividades propostas conseguiram romper as primeiras resistências ao uso das tecnologias digitais em atividades pedagógicas.

Ferreira (2011) nos apresenta uma proposta de construção do Plano de Poincaré com o uso do *software* GeoGebra para o ensino da geometria hiperbólica:

Ser construído com o auxílio de softwares de Geometria Dinâmica, fato que permite experimentações com qualidades superiores às do estudo com figuras ou instruções estáticas. Restringimos um pouco mais a abrangência do tema da pesquisa quando propomos a investigação da possibilidade de se ensinar Geometria Hiperbólica utilizando o modelo do plano de Poincaré construído com o *software* Geogebra. (p. 14)

Este autor também defende a utilização de atividades que evidenciam a investigação matemática que podem ser feitas com ferramentas básicas do GeoGebra. A respeito das tarefas investigativas analisa que “consistem em variações do ato de “arrastar e observar” os elementos ostensivos mostrados na tela do computador” (FERREIRA, 2011, p. 55). Essas ferramentas têm como objetivo, primeiramente, a experimentação, as possíveis posições geométricas e casos particulares. Ao final de cada atividade é interessante demonstrar as conjecturas estabelecidas entre os objetos matemáticos.

A investigação, nessa perspectiva, se faz por experimentação e não pelo uso de demonstração (lógico-dedutiva) como se pratica na investigação científica geométrica. É verdade que, na última década, a investigação científica matemática tem feito uso de explorações e verificações de casos particulares mediante o uso de softwares, mas isso – por enquanto – apenas auxilia a confecção de conjecturas que serão posteriormente demonstradas. (FERREIRA, 2011, p. 61)

Observar as possíveis relações entre os objetos dinâmicos, como é proposto nestas pesquisas, é uma forma de explorar os recursos computacionais e a geometria dinâmica. Ao explorar esse dinamismo proposto pelo GeoGebra na sala de aula, somos levados a perceber as potencialidades que este *software* disponibiliza para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Buscamos por meio das pesquisas apresentadas nesta revisão de literatura, diversas atividades e propostas que discutem ideias semelhantes: enriquecer o ensino da matemática com as tecnologias digitais, especialmente o GeoGebra.

Os resultados destas pesquisas, nos levam, mesmo que de forma indireta, a refletir sobre a utilização das tecnologias digitais nas aulas de Matemática. Nessas

discussões, por diversas vezes é enfatizado o GeoGebra como uma ferramenta que pode propiciar uma qualidade maior ao ensino da matemática, e isso dependerá muito da forma como o professor aborda os conceitos matemáticos, tornando-o mais dinâmico e atualizado. Sobre essa possibilidade de modificação de paradigmas atualizadores do processo de ensino e aprendizagem, Kenski (2003) afirma que:

Não são as tecnologias que vão revolucionar o ensino e, por extensão, a educação de forma geral, mas a maneira como essa tecnologia é utilizada para a mediação entre professores, alunos e a informação. Essa maneira pode ser revolucionária ou não. Os processos de interação e comunicação no ensino sempre dependem muito mais das pessoas envolvidas no processo do que das tecnologias utilizadas, seja o livro, o giz, ou o computador e as redes. (p. 121)

Entretanto, a análise destas produções nos permite verificar que, embora haja um contínuo crescimento quantitativo de oferta de ferramentas tecnológicas voltadas para as práticas pedagógicas da área de matemática, assim como a outras áreas de conhecimento, sua utilização em sala de aula ainda acontece, de uma forma geral, distante das propostas que geraram estas pesquisas, “principalmente pela falta de capacitação dos professores no que tange a aplicação das ferramentas disponíveis” (ALBERTO *et al.*, 2014, p. 252).

Dessa forma, ressaltamos que estes professores podem ser capacitados por meio de oficinas e cursos que os auxiliem na utilização de forma crítica desses *softwares* matemáticos educativos. É no próximo capítulo que há discussões a respeito dessas possíveis formações tecnológicas desses professores.

4 AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA FORMAÇÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Consideramos em nosso estudo a formação inicial e/ou continuada dos professores como complementares e indissociáveis, tendo por base pesquisas recentes que as relacionam com a preparação adequada para a utilização de tecnologias digitais na prática docente, destacando quais seriam os principais desafios encontrados por estes profissionais em relação a esta utilização.

De uma forma geral, saber manipular e explorar as potencialidades de um *software* matemático educativo é um dos desafios encontrados pelos professores. Sobre isto, Kenski (2003) afirma que:

Esse é um dos grandes desafios para a ação da escola na atualidade. Viabilizar-se como espaço crítico em relação ao uso e à apropriação dessas tecnologias de comunicação e informação. Reconhecer sua importância e sua interferência no modo de ser e de agir das pessoas e na própria maneira de se comportarem diante de seu grupo social, como cidadãos. (p. 25)

Embora, possamos verificar que existam estes desafios e diversos outros problemas envolvendo práticas pedagógicas, também provenientes de sua formação boa parte da resistência ao uso da tecnologia, segundo D'Ambrosio (2011), deve-se “a ignorância dos novos enfoques à cognição tem um reflexo perverso nas práticas pedagógicas, que se recusam, possivelmente em razão dessa ignorância, a aceitar a tecnologia” (p. 55).

De acordo com Freitas e Leite (2011, p. 56), “é indispensável uma nova mentalidade, um novo olhar sobre a Educação em uma nova realidade tecnológica”. Em análises análogas, Kenski (2003) aponta que cotidianamente os professores se deparam com os desafios da contemporaneidade tecnológica, assim como a sociedade, temos que nos encorajar com a rápida mudança de recursos e informações, explorar as potencialidades que cada ferramenta oferece, e sobretudo refletir sobre as tradicionais formas de se fazer o ensino da matemática. Kenski (2003) defende que:

Na era da informação, comportamentos, práticas, informações e saberes se alteram com extrema velocidade. Um saber ampliado e mutante caracteriza o atual estágio do conhecimento na atualidade. Essas alterações refletem-se sobre as tradicionais formas de pensar

e fazer a educação. Abrir-se para novas educações – resultantes de mudanças estruturais nas formas de ensinar e aprender possibilidades pela atualidade tecnológica – é o desafio a ser assumido por toda a sociedade. (p. 26)

Tal saber ampliado requer, antes, uma mudança de comportamento, perceber que se precisa de práticas condizentes a realidade a cultura tecnológica. Refletir sobre as atuais práticas e se permitir a mudanças, harmonizando-se com a formação do professor. Nesta linha de reflexão, Kenski (2003) diz que:

A formação do professor para atender às novas exigências originárias da “cultura informática” na educação precisa refletir esses mesmos aspectos. O mais importante deles é, sem dúvida, a percepção de que a atualização permanente é condição fundamental para o bom exercício da profissão docente. (p. 88)

São reflexões que nos instigam do que precisamos para sermos professores que utilizem as tecnologias de forma crítica, abrindo espaços em nossas práticas pedagógicas para as potencialidades possam ser aproveitadas, propiciando aos nossos alunos o entendimento dos conceitos matemáticos. Esse processo reflexivo virá, com a vivência da utilização delas em sala de aula, e tal como as pesquisas realizadas por Freitas *et al.* (2014):

Essas percepções levantam reflexões sobre os novos papéis do professor, do que significa ser um bom professor de matemática em nossos dias, e quais as formas de eliminar as lacunas existentes em sua formação, de maneira a se sentir à vontade para lidar com as crescentes potencialidades das novas formas tecnológicas de informação e comunicação. Destacamos que esta capacitação deve significar que este profissional deixe de ser simples consumidor de tecnologias e torne-se pesquisador de caminhos que direcione suas aulas para a aprendizagem mais consistente e dinâmica, e possa, ele também, ser divulgador dessas novas possibilidades. (p. 3)

Concordamos com estes autores quando se referem que, uma das “lacunas existentes em sua formação” (Freitas *et al.*, 2014) esteja na falta de preparação adequada na utilização das tecnologias digitais no desenvolvimento e implementação de atividades pedagógicas, e que as tendências tecnológicas precisam de tempo para serem aceitas e exploradas. Em relação a tal preparação, Freitas *et al.* (2014) analisa que:

Por falta de preparação adequada, muitos profissionais consultados não conseguem utilizar tecnologias digitais em suas atividades em sala de aula, pois, para isso, há necessidade de estudos, é necessário que o professor faça cursos de capacitação, conheça os *softwares* e

tenha tempo para preparar suas aulas, e que possa estar sempre atualizado com relação às novas tendências e tecnologias. (p. 14)

De uma forma geral, as pesquisas que destacamos como nossos referenciais convergem ideias de uma formação mais adequada a estes profissionais, e também defendem que eles se atualizem participando de oficinas, cursos de extensão, cursos de atualização, programas de pós-graduação e eventos que promovam a Matemática e/ou Educação Matemática.

Consideramos ser importante, a partir mesmo da Licenciatura de Matemática que sejam oportunizadas atividades que envolvam a análise e aplicação de *softwares* matemáticos educativos de forma crítica, destacando dessa forma, suas potencialidades e limitações. Em algum momento da prática pedagógica, os futuros professores podem sentir falta da utilização de algum tipo de recurso computacional, e sendo mais específico, de *softwares* capazes de propiciar ao estudante o entendimento conceitual mais refinado.

Frequentemente os licenciandos se veem diante do problema de desenvolver sua ação pedagógica em sala de aula a partir de uma formação que não lhes proporcionou acesso à discussão de uma série de questões fundamentais na prática escolar. (MOREIRA e DAVID, 2007, p. 102).

Com base nessas ideias, podemos sugerir que os licenciandos busquem conhecer e aprender o quanto antes sobre os *softwares* matemáticos educativos, para que possa refletir sobre as tendências nessa área.

Analisamos que, ainda hoje as tecnologias digitais no ensino da matemática encontram-se “desvalorizadas”, muitas vezes devido à falta de experiências adequadas, assim constatado por Alberto *et al.* (2014):

No que se refere ao uso da informática no ensino da matemática, destaca-se o fato de que existe uma mentalidade de ‘desvalorização’ ou, até mesmo, um total abandono quanto ao uso dos laboratórios de informática das escolas públicas devido, exatamente, à inexperiência nesse campo em ascensão. (p. 252)

Podemos aperfeiçoar esse tipo de formação para que o professor de matemática possa ter uma postura mais crítica, e que ainda “essa linguagem digital pode vir a ser usada como uma ponte de comunicação entre professor e aluno” (JÚNIOR e MOURA, 2014, p. 178).

Apoiados nestes argumentos, consideramos que conhecer apenas não significa que estes professores saibam explorá-los de forma crítica, utilizando suas potencialidades em sala de aula por meio de investigações matemáticas e outras metodologias de trabalho. Além de serem introduzidas na sua formação, o como utilizá-las pode ser um estudo para uma prática pedagógica mais efetiva.

Com base nestas análises, podemos considerar que para uma formação adequada, o professor de matemática necessite de tempo para explorar as potencialidades de *softwares*, como o GeoGebra. Adequá-los a sua prática profissional não é uma tarefa simples de ser aceita (primeiramente) e explorada (em um segundo momento). A integração do GeoGebra nas aulas de matemática requer quase sempre o domínio do mesmo, sendo um processo lento e gradual na formação. E mesmo após estas fases iniciais com as tecnologias digitais educacionais, necessita-se do conforto e da segurança em colocá-las como prática, assim como destaca Kenski (2003):

O processo de integração e domínio dos meios tecnológicos de computação é gradual e se dá a longo prazo. Estudos realizados pela Apple Computer Corporation mostram que “mesmo quando professores têm fácil acesso aos computadores e treinamentos suficientes, é preciso no mínimo três anos para que eles se sintam confortáveis no uso de computadores e comecem a pensar instintivamente em como tirar proveito dos computadores em suas aulas. (p. 78)

Após este tempo (que pode ser diferente para cada profissional) para a aceitação (abandono da resistência), exploração e prática das tecnologias digitais (por exemplo, o GeoGebra), o profissional, na vivência da sua formação, possivelmente saberá de forma crítica apontar prós e contras de tais recursos em sala de aula.

5 A NOSSA PROPOSTA ENVOLVENDO ATIVIDADES DE MATEMÁTICA POR MEIO DO GEOGEBRA

A proposta de nosso produto educacional (PE) surgiu a partir do ensejo em contribuir para ampliar a qualidade da formação do professor, e, por consequência, a melhoria da qualidade do processo de ensino e aprendizagem da matemática, assim como a sua atualização em termos tecnológicos. Como já comentado anteriormente, tomamos por base as constatações das diversas dificuldades enumeradas por professores, relacionadas ao fato de existirem dúvidas relacionadas às práticas pedagógicas que envolvem a abordagem de conceitos da Matemática utilizando a tecnologia digital.

Na elaboração deste PE foi priorizado o estudo das relações entre os objetos que fazem parte de construções geométricas (ponto, reta, segmento de reta, circunferências, triângulos etc.), e por meio delas pode-se facilitar a construção e o entendimento por parte dos estudantes em alguns Teoremas.

A proposta envolve desenvolver um ambiente de aprendizagem rico em experiências em que, inicialmente, o estudante reflita (investigue) sobre a forma como os objetos presentes nas atividades de nosso PE se relacionam nas construções. Sobre esta etapa, Giraldo *et al.* (2012) argumenta que tais construções “podem ser manipuladas de forma que as propriedades e relações dos objetos construídos sejam preservadas” (p. 120). Ou seja, desta forma, independentemente do cálculo numérico envolvido, a relação será sempre a mesma, e o conceito matemático investigado será o eixo das atividades no GeoGebra.

Para facilitar o acesso às atividades que compõem nosso PE, o professor de Matemática pode armazenar esse material digital em um dispositivo portátil (*pendrive* ou cartão SD), e posteriormente utilizar com um computador e um projetor em suas aulas.

Destacamos também que, além das atividades desenvolvidas, organizamos textos de apoio, denominados de “Material Orientador”, sugerindo ao professor maneiras de como ele poderia explorar essas atividades. Estes textos estão organizados em dois tópicos: “conceitos e características” e “como utilizar: explorando potencialidades”.

Por mais que não haja um bloco de conteúdo específico para uma determinada série escolar, a ideia é explorar as potencialidades dos recursos digitais proporcionado aos alunos uma aprendizagem prazerosa dos conceitos matemáticos elementares, o que para Giraldo *et al.* (2012):

[...] é importante que sejam elaboradas atividades de aprendizagem que aproveitem as especificidades dos recursos computacionais para disparar investigação matemática e para revelar aspectos dos conceitos que ficariam ocultos com recursos ou representações convencionais. (p. 8)

Como o PE foi desenvolvido na linguagem HTML5, há uma qualidade dele ser multiplataforma¹¹, e os textos de apoio estão na extensão PDF, podendo ser lidos em qualquer plataforma também. Destacamos que esse material pode ser editável por estar em uma memória *flash* (*pen drive*, por exemplo). Desta forma, os professores podem aperfeiçoá-lo e adequá-lo à realidade de sua turma, e de seus objetivos pedagógicos.

Quando as atividades são retroprojetadas no quadro ou planejadas em laboratórios de informática, a fim de que os alunos vejam de imediato diferentes casos da construção geométrica, mas sem mudar sua essência, pode-se constatar que:

É possível relacionar conceitos e propriedades (que em muitos casos são tratados de forma estanque nos currículos tradicionais), bem como articular diversas formas de representação, de maneira dinâmica e interativa – abrindo portas para a abstração matemática. (GIRALDO *et al.*, 2012, p. 9).

Neste PE são ressaltadas algumas características da investigação matemática, e até mesmo a forma como o professor pode conduzir suas práticas em sala de aula em direção à construção do conhecimento matemático, trabalhando-se, principalmente, os conceitos matemáticos.

As investigações não necessariamente lidam com problemas sofisticados. Em relação a este ponto, as ideias presentes se referenciam em Ponte *et al.* (2013) que afirma: “as investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração” (p. 10).

¹¹ Funciona em vários sistemas operacionais: Windows, MacOS ou Linux.

As investigações requerem o planejamento do professor, determinar os objetivos a serem alcançados (neste caso, os conceitos matemáticos), tempo para se familiarizar com as tecnologias digitais, como explorá-las de modo a oferecer um ensino de qualidade aos alunos. Sobre tais análises, embora sem o foco em Matemática, Kenski (2003), orienta que:

É preciso que esse profissional tenha tempo e oportunidades de familiarização com as novas tecnologias educativas, suas possibilidades e seus limites, para que, na prática, faça escolhas conscientes sobre o uso das formas mais adequadas ao ensino de um determinado nível de complexidade, para um grupo específico de alunos e no tempo disponível. (p. 48)

No caso deste material didático proposto, como há o envolvimento de um *software* matemático (GeoGebra) repleto de ferramentas com potencialidades para um ensino de qualidade, é recomendável que haja este tempo de familiarização e exploração do mesmo. Na elaboração deste PE, tentou-se otimizar este tempo, afim de que o professor de matemática que utilizará em sala de aula não necessite ter um domínio total sobre o GeoGebra, mas sim um domínio básico, conhecendo apenas ferramentas elementares (“pegar” e “arrastar”, por exemplo).

5.1 O Produto Educacional

Para a elaboração deste produto educacional, utilizamos diversas ferramentas, as que estão visíveis nas telas do GeoGebra e também os comandos que exigem um domínio mais efetivo do *software*. Podemos observar a Figura 5 o *layout* (feito com o HTML5) inicial para que os professores possam escolher qual das atividades (feitas no GeoGebra) a ser trabalhada em sala. Intitulamos o PE de “Abordagens Conceituais da Matemática por Meio do GeoGebra”.

Figura 5 – Tela inicial do Produto Educacional



Fonte: autores

Conforme podemos observar na figura anterior, a tela inicial do PE nos apresenta os botões que, após acionados, nos levarão às doze atividades elaboradas no GeoGebra acompanhadas com os seus respectivos materiais orientadores em PDF (são dois botões, um para abrir a atividade e o outro para abrir o PDF). Importante destacar mais uma vez que tais atividades funcionam sem necessariamente o GeoGebra estar instalado no computador do professor, e sem um leitor de PDF instalado também.

Buscamos implementar essas características para facilitar o trabalho do professor usuário, não dependendo de instalações prévias ou compatibilizações com outros sistemas.

Além disso, optamos por disponibilizar todas as atividades no *site* do GeoGebraTube¹², podendo ser baixadas e adaptadas individualmente, a qualquer momento que o professor desejar. Destacamos que esta disponibilização prévia de nosso PE neste ambiente virtual deveu-se ao fato de buscarmos socializar com a

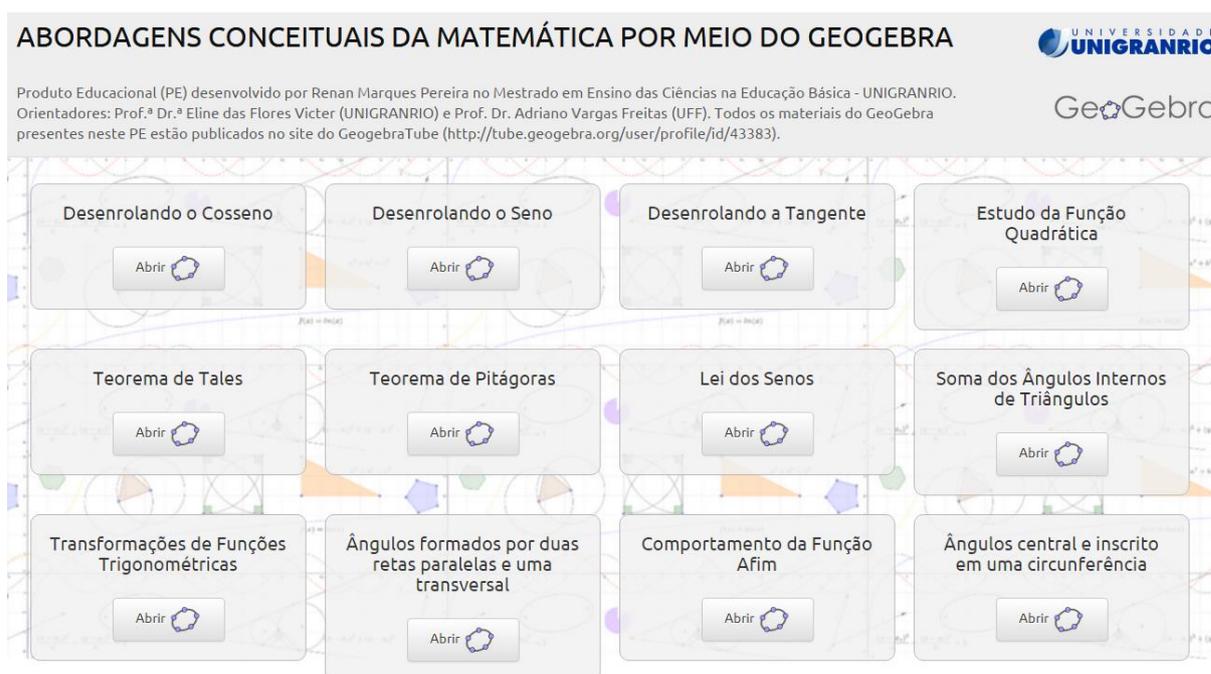
¹² <http://tube.geogebra.org/renanmarques89%40gmail.com>. Além disso o site possui um espaço de comentários para que possam haver trocas de experiências (sugestões) entre os profissionais. Acesso em: 20/04/2015.

comunidade de pesquisadores e professores da área, e buscamos sugestões e análises críticas prévias de sua adequação.

Buscamos no nosso PE, além apresentar uma diversidade de conteúdos matemáticos, permitir que o professor possa adaptá-lo ou adicionar mais atividades. Para isso, utilizamos o código fonte em HTML5 que pode ser ajustado para a realidade desse profissional.

Destacamos que também elaboramos, derivado de nosso PE, uma versão para estudantes (Figura 6), o qual possui todas as atividades no GeoGebra para que o próprio aluno possa manipular. A única diferença do PE na versão estudante é que foram retirados todos os materiais orientadores e os seus respectivos botões de acesso.

Figura 6 – Produto Educacional: versão estudante



Fonte: autores

As atividades estão brevemente descritas a seguir em tópicos, com uma figura representativa para cada uma delas. A descrição completa com as características, potencialidades e abordagens conceituais encontram-se no Apêndice A deste estudo.

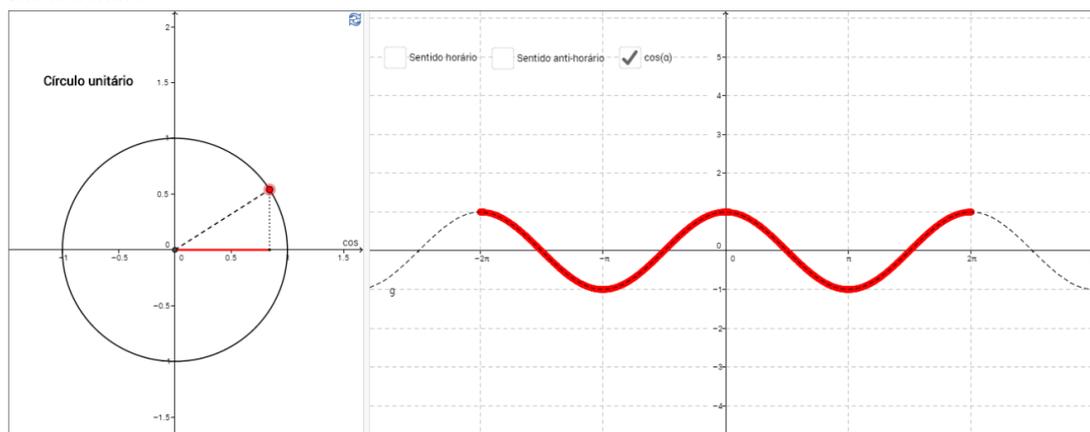
1) Desenrolando o cosseno (Figura 7) – Nesta atividade, temos o comportamento e como é esboçado o gráfico do cosseno de um ângulo, e sendo dividido em duas telas

de visualização para mostrar que a sua forma cíclica foi originada de uma circunferência de raio um.

Figura 7 – Desenrolando o cosseno

Desenrolando o cosseno

Desenrolando o cosseno



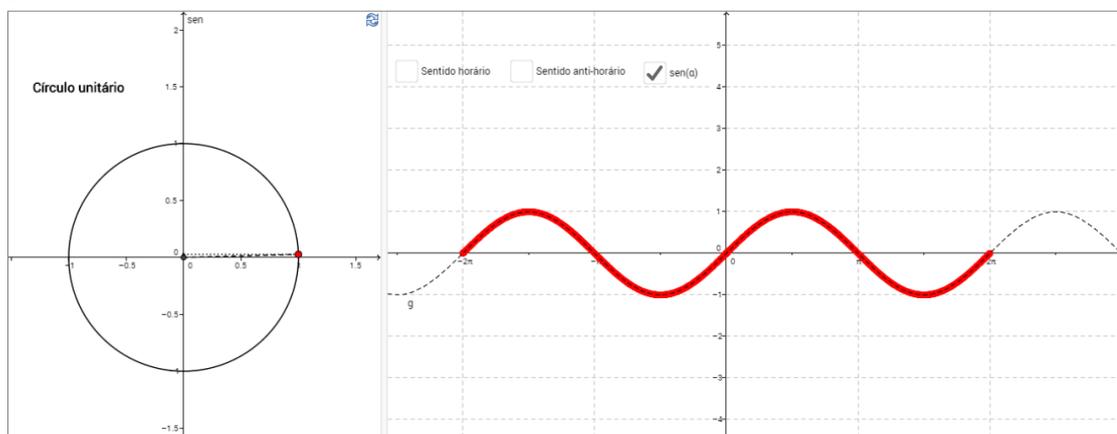
Fonte: autores

2) Desenrolando o seno (Figura 8) – Seguindo a mesma proposta da atividade anterior, o desenrolando seno também possui o objetivo de mostrar como o gráfico foi esboçado e o seu comportamento, também acompanhado de uma segunda janela com a circunferência unitária.

Figura 8 – Desenrolando o seno

Desenrolando o seno

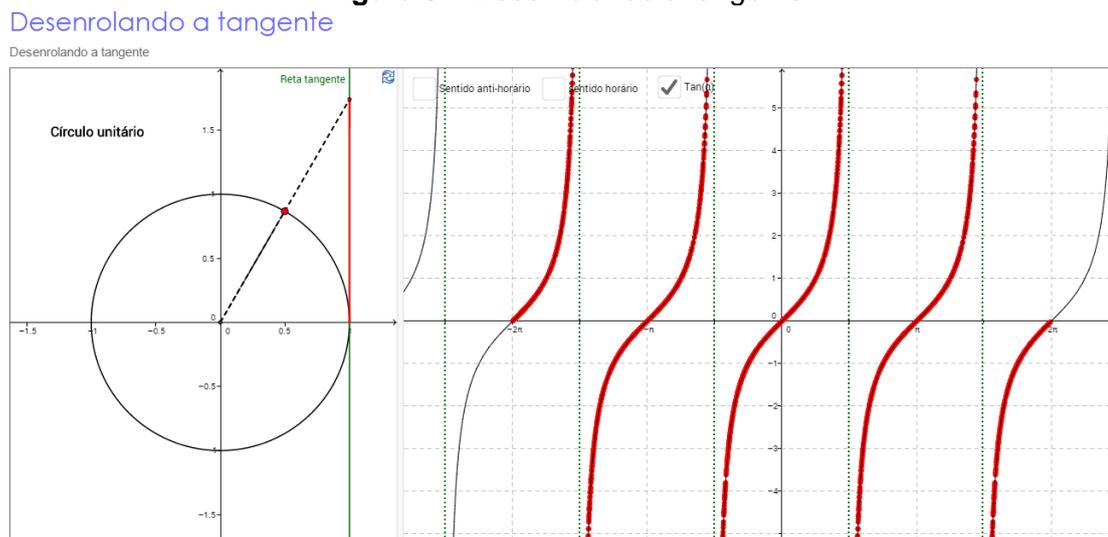
Desenrolando o cosseno



Fonte: autores

3) Desenrolando a tangente (Figura 9) – Assim como o desenrolando o seno e cosseno, esta atividade também propõe mostrar como é feita a construção gráfica da função tangente, que está acompanhada da circunferência unitária na segunda janela de visualização.

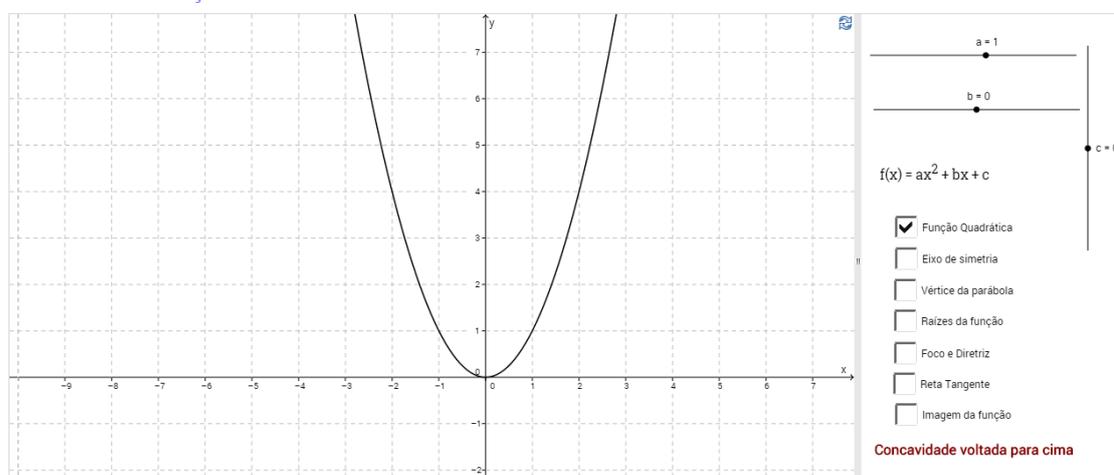
Figura 9 – Desenrolando a tangente



Fonte: autores

4) Estudo da função quadrática (Figura 10) – Neste material didático é proposto um estudo de diversos pontos notáveis que uma função quadrática possui, os quais podemos citar: o gráfico (e o seu comportamento), eixo de simetria, vértice da parábola, raízes da função, foco e diretriz, reta tangente e imagem da função.

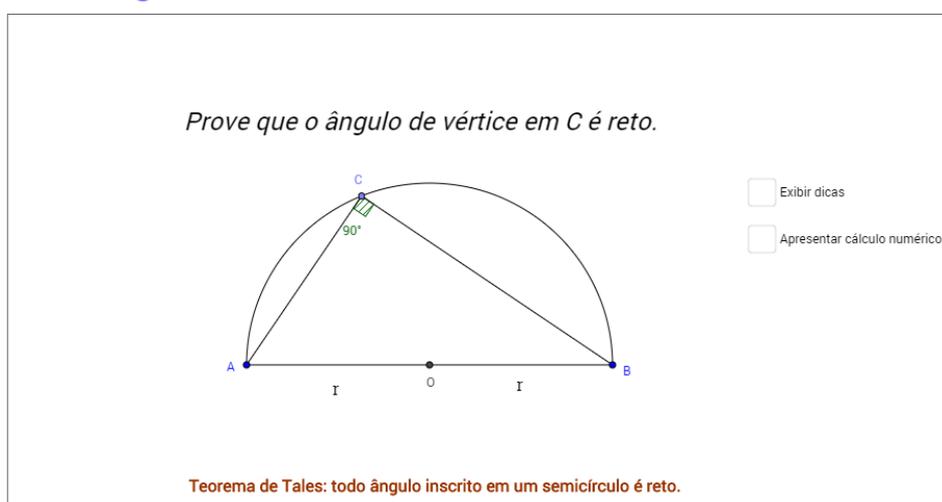
Figura 10 – Estudo da função quadrática
Estudo da Função Quadrática



Fonte: autores

5) Teorema de Tales (Figura 11) – Nesta atividade, o objetivo do estudante é provar o que todo ângulo inscrito em um semicírculo é reto (Teorema de Tales), que também está acompanhado de dicas que o auxiliará na investigação.

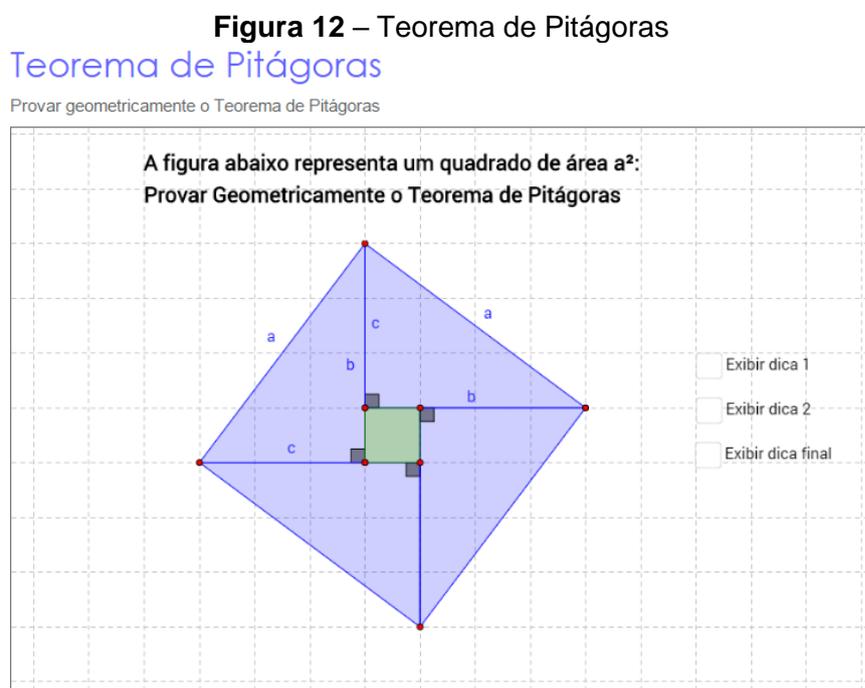
Figura 11 – Teorema de Tales
Todo ângulo inscrito em um semicírculo é reto



Fonte: autores

6) Teorema de Pitágoras (Figura 12) – Nesta atividade, o estudante poderá fazer uma investigação manipulando os triângulos retângulos, afim de construir uma prova

geométrica do Teorema de Pitágoras, e claro que poderá contar com o auxílio de algumas dicas¹³.



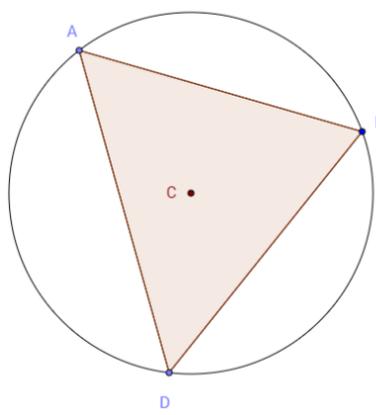
Fonte: autores

7) Lei dos Senos (Figura 13) – A atividade possui a finalidade de propiciar ao estudante a construção da lei dos senos, de uma forma intuitiva (dividido em itens, passo a passo) e com dicas que o ajudará na visualização na construção geométrica.

Figura 13 – Lei dos senos

¹³ Algumas atividades possuem dicas que podem auxiliar na construção

Construindo a Lei dos Senos



Considere o $\triangle ABD$ inscrito em uma circunferência cujo centro C está no interior de ABD .

É traçado o diâmetro AE e um segmento EB é formado.

Exibir dica 1
 Exibir dica 2
 Exibir dica 3
 Exibir dica 4

- Mostre que o $\triangle ABE$ é retângulo
- Mostre que $\sphericalangle D = \sphericalangle E$
- Mostre que $[AB/\text{sen}(D)] = 2r$
- Conclua o Teorema da Lei dos Senos

$$\frac{BD}{\text{sen } A} = \frac{AB}{\text{sen } D} = \frac{AD}{\text{sen } B} = 2R$$

e. Como é denominado o $\triangle ABD$, no caso em que o circuncentro C pertence a um dos seus lados? Mostre que a Lei dos senos também é válida neste caso.

Fonte: autores

8) Soma dos ângulos internos de triângulos (Figura 14) – Utilizando o Teorema das Paralelas, o estudante poderá desenvolver uma investigação de como pode provar que a soma dos ângulos internos de todo triângulo é sempre igual a 180° . Para isso, ele poderá contar com dicas que serão visualizadas na construção geométrica.

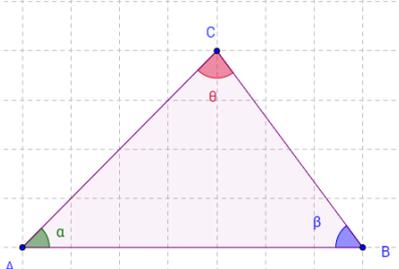
Figura 14 – Soma dos ângulos internos de triângulo
 Soma dos ângulos internos de todo triângulo

Soma dos ângulos internos de todo triângulo na Geometria Euclidiana

Provar que: $\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$

Utilize o Teorema das paralelas:

Exibir dica 1
 Exibir dica 2
 Exibir dica 3
 Exibir cálculo numérico



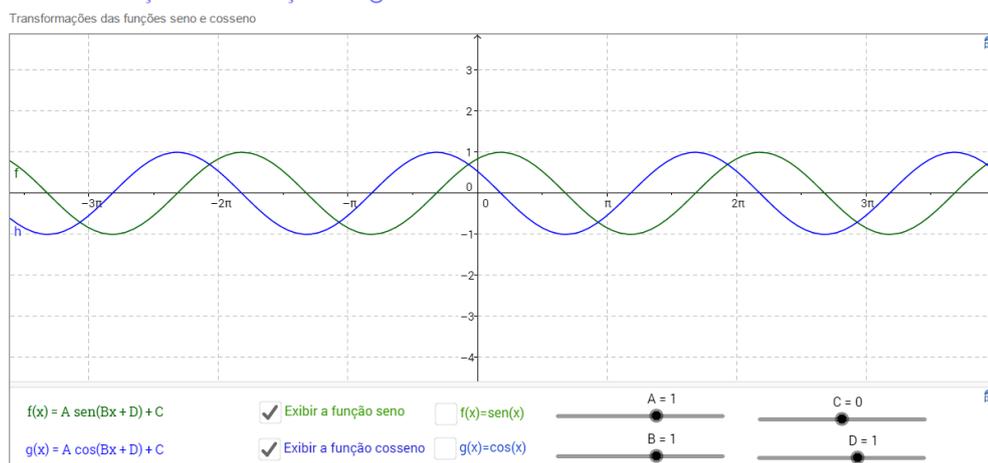
Fonte: autores

9) Transformações de funções trigonométricas (Figura 15) – Esta atividade possui o intuito em analisar como é comportamento gráfico das funções trigonométricas seno e cosseno (elementares). Por meio da visualização, o estudante poderá analisar o que

acontece quando mudam-se os coeficientes dessas funções, e de forma dinâmica (utilizando-se de controles deslizantes – ferramenta do GeoGebra).

Figura 15 – Transformações de funções trigonométricas

Transformações de funções trigonométricas elementares

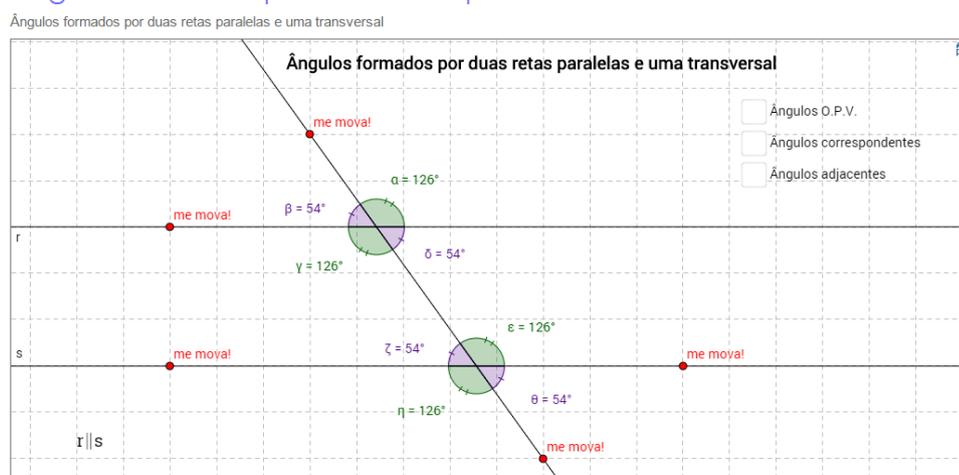


Fonte: autores

10) Ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal (Figura 16) – Por meio dos pontos dinâmicos “Me mova”, o estudante poderá visualizar os ângulos que são formados por duas retas paralelas e uma transversal, seus ângulos correspondentes, adjacentes e opostos pelo vértice.

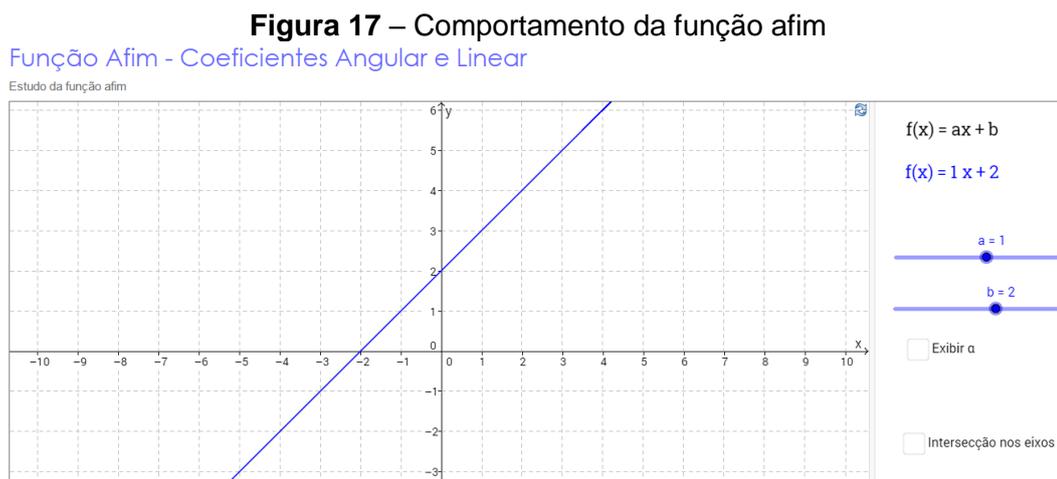
Figura 16 – Ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal

Ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal



Fonte: autores

11) Comportamento da função afim (Figura 17) – Nesta atividade o estudante poderá mudar (por meio dos controles deslizantes) os coeficientes angular e linear de uma função afim, e concomitantemente visualizará as construções gráficas que decorrem dessas mudanças.

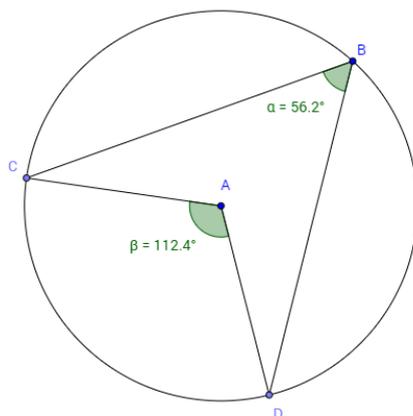


12) Ângulos central e inscrito em uma circunferência (Figura 18) – Nesta atividade, o estudante deverá provar que todo ângulo central é o dobro do seu ângulo inscrito em uma circunferência. As dicas poderão o auxiliar nessa construção. É interessante que o aluno movimente a circunferência, alternar o seu tamanho (raio) e as posições dos ângulos, e assim chegar na relação procurada.

Figura 18 – Ângulos central e inscrito em uma circunferência
Ângulo central e o ângulo inscrito em uma circunferência

Provar que o ângulo central é o dobro do ângulo inscrito em uma circunferência.

Provar que o ângulo β (central) é o dobro do ângulo α (inscrito) na circunferência.



- Dica 1
- Dica 2
- Dica 3

Fonte: autores

Todas as atividades apresentadas no PE sugerem que o professor busque em seus alunos a investigação matemática, o prazer em descobrir e estudar os conceitos de forma dinâmica com o auxílio do GeoGebra.

6 DISCUSSÕES E ANÁLISES

Este capítulo apresenta discussões e análises envolvendo o posicionamento de professores de matemática (já licenciados e em formação) a respeito das tecnologias digitais, da utilização do GeoGebra no ambiente escolar e também a respeito de nosso PE.

A primeira parte refere-se à coleta de dados provenientes de duas oficinas: oficina I – para professores de matemática; oficina II – para professores em formação. Em ambas as oficinas apresentamos o *software* GeoGebra e seus recursos pedagógicos por meio de atividades, tendo por objetivo central a verificação da aceitabilidade do *software* que elegemos para a construção de nosso PE.

A segunda parte deste capítulo refere-se a oficina III – para uma grupo misto de professores (já licenciados e em formação). Com o objetivo de verificar a qualidade de nosso PE, e do quanto os professores estariam dispostos a utilizá-lo em suas aulas de matemática, destacando as potencialidades, dificuldades, clareza nos conteúdos matemáticos e algumas sugestões para a melhoria.

Ao final de cada oficina oferecida, foi aplicado um questionário com questões semi-abertas e fechadas (GIL, 2008) para conhecer o posicionamento dos professores participantes e realizar uma análise da opinião deles sobre as atividades desenvolvidas.

Todas as oficinas foram desenvolvidas na Universidade do Grande Rio (Unigranrio) no campus Duque de Caxias - RJ. A oficina I foi realizada em uma sala de aula com o recurso de um *Datashow* e um *notebook*, e as oficinas II e III foram realizadas em um laboratório de informática com um computador para cada participante.

6.1 As oficinas I e II: atividades com o GeoGebra

Com relação aos professores já licenciados da oficina I, 10 do total de 11 apontaram que, no período da participação da oficina, estavam atuando ou já tinham atuado na educação básica, em escolas públicas ou particulares de municípios do estado do Rio de Janeiro. Com relação ao tempo dessa experiência docente, 3 indicaram possuírem até 3 anos, 1 indicou até 6 anos, 4 indicaram até 10 anos e 2

indicaram de 15 a 24 anos de atuação. Para estes docentes questionamos em a quantidade média de aulas semanais que lecionavam, e encontramos como resposta a quantidade mínima de 20 aulas semanais (2 professores), chegando a até impressionantes 70 aulas (1 professor). Estas constatações nos remetem à verificação da quase impossibilidade de alguns destes docentes, por absoluta falta de tempo, em se dedicarem aos estudos que promovam sua formação continuada visando melhorias em suas práticas, tais como os relacionados à utilização de tecnologias diferenciadas em suas aulas.

Verificamos que, em ambos os grupos de professores (oficina I e II) todos possuíam computadores do tipo *desktop*, *laptop* ou *tablet*, e 3 da oficina I indicaram que receberam seus *laptops* via projetos de inclusão pública (da rede estadual ou municipal de ensino).

Seis professores da oficina I responderam já terem frequentado algum tipo de curso de formação para o uso geral dessas máquinas, inclusive com formação específica para o uso de computadores na área de matemática. Entretanto, desse grupo, 3 indicaram que tais cursos não foram suficientes para que se sentissem seguros para a utilização de tecnologias digitais no ambiente escolar.

Quando questionados a respeito dessa utilização nas aulas de matemática, verificamos que, dentre os docentes já formados (oficina I) a sua utilização se resume basicamente ao formato de substituição de antigas tecnologias, tais como a televisão, pois todos indicaram utilizar o computador para exibição de filmes, documentos e apresentações de *slides*. Seis deles indicaram utilizar programas pedagógicos, e apenas 2 relataram trabalhar com pesquisas em sala de aula envolvendo o espaço da *internet*. O mesmo questionamento direcionado aos professores em formação (oficina II), indicou a resposta unânime da intenção de utilizar tecnologias digitais nas aulas, e que, inclusive 3 deles, já utilizavam alguns *softwares* em suas aulas (basicamente planilhas e editores de texto).

Indagamos em seguida se já conheciam o GeoGebra antes das oficinas. No grupo da oficina I, 9 dos 11 respondentes indicaram já terem tido contatos prévios com este *software*, mas destes, apenas 4 comentaram que este contato ocorreu em disciplinas oferecidas no curso de licenciatura de matemática. No grupo da oficina II, somente 3 dos 14 respondentes indicaram já terem tido algum contato com o

GeoGebra, e em oportunidades distantes de seu curso de licenciatura. Tais verificações nos remetem às análises relacionadas à precariedade que prevalece nesta área de formação dos professores (FREITAS, 2011), ao ponto de ignorarem em seus currículos espaços que sirvam para o contato e análise das potencialidades de utilização dos diversos recursos pedagógicos como forma de ampliar a qualidade do processo de ensino e aprendizagem em nossas escolas. Sobre isso, inclusive, obtivemos relatos espontâneos dos professores participantes das duas oficinas, tais como nos trechos apresentados a seguir. Destacamos os nomes dos professores foram preservados em respeito à ética do estudo.

Creio ser de fundamental importância que os cursos de graduação repensem suas práticas, com a finalidade de incorporar aspectos da utilização de recursos tecnológicos. (Prof. E. – oficina I).

Apreendi que não posso ficar ficado apenas no quadro, e sim ampliar meu campo e minhas possibilidades. (Profa. C. – oficina II).

Diversos depoimentos convergiram para a defesa da promoção de projetos envolvendo a formação inicial e continuada de professores de matemática envolvendo discussões e propostas práticas a respeito da utilização de tecnologias digitais, assim como a que propomos em nossas oficinas.

Gostei das sugestões apresentadas na oficina, as enxergo como facilitadoras da construção do conhecimento. (Prof. K. – oficina I).

As oficinas oferecem a oportunidade de conhecermos o *software* em aplicações práticas onde pude com outros do meu conhecimento. O interessante é a percepção do quanto este *software* é intuitivo e a possibilidade de poder usá-lo tanto em álgebra quanto geometria ou cálculo. (Prof. G. – oficina I).

O *software* foi apresentado de forma bastante clara. Foi possível ter acesso a diferentes funcionalidades do programa. (...) O programa permite que algumas construções e demonstrações sejam visualizadas facilitando a compreensão do aluno. (Prof. I. – oficina I).

A oficina apresentada foi muito boa, pois trouxe informações importantes para auxiliarem e serem exploradas em sala de aula, dando uma visão concreta a assuntos abstratos. (Profa. F. – oficina I).

Pretendo utilizar o Geogebra sim, em todos os conteúdos possíveis para ter uma melhor forma de ensinar, e fazer também com que meus futuros alunos tenham uma melhor forma de aprender. (Profa. R. – oficina II).

A oficina me apresentou um método novo de poder ensinar aos alunos sem perder o foco do ensino, e aula com certeza ficará mais prazerosa. (Prof. A. – oficina II).

A proposta da oficina expandiu meus horizontes para *softwares* educacionais. (Prof. L. – oficina II).

Serviu para melhorar meus conhecimentos. Ter opções para tornar a aula mais interessante, e fazer com que eu aprendesse ainda mais como a matemática é ampla. (Profa. S. – oficina II).

Com relação à utilização específica do GeoGebra apresentado nas duas oficinas, verificamos ampla aceitação, ao ponto de acontecerem diversas solicitações dos participantes para que recebessem via *e-mail* mais informações sobre este e outros *softwares*, indicações de livros e artigos a respeito dos temas tratados, e outras ferramentas, além das que foram trabalhadas nas aulas dos dois grupos.

Ao analisarmos os pedidos e as respostas relacionadas a esse ponto, verificamos classificações positivas a ele do tipo “dinâmico”, “descontraído”, “inovador”, além de destaques às suas possibilidades de facilitação de construção/movimentação de figuras, entre outras.

Gostei muito, e acredito que com este *software* teremos mais facilidade no ensino de matemática. (Prof. B. – oficina II).

Uma ferramenta interessante que pode facilitar a visualização dos alunos. (Profa. C. – oficina II).

O *software* é muito bom. É uma forma mais dinâmica e descontraída para ensinar matemática. (Prof. P. – oficina II).

Uma questão direcionada ao grupo da oficina II, indagou: “Como futuro professor, você utilizaria o GeoGebra em suas aulas de matemática? ”. Buscamos com ela compreender o alcance de nossa proposta, e verificar o quanto este profissional em formação se sentiria confortável para levar para suas aulas propostas diferenciadas das que relatava que moldavam sua formação. Todos indicaram a intenção de agregar os conhecimentos trabalhados na oficina às suas aulas, especialmente nas relacionadas com geometria e trigonometria, como podemos verificar nos destaques a seguir:

Sim, para facilitar as visualizações geométricas. (Profa. E. – oficina II).

Sim, utilizaria como uma forma extra para que o aluno entenda melhor as fórmulas matemáticas como surgiram. (Prof. R. – oficina II).

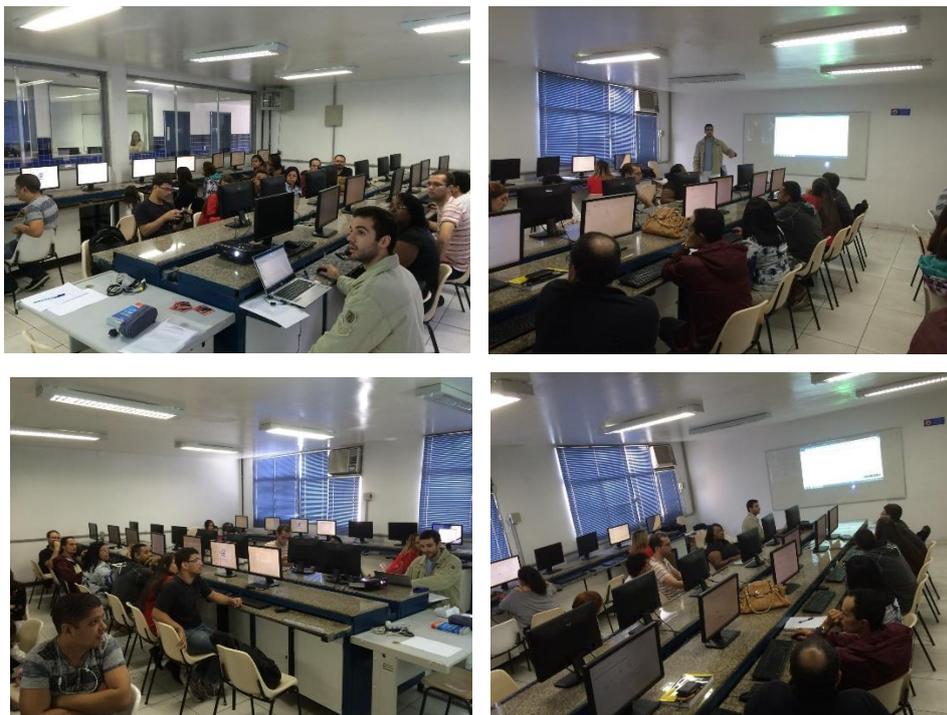
Utilizaria sim em todos os conteúdos possíveis para ter uma melhor forma de ensinar, e fazer também com que meus futuros alunos tenham uma melhor forma de aprender. (Prof. S. – oficina II).

Consideramos que os resultados obtidos neste estudo estão alinhados com indicações verificadas em pesquisas congêneres (FREITAS, 2009; FREITAS e LEITE, 2011) analisando que, com o desenvolvimento cada vez mais acelerado de tecnologias e novas ferramentas digitais, a formação do professor de matemática deve se moldar em novos paradigmas pedagógicos, envoltos em possibilidades de experiências que os capacitem a continuarem essa formação de forma autônoma.

6.2 Oficina III: a testagem do Produto Educacional (PE)

Com o intuito de avaliar a aceitação de nosso PE, optamos por apresentá-lo em uma terceira oficina. Dentre os critérios delimitadores para os participantes desta oficina (Figura 19), que serão nossos informantes, destacamos a busca pela diversidade, ou seja, que apresentem diferenciadas experiências e níveis de formação. Os critérios delimitadores foram: atuantes ou que possivelmente vão atuar (licenciandos) na educação básica (Ensino fundamental e/ou médio) como professores de Matemática no Estado do Rio de Janeiro; diversidade na experiência profissional: professores que atuam ou atuaram em escolas pública (estadual ou municipal) e privada.

A oficina foi aplicada para 19 participantes, composto por professores de Matemática que exercem a docência na educação básica no Estado do Rio de Janeiro (escolas particulares, municipais e estaduais) e licenciandos em Matemática. Os participantes foram compostos por 13 licenciandos em Matemática, 2 especialistas em Ensino da Matemática, 3 mestrandos em Ensino das Ciências na Educação Básica e 1 Engenheira de Produção. Dois dos participantes desta terceira oficina, participaram também da oficina I citada anteriormente neste estudo.



Fonte: autores

Quando questionados sobre a sua experiência profissional (como professores regentes), 13 participantes responderam que possuíam nenhuma ou pouca experiência (2 meses a 1 ano), e 6 participantes tinham uma experiência de 3 a 20 anos no magistério.

Os nomes dos professores foram preservados em respeito à ética do estudo. Por serem em sua grande maioria professores diferentes das oficinas anteriores, buscamos representar sua identificação de forma diferenciada.

Ao início da oficina, foi feita uma apresentação do GeoGebra com o objetivo de divulgar e mostrar quais seriam as características e potencialidades das ferramentas dele dentro deste material didático digital. Os professores e os licenciandos puderam explorar estas ferramentas e fazer algumas construções geométricas (retas, segmentos de retas, pontos, polígonos e circunferências). Eles também puderam explorar algumas atividades já prontas.

A priori, buscamos levantar alguns relatos referentes ao uso da tecnologia na sala de aula (Quadro 1), assim, podemos conhecer a opinião de nossos professores participantes sobre as possíveis contribuições que ela pode propiciar ao ensino da matemática.

Quadro 1 – Relatos referentes ao uso da tecnologia

| Professor | Relato |
|------------------|---|
| A3 | Acredito que a tecnologia possa sim contribuir no ensino, pois ela está presente em tudo na vida das pessoas. |
| C3 | Acho que a tecnologia deveria ser usada para ajudar a mostrar mais conteúdo. |
| D3 | O uso da tecnologia no ensino da matemática é muito interessante, principalmente em reproduzir figuras geométricas. |
| E3 | Explorar novas possibilidades. |
| H3 | A tecnologia representa uma grande ferramenta para o ensino de Matemática. A era atual (tecnológica) promove oportunidades para o dinamismo no processo de ensino. |
| I3 | Considero que o uso da tecnologia aproxima o ensino a realidade “conectada” dos alunos e torna a matemática mais dinâmica (“viva”). |
| J3 | Hoje em dia a tecnologia está presente em tudo, então esse é um meio de chamar a atenção dos alunos para ensinar matemática de forma excepcional. |
| K3 | É um método eficaz, já que estamos na era computacional, assim podemos favorecer esse recurso como metodologia. |
| L3 | Sempre que possível procuro utilizar, principalmente para levar ao aluno um maior entendimento. |
| N3 | A maior dificuldade ao meu ver no ensino da matemática, está na visualização do conceito que é ensinado. Essa tecnologia facilitará tanto para nós professores ensinarmos como para o aprendizado dos alunos. |
| P3 | Ajuda a melhorar a qualidade do ensino. |
| Q3 | A tecnologia é uma grande facilitadora da aprendizagem, embora, particularmente, gostar de “pôr a mão na massa” junto com os alunos. |

Fonte: dados da pesquisa (oficina III)

Os professores participantes defendem que a tecnologia é uma ferramenta que possa contribuir para o ensino da matemática. Os relatos nos mostram a preocupação que eles possuem em apresentar um ensino de qualidade aos alunos, apresentar conceitos de forma dinâmica, representá-los de forma “viva” e explorar novas possibilidades, o que nos remete às ideias dos autores Júnior e Moura (2014), Alberto *et al.* (2014) e Freitas *et al.* (2014).

Também buscamos informações sobre quais seriam as necessidades para que os professores possam incluir os recursos tecnológicos computacionais em sua prática profissional (Quadro 2).

Quadro 2 – Relatos referentes à inclusão de recursos tecnológicos computacionais na prática profissional

| Professor | Relato |
|------------------|---|
| A3 | Acho necessário que o professor participe de cursos e oficinas para ter amplo conhecimento antes de usar em sala. |
| B3 | Conhecimento do produto, domínio/habilidade para usá-lo. |
| F3 | Disponibilidade e acessibilidade tecnológica em ambiente de ensino. |
| G3 | Além de fazer o curso, tem que preparar suas aulas com essa abordagem, treinando em casa e verificar se na escola tem computadores suficientes e atualizados. |
| H3 | Interesse por parte do professor, apropriação dos recursos tecnológicos computacionais, e a desenvoltura de conectar conceitos matemáticos aos aparatos da tecnologia. |
| J3 | É necessário estudar os recursos, para dominar e ter segurança na hora da prática. |
| K3 | Domínio do conteúdo antes de tudo para apenas lapidar os conhecimentos adquiridos e suportes. |
| M3 | Um melhor suporte oferecido nas escolas. |
| N3 | O suporte na Instituição de Ensino, como computadores, Datashow para apresentação e o ideal seria que nas escolas tivesse um laboratório de informática em funcionamento. |
| O3 | Disponibilidade da escola e acessibilidade do professor. |

Fonte: dados da pesquisa (oficina III)

A partir desses relatos, percebemos a preocupação na formação profissional, no planejamento das atividades, “na acessibilidade tecnológica em ambiente de ensino” (Professor F3) e de estarem preparados em apresentar aulas com o uso de tecnologias de forma crítica. Outros também destacaram o domínio conceitual da matemática (sendo como um aspecto fundamental), dos computadores, *softwares* e o suporte que as Instituições de Ensino podem oferecer para que eles possam utilizar as tecnologias. A respeito da formação e acessibilidade do professor a estas tecnologias juntamente ao apoio Institucional, os autores Freitas *et al.* (2014, 2011) e Kenski (2003) trazem ideias convergentes às apresentadas por tais participantes.

Também solicitamos aos 19 participantes, um relato sobre o que eles acharam deste contato com o *software* nesta oficina (Quadro 3). Este tipo de relato nos auxilia a identificar se eles possuíam alguma experiência com o *software*.

Quadro 3 – Relatos referentes ao contato com o *software* GeoGebra na oficina III

| Professor | Relato |
|------------------|---------------|
|------------------|---------------|

| | |
|----|--|
| A3 | Achei o software bem fácil e dinâmico, o que ajudaria na utilização em sala e na apresentação de alguns conteúdos que possam causar alguma dificuldade no entendimento. |
| B3 | O dinamismo dado aos conteúdos é primordial para um entendimento melhor e uma maior capacidade de abstração. |
| G3 | O Geogebra veio para dinamizar as aulas e elas serão mais interessantes. |
| H3 | O Geogebra é um software amplo e que pode ser utilizado nos diversos conceitos matemáticos. Acredito que é de muitíssima importância para o ensino de matemática, possibilitando maior visualização dos conceitos. |
| I3 | Desde que o professor tenha o conhecimento do <i>software</i> e saiba inseri-lo em sala de aula, acredito que possa gerar um excelente método de aprendizagem. |
| K3 | É interessante poder contribuir para o aprendizado do aluno e até mesmo facilitar ao professor em suas definições e representações dos diversos conceitos. |
| L3 | A contribuição do software pode ser muito grande. Ele traz possibilidades e interações que o quadro não permite. |
| O3 | Percebi que as atividades propostas envolvendo o Geogebra podem ser muito úteis em sala de aula, além de serem de fácil compreensão. |

Fonte: dados da pesquisa (oficina III)

Os relatos destacam o dinamismo, a interação que pode ser propiciada aos alunos, a facilidade nas definições e representações geométricas de alguns conceitos matemáticos, na abstração e as possíveis interações que no quadro não seria possível. Estes relatos se alinham com as ideias dos autores Giraldo *et al.* (2012) e Tenório (2014). Além disso, os professores apontaram que o PE pode contribuir para o aprendizado dos alunos, fizeram análises das atividades propostas na oficina e destacaram o interesse e a possibilidade de utilização em suas aulas de matemática.

Após o momento de apresentação do *software*, introduzimos o PE aos professores participantes, mostrando os botões, as atividades e o material orientador (juntamente com os objetivos). Os participantes puderam analisar o *layout* e manipular livremente o PE (as doze atividades e o material orientador), explorando algumas ferramentas e discutindo-se sobre os conceitos trabalhados.

Os relatos apresentados por este grupo, basearam-se principalmente nos questionamentos:

I) Você usaria esse material didático digital em suas aulas? Comente.

- II) Quais são as principais potencialidades que você encontrou neste produto educacional?
- III) Quais são as principais dificuldades que você encontrou neste produto educacional?
- IV) Você poderia comentar sobre a clareza dos conteúdos matemáticos, a organização, as atividades e o material orientador deste produto educacional?
- V) Quais seriam as sugestões que possam contribuir na melhoria desse produto educacional?

Dentre os 19 participantes, 18 indicaram que usaria este material didático digital em suas aulas, e 1 não soube dizer. Além disso, solicitamos que comentassem a sua resposta (Quadro 4).

Quadro 4 – Relatos referentes a utilização do PE nas aulas de Matemática

| Professor | Relato |
|------------------|--|
| A3 | O produto está de uma forma bem elaborada e fácil, além de explicativo para a utilização. |
| B3 | Eu vejo como facilitador na aprendizagem. |
| C3 | É explicativo, interativo, estimulante, sim eu utilizaria |
| D3 | Sim, para elaborar de forma mais dinâmica as minhas aulas |
| F3 | Atrativo de grande valia no aprendizado. E que fará os alunos interagirem voluntariamente. |
| G3 | Com certeza. A tecnologia é muito utilizada pelos jovens, é uma ferramenta riquíssima. |
| H3 | O material representa uma ferramenta dinâmica para as aulas. |
| I3 | Me ajudaria muito com o conteúdo de funções nas turmas de administração. |
| J3 | Pois achei claro, objetivo e com isso em mãos a aula seria um verdadeiro sucesso. |
| K3 | Porque o uso só do quadro não é suficiente para demonstrar certos conceitos. |
| L3 | Acredito que otimizaria o desempenho dos alunos. |
| M3 | Ainda não sou formado, pois isso me ajudaria no desenvolvimento de minhas primeiras aulas. |
| N3 | Os recursos contidos nesse material facilitarão o ensino da matemática. |
| O3 | Utilizaria afim de explicar conceitos de formas que não são usuais. |

| | |
|----|--|
| P3 | É um material bom. |
| Q3 | Demonstrar os teoremas de geometria de modo dinâmico. |
| R3 | Para facilitar o aprendizado e a compreensão do aluno. |
| S3 | Simplicidade e compatibilidade. |

Fonte: dados da pesquisa (oficina III)

Eles destacaram que podem utilizar o PE como uma ferramenta no ensino de funções, demonstração de conceitos e em tópicos geométricos, e além disso, pode auxiliar na compreensão de conteúdos por parte dos alunos. Novamente, os professores apontaram a facilidade que pode ser propiciada na aprendizagem dos alunos com esse PE. A respeito da utilização dele como uma estratégia didática do professor (SANTOS, 2012), alguns professores destacaram que auxiliaria na explicação, e poderia ser um facilitador na aprendizagem, assim, ajudando os alunos na relação com a Matemática (JÚNIOR e HENRIQUE, 2014).

No segundo questionamento feito aos participantes queríamos levantar relatos sobre as potencialidades do PE que eles conseguiram identificar durante o uso do mesmo na oficina (Quadro 5).

Quadro 5 – Relatos referentes as potencialidades do PE

| Professor | Relato |
|------------------|--|
| A3 | Abrangência maior dos conteúdos abordados em sala, além de uma visualização muito melhor pelo aluno. |
| B3 | Relacionar conceitos e fórmulas com as figuras geométricas. |
| C3 | No ensino de Geometria e Trigonometria. |
| D3 | A forma de como pode ser demonstrado certos conceitos. |
| E3 | Muito fácil a visualização de muitas propriedades. |
| F3 | Praticidade, orientação e incentivo. |
| G3 | O software está muito bem explicado, não é complicado e tem a teoria resumida. |
| H3 | Visualização dos conceitos, interatividade e dinamismo. |
| I3 | Dinâmico e na atração da atenção dos alunos. |
| J3 | Fácil acesso, não precisa ter o Geogebra instalado no computador, é só colocar o <i>pendrive</i> que estará ali. |
| K3 | As imagens, assim o aluno compreende melhor, onde visualiza e não apenas imagina “como se fosse”, entre outras. |
| L3 | O dinamismo. |
| M3 | A simplificação do conteúdo. |
| N3 | A demonstração/visualização dos principais conceitos matemáticos. |

| | |
|----|---|
| O3 | Auxílio de resoluções de exercícios, compreensão de conceitos, teoremas e axiomas. Visualização de forma que não é feita no quadro. |
| P3 | A formação de figuras geométricas e a trigonometria. |
| Q3 | Animação e possibilidades de alterar os gráficos e os coeficientes de suas respectivas funções |
| R3 | Facilitar o acesso para professores de escolas públicas e particulares. |
| S3 | Explorar a visualização geométrica com extrema facilidade. |

Fonte: dados da pesquisa (oficina III)

Dentre os relatos do Quadro 5, destacamos a facilidade de acesso para os professores de escolas pública e particular, o dinamismo, não ter o GeoGebra instalado no computador, a interatividade, praticidade e a orientação (material orientador). Os relatos “a forma como pode ser demonstrado certos conceitos” (professor D3), “compreensão de conceitos, axiomas e teoremas; visualização de forma que não é feita no quadro” (professor O3) e “a demonstração/visualização dos principais conceitos matemáticos” (professor N3), se aproximam com as ideias dos autores Giraldo *et al.* (2012), Santos (2010) e Ferreira (2011).

Também procuramos levantar relatos a respeito das dificuldades que estes participantes encontraram ao explorar o PE (Quadro 6).

Quadro 6 – Relatos referentes as dificuldades em explorar o PE

| Professor | Relato |
|------------------|---|
| A3 | A princípio nenhuma. |
| B3 | Falta de habilidade por ser a primeira vez a utilizar o Geogebra. |
| D3 | Apenas na aprendizagem na manipulação do programa. |
| E3 | Dificuldades relacionadas ao uso do <i>software</i> Geogebra. |
| F3 | Não encontrei. |
| G3 | Por enquanto nenhuma dificuldade e acredito que os jovens também não terão, pois, a linguagem tecnológica é bem simples. |
| I3 | Não encontrei dificuldades, está tudo bem claro. |
| J3 | No começo achei complicado, mas ao passar da explicação, as coisas foram ficando claras, ótimo produto. |
| K3 | Não é difícil. Costumo dizer que o novo causa um certo espanto, porque precisamos aprender e conhecer o desconhecido, a dificuldade foi não conhecer o programa Geogebra. |
| L3 | Não encontrei. |
| M3 | Apenas há dificuldade pela falta de prática. |
| N3 | Eu não tive a oportunidade de utilizar, por isso não posso avaliar. |

| | |
|----|---|
| O3 | De um modo geral, este produto é autoexplicativo, com o conceito prévio do que irá trabalhar não vi dificuldades. |
| P3 | Por enquanto nenhuma. |
| R3 | Nenhuma. |
| S3 | Nenhuma. |

Fonte: dados da pesquisa (oficina III)

Este grupo de 19 professores participantes não apresentaram dificuldades ao manipular o PE, relatando também que ele pode ser “autoexplicativo” (segundo professor O3), e precisariam de mais prática por ser a primeira vez na utilização. No entanto, os relatos como: “falta de habilidade por ser a primeira vez a utilizar o Geogebra” (professor B3), “dificuldades relacionadas ao uso do *software* Geogebra” (professor E3) e “apenas na aprendizagem na manipulação do programa” (professor D3); mostram a dificuldade dos participantes na manipulação do próprio *software* GeoGebra ao explorar suas ferramentas.

Solicitamos em seguida, que os participantes comentassem a respeito dos seguintes aspectos: clareza na apresentação dos conteúdos matemáticos, organização do PE, propostas de atividades e também sobre o material orientador. Verificamos que todos os 19 participantes responderam que os conteúdos do PE estavam claros. Destacamos a seguir alguns desses relatos (Quadro 7).

Quadro 7 – Relatos referentes a clareza dos conteúdos do PE

| Professor | Relato |
|------------------|---|
| A3 | Sim. Além das plataformas no Geogebra serem fáceis de manusear, têm as orientações sobre o assunto. |
| G3 | Sim. Excelente qualidade e esclarecedor. |
| H3 | Sim. Todo material está bastante acessível e claro para a utilização prática. |
| I3 | O material está direto e bem objetivo |
| K3 | Sim, bem seguro no que explica e prova as situações não deixando apenas em conceitos. |
| M3 | Sim. Percebe-se que sua distribuição é de tamanha clareza, permitindo assim maior facilidade na transmissão das informações aos alunos. |
| N3 | Sim. Não tive dificuldade em manusear com o auxílio do pesquisador. |
| O3 | Sim, achei os conceitos bem claros e de fácil compreensão. |
| P3 | Sim, apresenta uma linguagem clara e facilidade de compreensão. |

Fonte: dados da pesquisa (oficina III)

Os professores participantes apontaram algumas características sobre a clareza do conteúdo apresentado no PE, como: os conceitos e a linguagem de facilidade compreensão (professores O3 e P3), o material possui orientações, é direto e objetivo (professores A3 e I3), “claro para a utilização prática” (professor H3) e “maior facilidade na transmissão das informações para os alunos” (professor M3). Por meio dos relatos apresentados acima, consideramos que o PE aproximou com as ideias dos autores: Bortolossi (2012) ao tratar dos conteúdos e integrações tecnológicas; Leite *et al.* (2012) na estrutura dos materiais orientadores; Giraldo *et al.* (2012) e Tinoco (2011) na qualidade do conteúdo para a investigação matemática.

Solicitamos aos professores participantes que fizessem algumas sugestões a respeito do PE (Quadro 8), que possam contribuir na melhoria do mesmo. Pretendemos, por meio desses relatos, identificar algumas necessidades na sua realidade educacional, assim, o PE pode ser ajustado e melhorado em futuras versões.

Quadro 8 – Algumas sugestões a respeito do PE

| Professor | Relato |
|------------------|--|
| B3 | Separar os conteúdos por ano de escolaridade ou de acordo com o currículo. |
| D3 | Instruções de como utilizá-lo. |
| H3 | Acrescentar mais conceitos em forma de atividades como as que já estão propostas no produto. As propostas são tão interativas que fomentam o interesse por outras. |
| I3 | Em relação as funções, seria interessante acrescentar o estudo de sinal. Na função afim, mostrar as raízes, função crescente e decrescente. |
| J3 | O produto é de excelência, como já citei, objetivo, e com certeza vou usar nas minhas aulas. |
| K3 | Regra de sinais, mas o programa em si é bem elaborado. |
| L3 | Estudo dos sinais seria uma opção interessante. |
| O3 | Estudo de sinais, outros tipos de funções, como por exemplo: modulares, inversas etc. |
| P3 | Maior divulgação. |
| Q3 | Material orientador para que os professores consigam, caso queiram, desenvolver suas próprias ferramentas. |

Fonte: dados da pesquisa (oficina III)

Os professores participantes estavam solicitando que o PE apresentasse mais atividades, tais como o estudo de sinais, representação de função crescente e decrescente, representação geométrica de funções modulares e inversas, divisão de conteúdos por ano de escolaridades e orientações para que os professores pudessem desenvolver seu próprio material.

Dezoito professores participantes assinalaram que gostariam de obter mais informações a respeito da continuidade do desenvolvimento desse produto educacional, e deixaram o seu *e-mail* para possíveis futuros contatos. Também informamos que o PE está disponível para que eles pudessem utilizá-lo em sua prática profissional.

Após esta avaliação de relatos, consideramos que este grupo de 19 professores avaliou o PE de forma positiva. Os registros nos auxiliaram a identificar que os professores participantes gostariam de mais atividades e orientações em relação ao *software* GeoGebra.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após analisarmos as atividades apresentadas com o GeoGebra em pesquisas recentes e nos relatos dos professores participante de nossas oficinas, verificamos que a proposta apresenta características que propiciam sua utilização nas aulas de matemática: *layout* que facilita o uso imediato por parte do professor; a não necessidade de ter o GeoGebra instalado no computador para o funcionamento correto das atividades; apresentação de material orientador em PDF para que os professores tenham sugestões de como explorar as ferramentas e conceitos em sala de aula; o PE pode funcionar em qualquer plataforma e ser transportado em um *pendrive*, cartão SD ou alocado na computação em nuvem.

Consideramos que estas características revestem nosso Produto Educacional de possibilidades que podem contribuir para enriquecer o ensino da matemática, de forma que os profissionais desta área abandonem possíveis resistências à utilização de novidades tecnológicas no ambiente escolar, e adotem os recursos computacionais em suas aulas de forma crítica, ou seja, consigam analisar suas contribuições e limitações.

Conforme as diversas pesquisas apresentadas nesta dissertação, um dos principais motivos às resistências tecnológicas tem sido a falta de formação adequada do profissional (estudo das potencialidades de *softwares*), o que de certa forma implica na qualidade de como serão feitas as abordagens conceituais.

Entretanto, ressaltamos com base em nossas análises provenientes das pesquisas que compuseram nosso referencial, que, antes mesmo de poder desenvolver atividades com o GeoGebra, torná-lo como uma ferramenta de sua prática de ensino, o professor necessita de tempo para se adequar as tecnologias digitais, conhecer algumas ferramentas essenciais do *software* educativo matemático, e então começar a explorar potencialidades em suas aulas.

Temos a plena ciência de que o GeoGebra não é a solução de todos problemas no Ensino da Matemática. O que se enfatiza neste estudo e proposta é a forma como o exploramos, servindo de ferramenta para o ensino em diversos conteúdos matemáticos (Teorema das Paralelas, Teorema de Pitágoras, funções, gráficos, estatística, ângulos etc.). As ideias apresentadas foram direcionadas na investigação

matemática, que inicialmente é formulada uma conjectura e explorada as diversas posições geométricas, para depois provarmos que a relação entre os objetos é válida independente das infinitas formas.

Embora relacionamos a formação do professor com a utilização e domínio das tecnologias digitais, viabiliza-se que os recursos computacionais no seu âmbito educacional não é uma prática fortemente estruturada, nos que remete a esta tendência, ainda temos que evoluir diversas técnicas de como se explorar *softwares* matemáticos na sala de aula.

É justificável que, com o rápido avanço tecnológico atual, a possível “nova” tecnologia deixe de ser “nova” em pouco tempo. Mas isso faz parte do avanço da nossa sociedade, e nós professores temos de estar “conectados” as tendências e refletir o que pode ser agregado as nossas aulas. As tecnologias digitais possuem essas características, da rápida evolução. No entanto, a essência de um *software* (o GeoGebra, por exemplo) e o que ele verdadeiramente propõe, é mantido, e ao redor de tudo o que já foi construído, é aprimorado com “novas” ferramentas ou comandos.

Após as análises das três oficinas e dos relatos apresentados, consideramos que os professores de matemática podem se aperfeiçoar de formas diversas, e durante toda a sua trajetória profissional. Assim, nosso PE, desenvolvido a partir da análise dos resultados de recentes pesquisas e nos relatos levantados pelas oficinas oferecidas, pode atender às necessidades de professores que pretendem se aperfeiçoar e abordar conceitos matemáticos por meio das tecnologias digitais.

REFERÊNCIAS

ALBERTO, A. P. L.; COSTA, L. S.; CARVALHO, T. M. M. **A Utilização do Software Geogebra no Ensino da Matemática**, 2014. In: OLIVEIRA, C. C.; MARIM, V. et al. (org.). **Educação Matemática: contextos e práticas docentes**. 2. ed. Campinas: Alínea, 2014.

BENTO, A. V. Como Fazer Uma Revisão da Literatura: Considerações Teóricas e Práticas. **Revista Associação Acadêmica da Universidade de Madeira**, Madeira, n. 65, p. 42-44, 2012. Disponível em: <<http://www3.uma.pt/bento/Repositorio/Revisaodaliteratura.pdf>>. Acesso em: 18 abr. 2015.

BORTOLOSSI, H. J. Criando Conteúdos Educacionais Digitais Interativos em Matemática e Estatística com o Uso Integrado de Tecnologias: Geogebra, JavaView, HTML, CSS, MathML e JavaScript. **Primeira Conferência Latino-Americana de Geogebra**, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 28-36, 2012. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/8823/6595>>. Acesso em: 17 fev. 2015.

BRASIL, Brasil Escola – MEC, 2015. Disponível em: <<http://monografias.brasilecola.com/regras-abnt/pesquisa-quantitativa-qualitativa.htm>>. Acesso em 10 ago. 2015.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: um elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

DICIONÁRIO InFORMAL, 2015. Disponível em: <<http://www.dicionarioinformal.com.br/pesquisa%20qualitativa/>>. Acesso em 10 ago. 2015.

DIEHL, A. A.; TATIM, D. C. **Pesquisa em Ciências Sociais aplicadas: métodos e técnicas**. São Paulo: Prentice Hall, 2004.

FERREIRA, L. **Uma Proposta de Ensino de Geometria Hiperbólica: “Construção do Plano de Poincaré” com o uso do software Geogebra**. 2011. 291 f. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2011. Disponível em: <<http://www.dma.uem.br/igi/arquivos/artigo1.pdf>>. Acesso em: 20 jan. 2015.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas, Autores Associados, 2012.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREITAS, A. V.; LEITE, L. S. **Com Giz e Laptop**: da concepção à integração de políticas públicas de informática. Rio de Janeiro: Wak Editora, 2011.

FREITAS, A. V.; LOZANO, A. R. G.; SIQUEIRA, A. S. **Formação do Professor de Matemática Envolvendo Novos Recursos Tecnológicos**: reflexões e propostas. Disponível em: <<http://www.seer.ufu.br/index.php/braziliangeojournal/article/view/23437/12962>>. Acesso em: 16 set. 2013.

FREITAS, A. V.; PEREIRA, R. M.; VICTER, E. F.; SIQUEIRA, A. S. Formação do Professor de Matemática Mediada por Tecnologias Digitais: Análises da Proposta de Oficinas de Geogebra. **Revista Uniabeu**, Belford Roxo, v. 7, n. 17, p. 125-139, 2014. Disponível em: <http://revista.uniabeu.edu.br/index.php/RU/article/view/1476/pdf_173>. Acesso em: 16 jan. 2015.

GEOGEBRA. **Instalar o Geogebra**. Disponível em: <http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/download/>. Acesso em: 8 jan. 2014.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIRALDO, V.; CAETANO, P.; MATTOS, F. **Recursos Computacionais no Ensino de Matemática**. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

HOHENWARTER, Markus. **Geogebra**. Disponível em: <<http://www.geogebra.org/cms/en/info>>. Acesso em: 8 set. 2013.

JÚNIOR, A. J. S.; MOURA, E. M. **Constituição de um Ambiente Virtual de Aprendizagem com Objetos de Aprendizagem**, 2014. In: OLIVEIRA, C. C.; MARIM, V. et al. (org.). **Educação Matemática**: contextos e práticas docentes. 2. ed. Campinas: Alínea, 2014.

JÚNIOR, R. O. R.; HENRIQUES, A. Modelagem Trigonométrica de Cálculo de Distâncias usando Geogebra. **Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo**, São Paulo, v. 3, n. 2, p. 80-103, 2014. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/20771/16104>>. Acesso em: 16 fev. 2015.

KENSKI, V. M. **Tecnologias e Ensino Presencial e a Distância**. 9. ed. Campinas: Papyrus, 2003.

LEITE, L. S.; POCHO, C. L.; AGUIAR, M. M.; SAMPAIO, M. N. **Tecnologia Educacional**: descubra suas potencialidades na sala de aula. 7. ed. Petrópolis: Vozes, 2012.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. **A Formação Matemática do Professor**: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

SANTOS, R. P. **As Dificuldades e Possibilidades de Professores de Matemática ao Utilizarem o Software Geogebra em Atividades que envolvem o Teorema de Tales**. 2010. 143 f. Dissertação de Mestrado – Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em: <http://www.sapientia.pucsp.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=11888>. Acesso em: 20 jan. 2015.

SILVA, M. D. F. Resignificando o Teorema de Pitágoras com o Uso do Geogebra: uma articulação entre a história da matemática e o uso dos recursos computacionais. **Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo**, São Paulo, v. 3, n. 1, p. 35-46, 2014. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/35/14732>>. Acesso em: 18 fev. 2015.

TALL, D.; VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 3, n. 12, p. 151-169, 1981. Disponível em: <<http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1981a-concept-image.pdf>>. Acesso em: 06 jun. 2015.

TENÓRIO, A.; COSTA, Z. S. S.; TENÓRIO, T. Resolução de Exercícios e Problemas de Função Polinomial de 1º Grau com e sem o Geogebra. **Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo**, São Paulo, v. 3, n. 2, p. 104-119, 2014. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/21771/16108>>. Acesso em: 16 fev. 2015.

TINOCO, L. A. A. **Geometria Euclidiana Por Meio de Resolução de Problemas**. 3. ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, Projeto Fundação, 2011.

APÊNDICES E ANEXOS

| Apêndice/Anexo | Descrição | Página |
|---|--|--------|
| Apêndice A - Materiais orientadores do PE | Desenrolando o cosseno | 70 |
| | Desenrolando o seno | 72 |
| | Desenrolando a tangente | 74 |
| | Estudo da função quadrática | 76 |
| | Teorema de Tales | 88 |
| | Teorema de Pitágoras | 80 |
| | Construindo a lei dos senos | 82 |
| | Soma dos ângulos internos de triângulos | 85 |
| | Transformações de funções trigonométricas | 87 |
| | Ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal | 89 |
| | Comportamento da função afim | 91 |
| | Ângulos central e inscrito em uma circunferência | 93 |
| Apêndice B - Artigos provenientes da pesquisa | Artigo sobre a oficina I de GeoGebra publicado na revista UNIABEU em 2014, v. 7, n. 17, p. 125-139. | 95 |
| | Artigo sobre o PE publicado na revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo em 2015, v. 4, n. 1, p. 29-44. | 110 |
| Anexo A | Comitê de Ética e Pesquisa (CEP) | 126 |
| Anexo B | Termo de consentimento | 127 |
| Anexo C | Certificados das oficinas I e III | 128 |

APÊNDICE A – Materiais Orientadores do Produto Educacional

Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica
 Produto Educacional – Renan Marques Pereira
 Orientadores: Prof.^a Dr.^a Eline das Flores Victor
 Prof. Dr. Adriano Vargas Freitas



GeoGebra
 Dynamic Mathematics for Everyone

Material Orientador – Desenrolando o Cosseno

1. Conceitos e Características

O gráfico da função cosseno é um dos mais elementares das funções trigonométricas existentes. Neste material de aula é significativamente importante mostrar para os estudantes como é formado (desenhado) o gráfico da função cosseno ($f(x) = \cos(x)$), indicando que o eixo do cosseno é associado ao eixo dos x no círculo unitário. O esboço do gráfico em vermelho representa o conjunto de todos os pontos $(x, \cos(x))$ ou $(x, f(x))$ no plano Cartesiano. Como estamos representando o gráfico de uma função real de variável real, podemos representar o gráfico da seguinte maneira: $G_f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}; y = \cos(x)\}$.

A origem do formato deste gráfico está exatamente no círculo unitário apresentado no material, e sua formação cíclica fica intuitiva quando é mostrado de forma dinâmica a trajetória do ponto em vermelho. É importante associar o ângulo sendo aberto no círculo trigonométrico com o eixo (dos radianos) da janela ao lado, e também com os valores do cosseno desses ângulos no outro eixo.

2. Como utilizar: explorando potencialidades

No círculo unitário mexemos o ponto em vermelho, e concomitantemente a função cosseno será desenhada na tela ao lado (direita). Existem dois sentidos que podem ser explorados, o horário (ângulos negativos) e o anti-horário (ângulos positivos). Inicialmente, é recomendável estudar esses sentidos com os nossos estudantes.

Podemos também instigar eles com os seguintes questionamentos:

- Por que o gráfico desta função começa a ser esboçado no ponto $(0, 1)$? Por que não é na origem?
- Conseguiríamos visualizar parcialmente esse gráfico com os ângulos notáveis? Quais seriam esses ângulos?
- Identifique os quadrantes do círculo unitário.
- Por que os ângulos formados nos primeiro e quarto quadrantes do círculo unitário formam o desenho da função acima do eixo dos y na outra tela?
- Por que os ângulos formados nos segundo e terceiro quadrantes do círculo unitário formam o desenho da função abaixo do eixo dos y na outra tela?

- Analise o gráfico formado começando do ângulo zero grau. A partir de qual ponto temos uma repetição (de forma cíclica) do desenho formado?
- Escolha um ângulo notável e some 360° (2π radianos) e faça isso com o resultado algumas vezes (veja no gráfico o valor do cosseno). Veja o que os estudantes podem concluir com isso.

É recomendável que nosso estudante reflita sobre o comportamento dessa função trigonométrica, então, faça mudanças de escalas e continue o instigando se continua sendo a mesma função cosseno.

Professor(a), possui alguma sugestão ou crítica? Envie para renanmarques89@gmail.com

Material Orientador – Desenrolando o Seno

1. Conceitos e Características

O gráfico da função seno é um dos mais elementares das funções trigonométricas existentes. Neste material de aula é significativamente importante mostrar para os estudantes como é formado (desenhado) o gráfico da função seno ($f(x) = \text{sen}(x)$), indicando que o eixo do seno é associado ao eixo dos y no círculo unitário. O esboço do gráfico em vermelho representa o conjunto de todos os pontos $(x, \text{sen}(x))$ ou $(x, f(x))$ no plano Cartesiano. Como estamos representando o gráfico de uma função real de variável real, podemos representar o gráfico da seguinte maneira: $G_f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}; y = \text{sen}(x)\}$.

A origem do formato deste gráfico está exatamente no círculo unitário apresentado no material, e sua formação cíclica fica intuitiva quando é mostrado de forma dinâmica a trajetória do ponto em vermelho. É importante associar o ângulo sendo aberto no círculo trigonométrico com o eixo (dos radianos) da janela ao lado, e também com os valores do seno desses ângulos no outro eixo.

2. Como utilizar: explorando potencialidades

No círculo unitário mexemos o ponto em vermelho, e concomitantemente a função seno será desenhada na tela ao lado (direita). Existem dois sentidos que podem ser explorados, o horário (ângulos negativos) e o anti-horário (ângulos positivos). Inicialmente, é recomendável estudar esses sentidos com os nossos estudantes.

Podemos também instigar eles com os seguintes questionamentos:

- Por que o gráfico desta função começa a ser desenhado no ponto $(0, 0)$, ou seja, na origem?
- Conseguiríamos visualizar parcialmente esse gráfico com os ângulos notáveis? Quais seriam esses ângulos?
- Identifique os quadrantes do círculo unitário.
- Por que os ângulos formados nos primeiro e segundo quadrantes do círculo unitário formam o desenho da função acima do eixo dos y na outra tela?
- Por que os ângulos formados nos terceiro e quarto quadrantes do círculo unitário formam o desenho da função abaixo do eixo dos y na outra tela?
- Analise o gráfico formado começando do ângulo zero grau. A partir de qual ponto temos uma repetição (de forma cíclica) do desenho formado?

- Escolha um ângulo notável e some 360° (2π radianos) e faça isso com o resultado algumas vezes (veja no gráfico o valor do seno). Veja o que os estudantes podem concluir com isso.

É recomendável que nosso estudante reflita sobre o comportamento dessa função trigonométrica, então, faça mudanças de escalas e continue o instigando se continua sendo a mesma função seno.

Professor(a), possui alguma sugestão ou crítica? Envie para renanmarques89@gmail.com

Material Orientador – Desenrolando a tangente

1. Conceitos e Características

O gráfico da função tangente possui aspectos periódicos, assim como os gráficos das funções seno e cosseno. Neste material de aula é sugerido mostrar para os estudantes como é formado (desenhado) o gráfico da função tangente ($f(x) = tg(x)$), indicando que os valores relacionados aos ângulos têm origem na reta que tangencia verticalmente o círculo unitário no ponto $(1,0)$. O esboço do gráfico em vermelho representa o conjunto de todos os pontos $(x, tg(x))$ ou $(x, f(x))$ no plano Cartesiano. Como estamos representando o gráfico de uma função real de variável real, podemos representar o gráfico da seguinte maneira: $G_f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}; y = tg(x)\}$.

A origem do formato deste gráfico está exatamente no círculo unitário apresentado no material, e sua formação cíclica fica intuitiva quando é mostrado de forma dinâmica a trajetória do ponto em vermelho. É importante associar o ângulo sendo aberto no círculo trigonométrico com o eixo dos x , e os valores na reta tangente com o eixo dos y .

2. Como utilizar: explorando potencialidades

No círculo unitário mexemos o ponto em vermelho, e concomitantemente a função tangente será desenhada na tela ao lado (direita). Existem dois sentidos que podem ser explorados, o horário (ângulos negativos) e o anti-horário (ângulos positivos). Inicialmente, é recomendável estudar esses sentidos com os nossos estudantes.

Podemos também instigar eles com os seguintes questionamentos:

- Por que essa função tem aspectos periódicos? Quais são esses períodos (intervalos) que possuem valores positivos? E negativos?
- Quando o gráfico está sendo desenhado, observe quando se aproxima de $\frac{\pi}{2}$ radianos, o que acontece com o pontinho vermelho? E quando se aproxima de $\frac{3\pi}{2}$?
- Qual é a tangente de $\frac{\pi}{2}$ radianos? E de $\frac{3\pi}{2}$ radianos?
- Indique o intervalo em que a tangente não existe.
- Depois do gráfico desenhado, observe se a função possui a seguinte relação: $tg(-x) = -tg(x)$.
- Essa função possui alguma simetria? Explique.

- Por que a função tangente intersecta o eixo dos x em $\{\dots, -2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi, \dots\}$?

Professor(a), possui alguma sugestão ou crítica? Envie para renanmarques89@gmail.com

Material Orientador – Estudo da Função Quadrática

1. Conceitos e Características

Toda função quadrática (ou função polinomial do segundo grau) pode ser representada por meio da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, com os coeficientes $a, b, c \in \mathbb{R}$ para $a \neq 0$. Além disso, toda função quadrática também possui:

- Um eixo de simetria que é representado pela reta $x = k$ (na vertical), sendo k uma constante pertencente aos Reais (\mathbb{R}).
- Um vértice (um ponto ou coordenada (x_v, y_v)) que pode ser calculado pelas fórmulas, $x_v = -\frac{b}{2a}$ e $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$. Este ponto representa um máximo ou mínimo de uma função quadrática.
- Raízes, que podem ser calculadas quando temos a função igualada a zero, ou seja, $ax^2 + bx + c = 0$ ($f(x) = y = 0$). A fórmula da equação do segundo grau ($x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, com $\Delta = b^2 - 4ac$) nos permite encontrar estas raízes (dois pontos: $(x_1, 0)$ e $(x_2, 0)$).
- Foco (ponto) e diretriz (reta). O formato do gráfico de uma função quadrática (parábola) está relacionado ao foco e diretriz da mesma. Todos os pontos no plano que equidistam do foco e da diretriz formam o desenho da parábola naturalmente. Lembrando que o foco (ponto) não pertence a diretriz (reta).
- Reta tangente em um determinado ponto pertencente a parábola. Podemos calcular essa reta tangente realizando a derivada da função quadrática ($f'(x) = 2ax + b$) substituindo no ponto dado.
- Imagem da função que é representada no eixo das ordenadas (está em vermelho no material). São todos os valores de y que a função quadrática possui. Reparemos também que a imagem está limitada conforme estabelecido o domínio (eixo dos x) da função.

2. Como utilizar: explorando potencialidades

- Uma atividade investigativa seria explorar os controles deslizantes a , b e c no GeoGebra, que estão representando as mudanças de forma dinâmica dos coeficientes da função. Instigamos os nossos alunos: O que acontece com a parábola quando alteramos somente o coeficiente a ? E o b ? E o c ?

- Por que o eixo de simetria está na vertical, e não na horizontal? Por que é representado pela reta $x = k$?
- Uma parábola sempre possuirá vértice? E se alterarmos o domínio da função?
- No material, quando mudamos os coeficientes, para alguns casos as raízes $(x_1, 0)$ e $(x_2, 0)$ não são destacadas na parábola, quer dizer que a função não as possui?
- Peça para os alunos derivarem a função quadrática e igualar a zero. Qual ponto foi encontrado? Como é a reta tangente neste ponto?

Em qual situação que a imagem de alguma função quadrática serão todos os Reais?

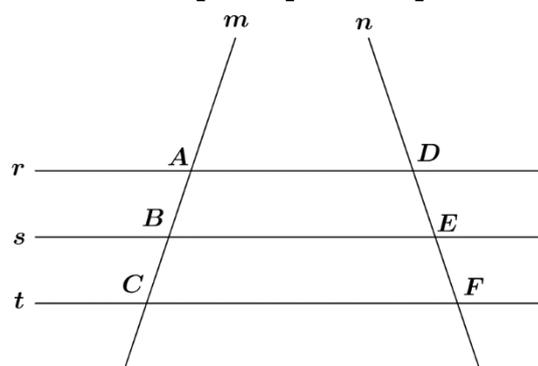
Professor(a), possui alguma sugestão ou crítica? Envie para renanmarques89@gmail.com

Material Orientador – Teorema de Tales

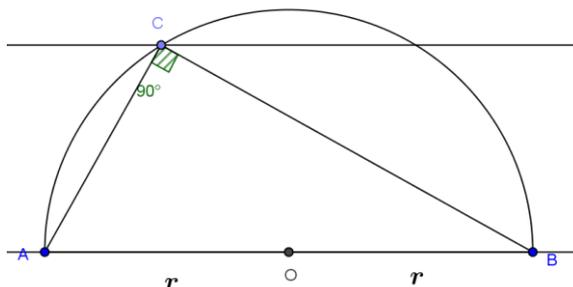
1. Conceitos e Características

Utilizaremos o conceito do Teorema de Tales para provar que todo ângulo de vértice em C é reto. O Teorema de Tales nos diz que, se temos as retas r , s e t paralelas, e m e n transversais a elas, então podemos afirmar que (observe a figura):

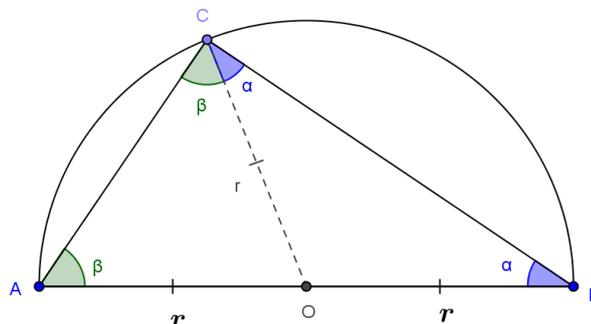
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}}$$



Observe que nesta atividade temos um caso particular do Teorema de Tales, o qual envolve uma semicircunferência.



Partimos do princípio em segmentar o triângulo retângulo em dois, ligando um segmento de reta nas extremidades C até O.



Por se tratar de uma semicircunferência, podemos afirmar que há uma característica de três segmentos serem iguais, que são exatamente a medida do raio da circunferência, como indicado na figura acima. Os dois triângulos formados possuem dois lados iguais, então podemos afirmar que são triângulos isósceles, que possuem também dois ângulos iguais, definidos na figura por α e β .

Sabemos que a soma de todo triângulo é igual a 180° , então faremos a seguinte relação de igualdade:

$$\beta + \beta + \alpha + \alpha = 180^\circ$$

$$2\beta + 2\alpha = 180^\circ$$

$$2(\alpha + \beta) = 180^\circ$$

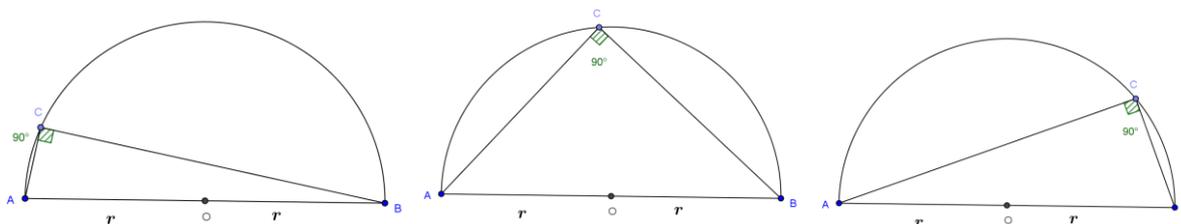
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

O ângulo $\alpha + \beta$ forma exatamente o ângulo no vértice em C, o que resulta 90° . Ou seja, independente dos valores de α e β , sempre teremos um ângulo de 90° sendo formado neste vértice C.

2. Como utilizar: explorando potencialidades

É sugerido que antes mesmo do professor efetuar a demonstração envolvida nesta atividade, utilize a caixa de seleção “Exibir dicas”. Assim, instigando aos alunos uma investigação matemática por meio da conjectura inicial.

Sugere-se que o professor arraste o ponto C para mostrar aos alunos que independentemente da posição que assuma na semicircunferência, o ângulo sempre será 90° . Também poderá arrastar os pontos A e B, alterando-se assim o tamanho do raio (consequentemente da circunferência), e mostrando também que independente do seu tamanho a relação ainda é a mesma.



O professor também poderá explorar o campo de seleção “Exibir cálculo numérico”, e mostrar aos alunos o cálculo da soma dos ângulos formados. Destacamos que o GeoGebra não é um *software* de cálculo numérico, porém quando são feitos cálculos mais simples, como este, o *software* tem uma resposta “rápida e precisa” e poderá ser útil no ensino.

Professor(a), possui alguma sugestão ou crítica? Envie para renanmarques89@gmail.com

Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica
 Produto Educacional – Renan Marques Pereira
 Orientadores: Prof.^a Dr.^a Eline das Flores Victer
 Prof. Dr. Adriano Vargas Freitas

Material Orientador – Teorema de Pitágoras

1. Conceitos e Características

O conceito envolvido nesta atividade investigativa é um dos mais conhecidos do mundo, o Teorema de Pitágoras. A investigação parte de um quadrado de área a^2 , que depois pode ser realocada por meio dos triângulos retângulos de lados a , b e c . O conceito é estabelecer uma relação entre os comprimentos dos lados de um triângulo retângulo, e o Teorema estabelece uma relação entre áreas: $a^2 = b^2 + c^2$

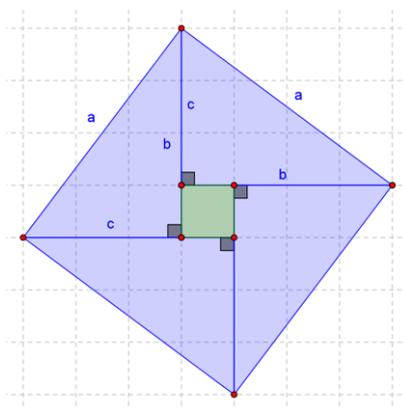
Por ser uma prova geométrica, o alunos deverá utilizar a observação e o professor pode explorar o conceito a partir de áreas, e posteriormente relacionar os lados do triângulo retângulo.

2. Como utilizar: explorando potencialidades

Para esta atividade é sugerido que o professor leve os alunos para um laboratório de informática, e instigue-os por meio de uma investigação geométrica, objetivando encontrar o Teorema de Pitágoras. A conjectura inicial pode ser feita por meio da relação:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

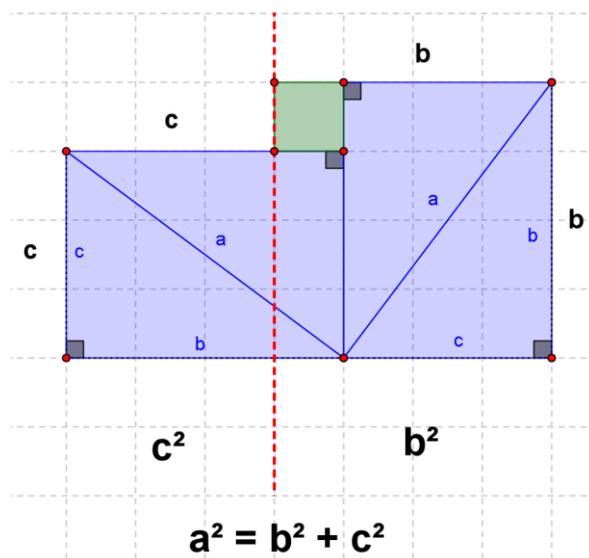
O estudante pode explorar as possíveis posições geométricas dos triângulos retângulos (“encaixando” em outras posições), partindo da área do quadrado maior a^2 , com o propósito em relacioná-la com as áreas b^2 e c^2 .



Os pontos em vermelho foram utilizados para girar os triângulos retângulos, e eles podem ser movimentados com o simples “pegar” e “arrastar”

que o GeoGebra dispõe. Também optou-se por utilizar uma malha quadriculada para tornar o ensino mais intuitivo para os estudantes.

Depois que os alunos fizerem as devidas investigações, o professor pode utilizar as caixas de seleção “Exibir dicas”, assim, mostrando caminhos para que os estudantes possam provar o Teorema geometricamente.



Outra atividade válida é provar essa relação não somente por meios geométricos, mas sim por meios algébricos que também envolverá outros conceitos como a semelhança de triângulos.

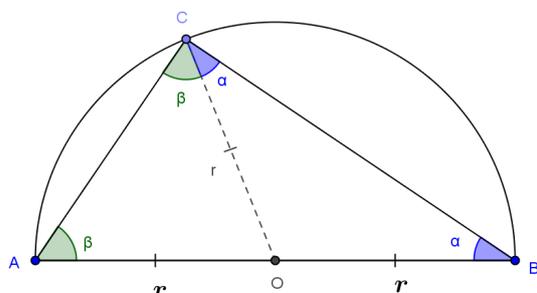
Professor(a), possui alguma sugestão ou crítica? Envie para renanmarques89@gmail.com

Material Orientador – Construindo a Lei dos Senos

1. Conceitos e Características

A lei dos senos é uma relação muito útil quando estudamos os ângulos internos de um triângulo qualquer e seus lados.

O conceito inicial é que todo triângulo pode ser inscrito em uma circunferência, donde utilizaremos o conceito da circunferência, no qual todos os pontos pertencentes a ela são equidistantes a um ponto, chamado de centro, e essa distância estabelecida é chamada de raio.



Tracemos um diâmetro (maior corda da circunferência – dobro do raio) \overline{AE} , e podemos provar que o triângulo ABE é retângulo por meio do Teorema de Tales:

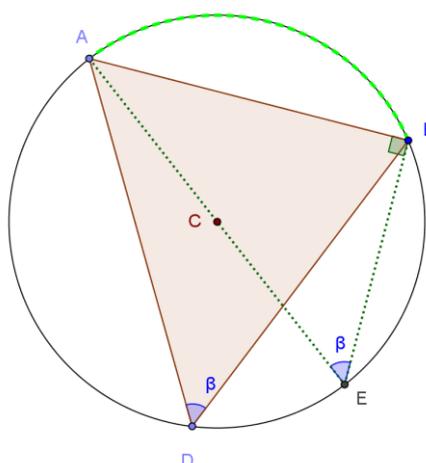
$$\beta + \beta + \alpha + \alpha = 180^\circ$$

$$2\beta + 2\alpha = 180^\circ$$

$$2(\alpha + \beta) = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

O ângulo formado nos vértices D e E são iguais. Podemos concluir isso utilizando o conceito de arcos, e neste caso, o arco \overline{AB} está relacionado aos dois ângulos inscritos na circunferência dos vértices D e E.



Com isso, podemos estabelecer a seguinte relação:

$$\text{sen}(\beta) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\overline{AB}}{2r} \Rightarrow 2r = \frac{\overline{AB}}{\text{sen}(\beta)}$$

Repare que o ângulo β também está no triângulo ABD qualquer, e não somente no triângulo retângulo o qual o conceito de seno pode ser aplicado.

Analogamente, podemos estabelecer essa relação para os demais ângulos do triângulo ABD qualquer e os demais lados:

$$2r = \frac{\overline{AB}}{\text{sen}(D)} = \frac{\overline{AD}}{\text{sen}(B)} = \frac{\overline{BD}}{\text{sen}(A)}$$

2. Como utilizar: explorando potencialidades

Esta atividade possui passos com dicas que podem ser utilizadas em uma sequência estabelecida na tela.

Considere o $\triangle ABD$ inscrito em uma circunferência cujo centro C está no interior de ABD.

É traçado o diâmetro AE e um segmento EB é formado. Exibir dica 1

a. Mostre que o $\triangle ABE$ é retângulo Exibir dica 2

b. Mostre que $\sphericalangle D = \sphericalangle E$ Exibir dica 3

c. Mostre que $[\overline{AB}/\text{sen}(D)] = 2r$ Exibir dica 4

d. Conclua o Teorema da Lei dos Senos

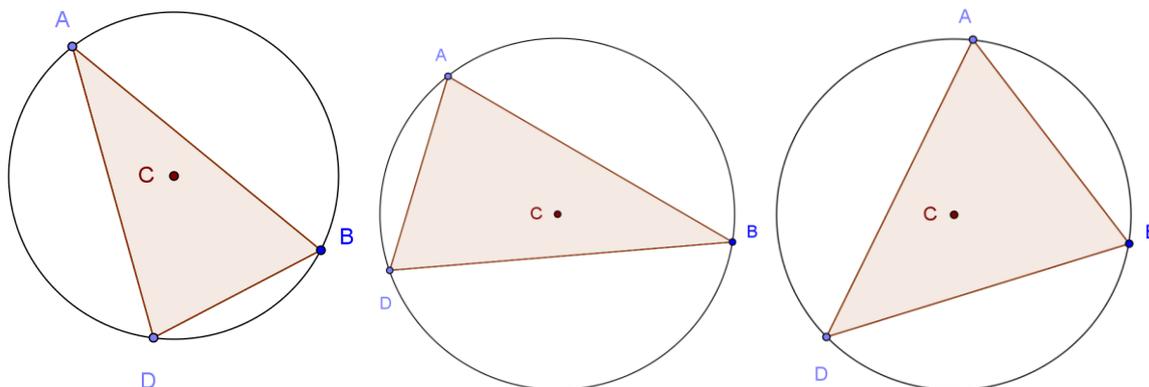
$$\frac{\overline{BD}}{\text{sen} A} = \frac{\overline{AB}}{\text{sen} D} = \frac{\overline{AD}}{\text{sen} B} = 2R$$

e. Como é denominado o $\triangle ABD$, no caso em que o circuncentro C pertence a um dos seus lados?

Mostre que a Lei dos senos também é válida neste caso.

Sugere-se ao professor que instigue aos alunos seguir essa sequência didática, passo a passo. Cada passo seguido pode ser acionado o campo de seleção “Exibir dica”, que concomitantemente será feita uma alteração na figura geométrica ao lado.

Outro aspecto que pode ser explorado com o GeoGebra, é a forma dinâmica que o professor pode mexer os objetos (pontos). Independentemente do tamanho da circunferência ou do tipo de triângulo formado dentro dela, a relação da lei dos senos será sempre a mesma.



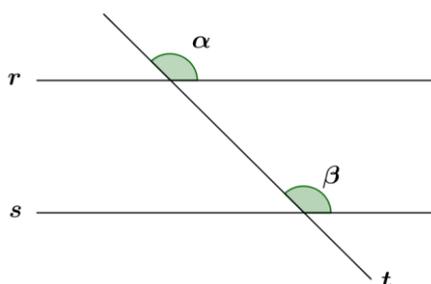
Os pontos A, B e D podem ser arrastados afim de fazer as mudanças dinâmicas.

Professor(a), possui alguma sugestão ou crítica? Envie para renanmarques89@gmail.com

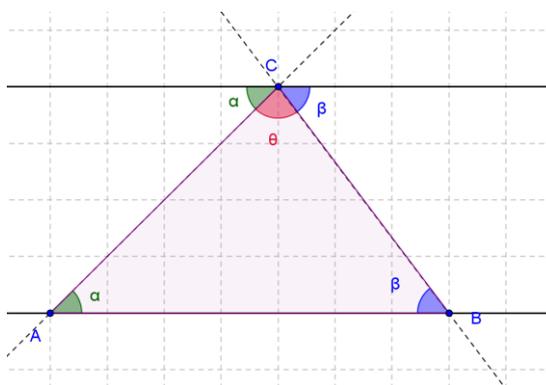
Material Orientador – Soma dos ângulos internos de triângulos

1. Conceitos e Características

Para provar que a soma dos ângulos α , β e θ será sempre 180° , ou seja, que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo será sempre 180° , podemos pensar no Teorema das paralelas, que nos diz:



Se as retas r e s são paralelas e t é uma transversal a elas, então os ângulos α e β são iguais. Vamos considerar que outros pares de ângulos correspondentes também serão iguais.

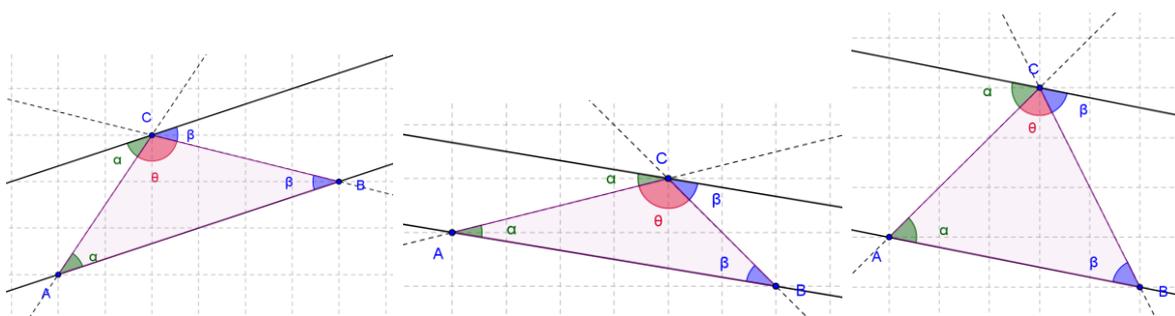


Observe que nesta atividade possuem duas retas transversais, ou seja, podemos aplicar o Teorema das paralelas duas vezes. O conceito de ângulos opostos pelo vértice também poderá ser trabalhado com essa prova. Na figura a cima, fica evidente que após aplicarmos o Teorema inicial teremos a seguinte relação: $\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$.

O professor também pode enfatizar que após ter a construção da reta que contém os pontos A e B, pelo 5º postulado de Euclides, podemos afirmar que por um ponto fora de uma reta passa uma única reta paralela a ela. E neste caso temos uma única paralela passando pelo ponto C.

2. Como utilizar: explorando potencialidades

Nesta atividade, sugerimos ao professor que explore os objetos dinâmicos no GeoGebra. Podemos pegar e arrastar os pontos A, B e C, os quais são os vértices dos triângulo e observar que não depende das inúmeras posições geométricas formadas, a relação ainda será a mesma.



Sugerimos que o professor utilize as dicas que poderão ser habilitadas por meio das caixas de seleção, que foram preparadas para que a prova seja feita passo a passo. Também há o campo de seleção “Exibir cálculo numérico”, e os alunos poderão ver o cálculo da soma dos ângulos formados numericamente. Destacamos que o GeoGebra não é um *software* de cálculo numérico, porém quando são feitos cálculos mais simples, como este, o *software* tem uma resposta “rápida e precisa” e poderá ser útil no ensino.

Professor(a), possui alguma sugestão ou crítica? Envie para renanmarques89@gmail.com

Material Orientador – Transformações de funções trigonométricas

1. Conceitos e Características

Representaremos as duas funções trigonométricas elementares, função seno e cosseno, da seguinte forma:

- $f(x) = A \operatorname{sen}(Bx + D) + C$
- $g(x) = A \operatorname{cos}(Bx + D) + C$

Os coeficientes A, B, C e D são valores Reais (\mathbb{R}). A representação abstrata de cada um dos coeficientes Reais, podem auxiliar no conceito envolvido na representação gráfica dessas funções, sendo indicado na tela as possíveis formas que estas funções podem assumir, no entanto não perdem a sua essência periódica.

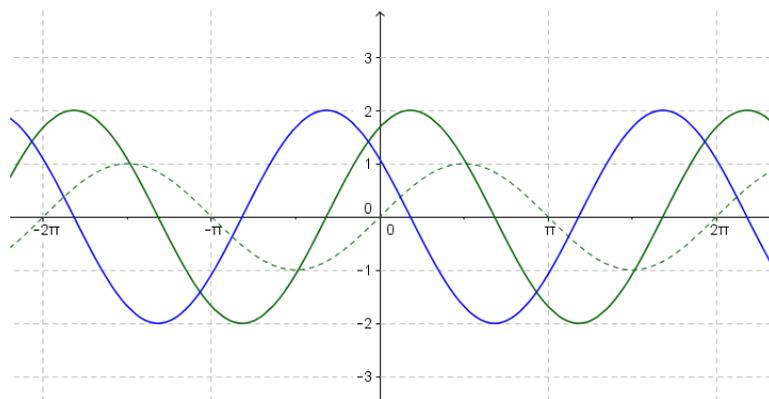
2. Como utilizar: explorando potencialidades

Nesta atividade estamos explorando o comportamento dessas duas funções trigonométricas quando os seus coeficientes (A, B, C e D) são alterados, um de cada vez. Sugerimos ao professor que utilize os controles deslizantes um de cada vez, e instigue os alunos, perguntando-os o que acontece com a representação gráfica dessas funções quando mudamos cada um deles. O período da função modifica quando? E a amplitude? Como podemos transladar o gráfico para cima e para baixo? E para os lados?

A forma dinâmica com o qual o gráfico é modificado com a mudança dos coeficientes, é um ponto que poderá ser explorado pelo professor.

Os gráficos estão plotados em cores diferentes para que o professor possa identificar possíveis diferenças e aspectos semelhantes, comparando-os.

Também deixamos disponível a opção para exibição dos gráficos $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ e $g(x) = \operatorname{cos}(x)$, para as possíveis comparações.

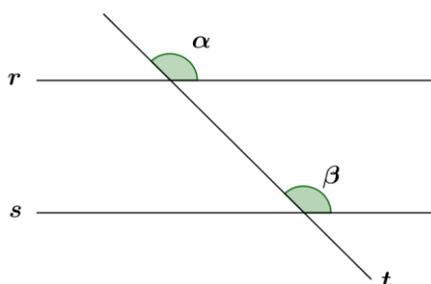


Professor(a), possui alguma sugestão ou crítica? Envie para renanmarques89@gmail.com

Material Orientador – Ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal

1. Conceitos e Características

O principal conceito envolvido quando formamos duas retas paralelas e uma transversal, é Teorema das paralelas, que nos diz:



Se as retas r e s são paralelas e t é uma transversal a elas, então os ângulos α e β são iguais. Vamos considerar que outros pares de ângulos correspondentes também serão iguais.

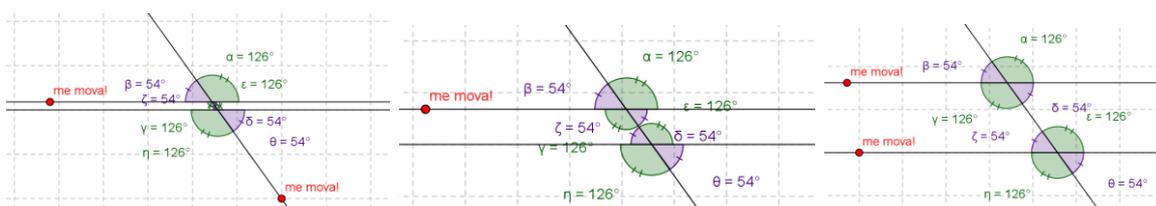
O professor também pode enfatizar que uma reta pode ser construída com pelo menos dois pontos, e pelo 5º postulado de Euclides, podemos afirmar que por um ponto fora desta mesma reta passa uma única reta paralela a ela.

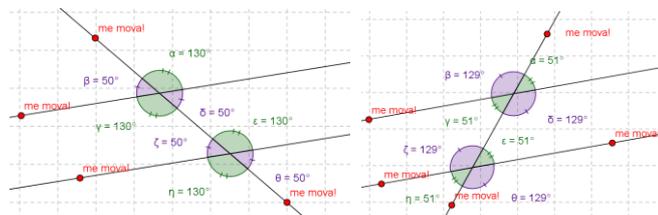
Os conceitos de ângulos opostos pelo vértice (O.P.V.), ângulos correspondentes e ângulos adjacentes também podem ser explorados nesta atividade.

2. Como utilizar: explorando potencialidades

Nesta atividade, sugerimos ao professor que explore os objetos dinâmicos no GeoGebra. Podemos pegar e arrastar os pontos que estão escritos “me mova” em vermelho, e observar que não depende das inúmeras posições geométricas formadas por estas retas e os ângulos, a relação ainda será a mesma (ainda teremos o paralelismo e o Teorema).

Sugerimos ao professor, que seria um momento oportuno em apresentar as diversas letras gregas aos estudantes.





Professor(a), possui alguma sugestão ou crítica? Envie para renanmarques89@gmail.com

Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica
 Produto Educacional – Renan Marques Pereira
 Orientadores: Prof.^a Dr.^a Eline das Flores VICTER
 Prof. Dr. Adriano Vargas Freitas



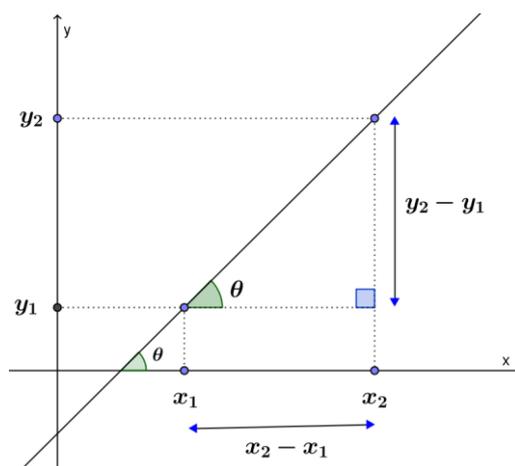
Material Orientador – Comportamento da função afim

1. Conceitos e Características

Toda função afim, ou função polinomial do primeiro grau, pode ser escrita por meio da forma: $f(x) = ax + b$, tal que a e b são coeficientes Reais.

O gráfico da função afim pode ser representado pela seguinte forma: $G_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y = ax + b\}$. Ou seja, são todos os pares ordenados que podem ser representados no sistema de coordenadas retangulares (plano Cartesiano), e respeitem a relação de $y = ax + b$, onde a e b são constantes que pertencem ao conjunto dos Reais.

Outro conceito nesta atividade são os coeficientes angulares e lineares.



A inclinação da reta formada dependerá do ângulo θ formado entre a curva e o eixo x . Reparemos também no triângulo retângulo formado, e podemos estabelecer a seguinte relação com os lados e o ângulo θ :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow (x_2 - x_1) \operatorname{tg} \theta = (y_2 - y_1)$$

Para representar uma equação da reta, basta termos um ponto pertencente a ela e o ângulo θ . A relação a cima explica por que temos o coeficiente angular acompanhado a variável x , e que é a tangente do ângulo formado.

2. Como utilizar: explorando potencialidades

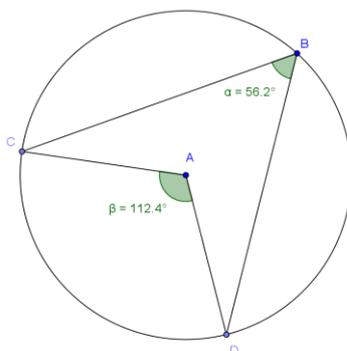
Sugerimos ao professor que possa explorar os controles deslizantes a e b , os quais representam as mudanças dinâmicas na construção geométrica da reta. Com a rapidez e “precisão” do *software* o professor pode instigar aos alunos o que acontece com a mudança de cada uma das constantes (uma de cada vez). Como consequência, o professor também poderá explorar os campos de seleção para exibir o ângulo formado com o eixo x e a intersecção com o eixo y .

Professor(a), possui alguma sugestão ou crítica? Envie para renanmarques89@gmail.com

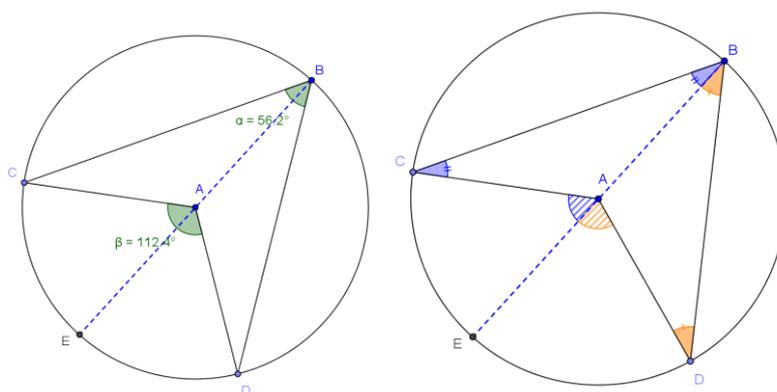
Material Orientador – Ângulo central e ângulo inscrito em uma circunferência

1. Conceitos e Características

Nesta atividade vamos investigar a relação que existe em um ângulo central e ângulo inscrito em uma circunferência. Inicialmente, o professor pode fazer uma conjectura: o ângulo central é o dobro do ângulo inscrito. A partir dela, poderá instigar aos estudantes sobre essa relação. Para o auxílio da conjectura, utilizamos a representação do ângulo numericamente.



Vamos investigar a prova que o ângulo β é o dobro do ângulo α . Para nos auxiliar podemos traçar um segmento \overline{BE} passando por A, o qual representa o diâmetro da circunferência.



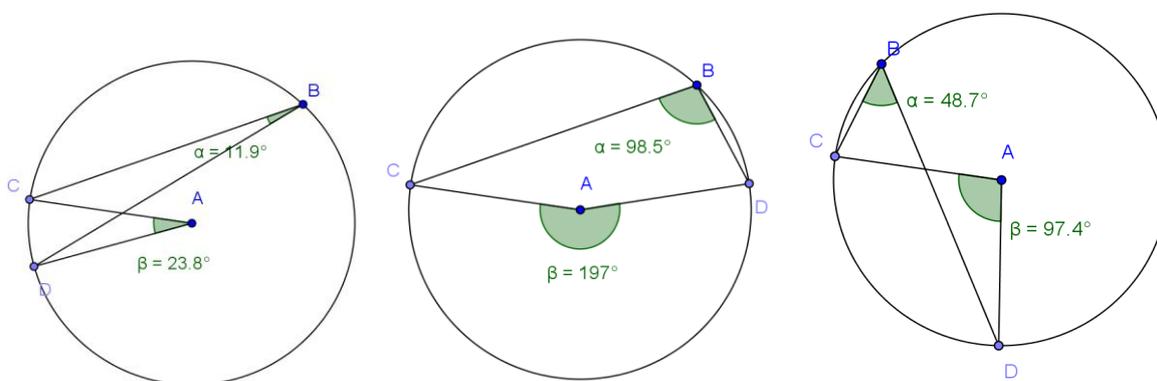
A partir de uma segmentação do diâmetro, podem ser formados dois ângulos (um azul e o outro laranja). Podemos utilizar a relação que existe em todo triângulo isósceles, o qual possui dois lados e ângulos iguais. E neste caso formamos dois triângulos isósceles, podendo ser aplicado duas vezes essa relação. Dois ângulos tracejados também foram formados, e eles representam a soma de dois ângulos internos do triângulo que não são

adjacentes a ele. Nesta soma, temos que este caso é o dobro, uma vez que estamos somando ângulos iguais que estão em um triângulo isósceles.

Podemos concluir que o ângulo tracejado em azul mais o ângulo tracejado em laranja, é a soma do dobro dos ângulos que está somente em azul e laranja. Então, o ângulo central formado é o dobro do ângulo inscrito.

2. Como utilizar: explorando potencialidades

Sugerimos ao professor que explore as possíveis posições geométricas que os ângulos central e inscrito podem assumir em uma circunferência. Podemos “pegar” e “arrastar” o ponto A, e mudar o raio da circunferência, e os pontos B, C e D para modificar as posições dos ângulos formados.



Observe que independente do raio e das posições dos ângulos, a relação ainda é a mesma.

O professor também poderá contar com os campos de seleção para que algumas dicas sejam exibidas, assim, auxiliando os estudantes na investigação da conjectura proposta.

Professor(a), possui alguma sugestão ou crítica? Envie para renanmarques89@gmail.com

APÊNDICE B – Artigo sobre a oficina I de GeoGebra publicado na revista UNIABEU em 2014, v. 7, n. 17, p. 125-139.

125

Revista UNIABEU  ISSN 2179-5037

**FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA MEDIADA POR
TECNOLOGIAS DIGITAIS: ANÁLISES DA PROPOSTA DE
OFICINAS DE GEOGEBRA**

**Adriano Vargas Freitas¹
Renan Marques Pereira²
Eline das Flores Viter³
Angelo Santos Siqueira⁴**

RESUMO: Neste artigo discutimos a formação do professor que ensina Matemática na Educação Básica de forma que este profissional se sinta capacitado a envolver tecnologias digitais em suas aulas, e perceba suas potencialidades para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Focamos um exemplo de ferramenta para o ensino, o *software* Geogebra, e algumas de suas atividades práticas. Baseamos esta investigação em oficinas direcionadas a professores de matemática. Utilizamos como método de pesquisa um modelo qualitativo exploratório, com levantamento de dados a partir de questionários com questões semiestruturadas e alguns relatos espontâneos realizados em um grupo de professores participantes. Dentre os resultados verificados, destaca-se a constatação de que a formação inicial não tem dado conta das novas possibilidades comunicacionais e pedagógicas proporcionadas pelas tecnologias digitais, o que converge e dialoga diretamente com pesquisas que defendem mudanças na estruturação dos cursos formadores de professores e a defesa do uso das tecnologias digitais em sala de aula como forma de atualização de práticas e metodologias na área de matemática.

Palavras-chave: Formação do Professor de Matemática; Ensino de Matemática; Tecnologias Digitais; Geogebra.

**THE FORMATION OF THE TEACHER OF MATHEMATICS THROUGH
DIGITAL TECHNOLOGIES: ANALYSES OF A PROPOSAL OF
GEOGEBRA WORKSHOPS**

¹ Doutor em Educação Matemática pela PUC/SP. Professor adjunto da Universidade Federal Fluminense no Instituto de Educação de Angra dos Reis. Email: adrianovargas@id.uff.br.

² Mestrando em Ensino das Ciências na Unigranrio. Professor de matemática da SEE do Rio de Janeiro. Email: renanmarques89@gmail.com.

³ Doutora em Modelagem Computacional (UERJ). Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências na Educação Básica da Unigranrio, SE de Teresópolis e SEE do Rio de Janeiro. elineflores@hotmail.com.

⁴ Doutor em Engenharia de Produção pela COPPE/UFRJ. Professor do Programa de Pós-Graduação em Letras e Ciências Humanas da Unigranrio. Email: asiqueira@unigranrio.com.br.

ABSTRACT: This paper discusses the formation of the teacher who teaches Mathematics in Primary Education. Analyze ways in which this professional feels empowered to engage digital technologies in his classes, and realizes his potential for improving the teaching and learning process. We focus on one example of a tool for teaching, Geogebra software, and some of its practical activities. This research is based on workshops aimed at teachers of mathematics. The method used is an exploratory qualitative research model with survey data from semi-structured questionnaires with questions and some spontaneous reports performed on a group of participating teachers. Among the data, there is the realization that the initial training has not given account of new communication and pedagogical possibilities offered by digital technologies, which converges and converses directly with research that advocate changes in the structuring of trainers courses for teachers, and the defense of the use of digital technologies in the classroom as a way to update practices and methodologies in the area of mathematics.

Key Words: Teacher of Mathematics Education; Teaching of Mathematics; Digital technologies; Geogebra.

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Buscamos neste estudo analisar a formação do professor que ensina matemática, em especial da escola básica, e os impactos que podem ocorrer nas práticas pedagógicas desses profissionais a partir da utilização de tecnologias digitais nessa formação, inicial ou continuada. Dois questionamentos que consideramos primordiais nos nortearam nesta pesquisa de metodologia qualitativa e de caráter exploratório (GIL, 2009): Quais são as novas demandas que recursos tecnológicos digitais trazem para a formação/atuação deste profissional? O Geogebra⁵ pode se apresentar como auxiliador do professor em suas práticas pedagógicas nas aulas de matemática?

Tomamos como ponto de partida o entendimento de que é primordial em nossa sociedade contemporânea, cada vez mais envolvida em facilidades de produção e acesso a informações, a percepção por parte do professor de que sua formação não se finda no momento de conclusão de sua licenciatura. Esse momento seria apenas de um novo recomeço formativo, uma nova etapa de um processo que visa (re)construir esse profissional inacabado (FREIRE, 1996), em um permanente processo de conhecimento de suas fragilidades no campo acadêmico e busca de formas de melhoria de suas práticas pedagógicas.

⁵ O autor do Geogebra (<http://www.geogebra.org/cms/en/info>), Markus Hohenwarter, o define como "um software gratuito e multiplataforma de Matemática dinâmica para todos os níveis de ensino. Ele integra geometria, álgebra, planilha eletrônica, gráficos, estatística e cálculo em um único ambiente fácil de usar". Atualmente está na sua versão 4.4.23.0 e pode ser encontrado no site: http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/download/. Acesso em: 6 abr. 2014.

Torna-se a cada dia mais emergencial que a formação do professor de matemática, assim como de outras áreas de conhecimento, envolva análises a respeito da importância de nossas salas de aula se apresentarem como ambientes favoráveis ao diálogo, à descoberta, ao acerto e ao erro e à reflexão do que cada uma destas etapas complementares representam na construção do conhecimento dos seus alunos.

Essas ideias significam remodelar/adaptar o ambiente escolar para que seja mais propício ao desenvolvimento da inteligência enquanto “capacidade multiforme de adaptação às diferenças e às mudanças” (PERRENOUD, 1999, p. 15). Em especial, destacamos as mudanças decorrentes do pertencimento ao mundo em constante avanço tecnológico. Tais mudanças vêm exigindo adaptação contínua dos professores às novas formas comunicacionais proporcionadas pela cibercultura (LEVY, 1999)⁶, de forma a tornarem-se profissionais capazes de “lidar com inúmeros desafios suscitados pela escolarização de massa em todos os níveis de ensino” (TARDIF, 2007, p. 114).

As análises dessa demanda nos leva a questionar o quão distante estariam os atuais cursos de formação de professores de matemática dos reais problemas que enfrentarão estes docentes ao entrarem na sala de aula da educação básica. Dentre eles, por exemplo, a dificuldade de despertar o interesse dos alunos para os conteúdos a serem desenvolvidos nas aulas.

Essas percepções levantam reflexões sobre os novos papéis do professor, do que significa ser um bom professor de matemática em nossos dias, e quais as formas de eliminar as lacunas existentes em sua formação, de maneira a se sentir à vontade para lidar com as crescentes potencialidades das novas formas tecnológicas de informação e comunicação. Destacamos que esta capacitação deve significar que este profissional deixe de ser simples consumidor de tecnologias e torne-se pesquisador de caminhos que direcione suas aulas para a aprendizagem mais consistente e dinâmica, e possa, ele também, ser divulgador dessas novas possibilidades.

Os estudos de Buckingham convergem nessa linha de análise, destacando que devemos ter consciência da urgência na busca de formas de inclusão digital

⁶ De acordo com Levy (1999), cibercultura significa a forma sociocultural que advém de uma relação de trocas entre a sociedade, a cultura e as novas tecnologias via *internet* e suas ferramentas computacionais.

deste profissional de modo que as potencialidades comunicacionais e pedagógicas dessas tecnologias tenham maior espaço em suas aulas, afinal, os meios digitais têm "enorme potencial para o ensino, mas é difícil realizar este potencial se eles são considerados apenas tecnologias, e não formas de comunicação" (2008, p. 9).

2. FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA ENVOLVENDO TECNOLOGIAS DIGITAIS

Pesquisas recentes (FREITAS, 2009, 2011) indicam que boa parte das dificuldades enfrentadas por professores para se atualizarem na utilização de tecnologias digitais em sala de aula se referem a problemas de disponibilidade de tempo para dedicação, e dinheiro para investimento em novos cursos, o que também nos remete às análises de Kenski (2008, p. 106), que defende não ser possível "impor aos professores a continuidade da autoformação, sem lhes dar a remuneração, o tempo e as tecnologias necessárias para sua realização".

Em ideias congêneres, Lucena (2003, p. 237) ressalta que, nos últimos anos, propostas que visam melhorar nosso sistema educacional têm exigido decisões fundamentais e criativas por parte de equipes responsáveis, no sentido de propor mudanças efetivas na Educação. Dentre tais decisões, a de inserir tecnologias digitais, com ênfase no computador e na *internet* no processo educacional para que a escola possa construir ambientes mais próximos da realidade cotidiana de nossos estudantes, grande parte já explorador das "inúmeras possibilidades disponibilizadas pelas novas tecnologias e tudo o que elas representam em termos de potenciais para a produção e veiculação de conhecimento", bem como de outras facilidades relacionadas à vida, ao trabalho e ao lazer.

Em análises direcionadas ao distanciamento das práticas pedagógicas dos professores dessa realidade vivenciada pelos estudantes, Silva (2013) argumenta que as máquinas assumirão em ritmo cada vez mais crescente os trabalhos rotineiros e a confecção de cálculos intensivos. Desta forma, os desafios que se apresentarão para as novas gerações e, por consequência, para os professores, formadores dessas novas gerações, envolverão a busca pela resolução de problemas concretos que incluirão ferramentas computacionais e o conhecimento dos significados e das capacidades e limitações das tecnologias.

Não será admissível que a análise de situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução seja exequível sem o recurso a meios computacionais, pelo menos numa grande classe de problemas mais realistas. O contato dos alunos com os modelos matemáticos não se poderá restringir à classe daqueles que "dão contas certas". (...) Não é possível compreender a relação entre o avanço científico e o progresso da humanidade sem referir o papel das novas tecnologias da informação e comunicação e suas relações com as ciências básicas. A formulação de "generalizações a partir de experiências" será em grande parte exequível apenas com o auxílio das capacidades numéricas ou gráficas de uma calculadora científica ou gráfica ou de um computador. (SILVA, 2013, p. 11).

Analisamos que preparar o professor de matemática da educação básica para a adequação dessas novas habilidades e competências não significa uma simples substituição da lousa e giz (ou do cálculo de papel e lápis) pelo artifício de cálculo por meio de uma tecnologia, mas utilizar criticamente as potencialidades pedagógicas dessas ferramentas, preparando os alunos para uma melhor interação com essas ferramentas.

Essas defesas se apresentam em concordância com análises internacionais que indicam que Educação, Ciência e Tecnologia são as três chaves da nova era (SEVCENKO, 2007). Consideramos necessário que tais elementos estivessem presentes em nossa proposta de oficina para utilização de *softwares* educacionais nas aulas de matemática, em destaque, o Geogebra.

Consideramos também que a atenção para a formação do professor que ensina matemática colocando em foco uma área de conhecimento que comumente gera diversos receios nos alunos e, muitas vezes, nos próprios professores que atuam na educação básica. Entretanto, parcela maior costuma relatar a percepção de que atualmente não existiria a necessidade de dominarem uma determinada linguagem de construção de *softwares*, pois existem diversas opções de simuladores, construtores de gráficos e jogos educacionais. Mas, verificaram também que, embora muitos desses programas já apresentem ambiente bastante "amigável", ainda exigem estudo criterioso para que sejam levados para o interior da sala de aula e deles se possa extrair a melhor forma pedagógica de ampliar a qualidade do trabalho pedagógico. Consideramos este como um dos principais pontos que tornam nossa proposta bem atualizada e contributiva para a formação destes profissionais.

3. PROPOSTA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES ENVOLVENDO ATIVIDADES NO GEOGEBRA

A apresentação do uso da tecnologia (Geogebra) na sala de aula para os professores de matemática que atuam na educação básica não simboliza a solução dos problemas educacionais, "pois sabemos que a simples presença da tecnologia na sala de aula não garante qualidade nem dinamismo à prática pedagógica" (LEITE *et al.*, 2012, p. 10). O planejamento e escolha das atividades possui uma importância significativa para que a proposta de formação de professores alcance alguns objetivos, como repensar na sua própria metodologia em sala de aula, utilização da tecnologia na mesma e enriquecer o ensino da matemática.

As atividades apresentadas neste artigo propõe explorar vertentes que somente com o quadro e giz se apresentariam como um caminho mais árduo para o professor lecionar. O dinamismo que o ambiente do Geogebra pode proporcionar nas aulas é um fator que se destaca nas construções de gráficos, as quais "podem ser manipuladas de forma que as propriedades e relações dos objetos construídos sejam preservadas" (GIRALDO *et al.*, 2012 p. 120), tendo sido esta, por sinal, uma das razões de termos selecionado tal *software* para nossa análise e discussão.

A proposta das oficinas envolvem um roteiro que se inicia com a apresentação e debate de questões relacionadas às questões destacadas no tópico anterior deste artigo: a utilização potencializada de tecnologias digitais nas aulas de matemática e a lacuna na formação dos professores para que isto aconteça. Em seguida, são apresentadas aos professores as ferramentas básicas do Geogebra, algumas formas e ideias para a construção de ferramentas/atividades pedagógicas envolvendo o seu uso e caminhos que facilitam o encontro de diversas outras já prontas que foram socializadas por professores de diferentes nacionalidades no ambiente da *internet*.

Em seguida, apresentamos algumas ferramentas/atividades originais, que produzimos para nossas aulas, e que tiveram suas eficácias previamente testadas em nossas salas de aula. Para exemplificarmos essas atividades, podemos destacar duas que envolvem a construção (como se forma) das funções seno e cosseno, geralmente abordadas no primeiro ou segundo ano do Ensino Médio da Educação Básica. Nos livros didáticos, devido à própria característica destes veículos, os gráficos dessas funções são apresentados de forma estática, já na proposta

utilizando o Geogebra os professores e seus alunos podem visualizar (Figuras 1 e 2) e entender o porquê dessas funções serem periódicas.

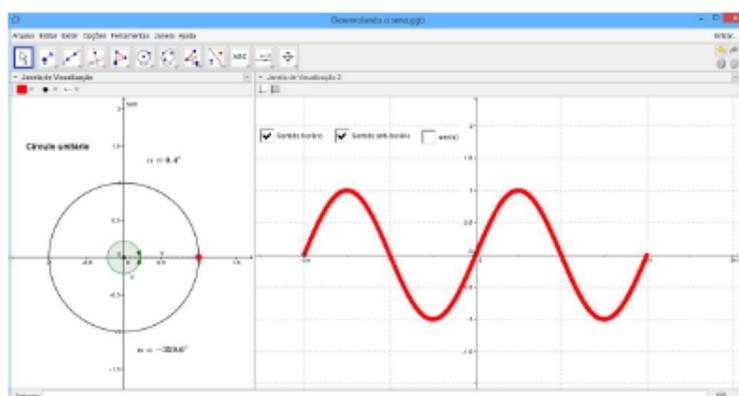


Figura1. Atividades realizadas com o Geogebra.

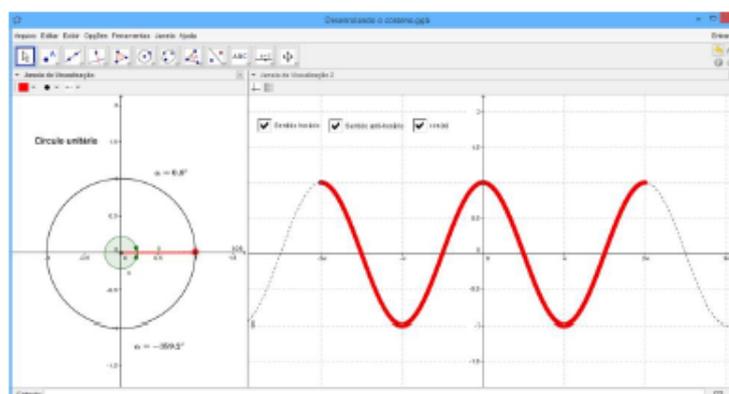


Figura 2. Atividades realizadas com o Geogebra.

Através do círculo unitário (na parte esquerda das Figuras 1 e 2) pode-se manipular o ponto que pertence ao mesmo, e concomitantemente formando-se o gráfico da função ao lado. As atividades apresentadas acima são caracterizadas por visualizações, e podem explorar os seguintes tópicos: ciclos; intervalos; sentidos horário e anti-horário; por que uma função começa na origem (0,0) e outra não; seno e cosseno dos ângulos notáveis; construção de gráfico, entre outros. As atividades estão disponíveis no GeogebraTube⁷.

⁷ http://www.geogebraTube.org/?lang=pt_BR. Site pertencente ao Geogebra para que os usuários disponibilizem os materiais (arquivos) criados. As atividades comentadas estão disponíveis nos links:

4. ANÁLISE DOS DADOS DE NOSSA PESQUISA COM PROFESSORES PARTICIPANTES DAS ATIVIDADES DO GEOGEBRA

Nossa pesquisa utilizou o modelo qualitativo exploratório (GIL, 2009), que, após a proposição do estudo aplicativo de algumas atividades selecionadas para a apresentação de ferramentas do Geogebra, envolveu a interrogação direta dos participantes a respeito desse estudo. Esta etapa denominada de levantamento de campo foi elaborada a partir de questionários com perguntas do tipo semiestruturadas e alguns relatos espontâneos obtidos junto aos professores participantes. Consideramos que este encaminhamento metodológico nos permitiu o conhecimento direto da realidade a respeito da utilização de tecnologias digitais na sala de aula de matemática, pois “à medida que as próprias pessoas informam acerca de seu comportamento, crenças e opiniões, a investigação torna-se mais livre de interpretações calcadas no subjetivismo dos pesquisadores (GIL, 2009, p. 56).”

Dentre as vantagens listadas por Gil (2009) para a utilização deste tipo de metodologia, destacamos as relacionadas à rapidez e economia na coleta de dados, e a possibilidade de agrupamento das informações em tabelas, possibilitando inclusive as análises estatísticas. Em nosso caso específico, destacamos a possibilidade de comparações desses dados estatísticos com outros provenientes de pesquisas anteriores realizadas com outros grupos de professores (FREITAS, 2009, 2001).

Entretanto, é importante destacarmos nossa ciência de que esta metodologia também apresenta algumas limitações no levantamento dos dados, tais como a ênfase nos aspectos perspectivas, pois recolhem dados que nos apresentam a percepção própria das pessoas, pois de uma forma geral, “há muita diferença entre o que as pessoas fazem ou sentem e o que elas dizem a esse respeito” (GIL, 2009, p.56). Tendo por base estas concepções iniciamos a seguir a apresentação e análise de algumas das informações coletadas em nosso estudo.

Do total de 14 professores envolvidos nas atividades de uma das oficinas propostas em nosso projeto de formação envolvendo o Geogebra, 11 deles

<http://www.geogebraTube.org/material/show/id/92290>

<http://www.geogebraTube.org/material/show/id/92280>. Acesso em: 6 abr. 2014.

e

aceitaram participar da pesquisa, sendo 4 mulheres e 7 homens. Com relação às idades, vemos grande variação, conforme nos apresenta as informações da Figura 3, a seguir:

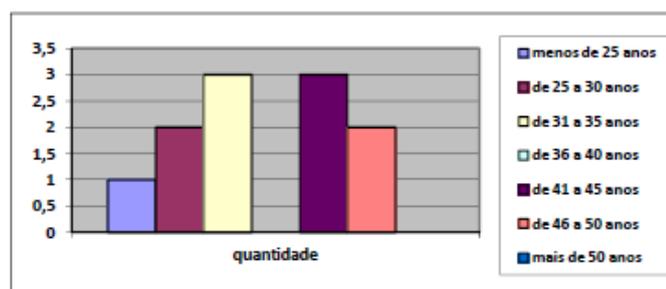


Figura 3. Distribuição das idades (N = 11).

Com relação à experiência de regência de aulas de matemática na educação básica, 10 apontaram que já tinham atuado em escolas públicas ou particulares de municípios próximos do Rio de Janeiro, sendo grande parte em séries do ensino fundamental.

Com relação ao tempo dessa experiência, verificamos que 3 indicaram possuírem até 3 anos, 1 indicou até 6 anos, 4 indicaram até 10 anos e 2 indicaram de 15 a 24 anos de atuação como professor de matemática.

Questionamos em seguida a quantidade média de aulas semanais que estes professores lecionavam no período de nossa pesquisa. Neste quesito encontramos a quantidade mínima de 20 aulas semanais (2 professores), seguido de até 30 aulas (2 professores), até 40 aulas (4 professores), até 50 aulas (1 professor) e acima de 50 aulas (1 professor). Estas constatações nos remetem à verificação da quase impossibilidade de alguns destes docentes, por absoluta falta de tempo, em se dedicarem aos estudos que promovam sua autoformação continuada visando melhorias em suas práticas, tais como os relacionados à utilização de tecnologias diferenciadas em suas aulas.

Perguntamos também a esses professores se, além de suas aulas semanais, ainda recorriam a outras funções para complementarem a renda mensal. Quatro dos entrevistados responderam que sim, por perceberem em geral que os ganhos recebidos com essas aulas não seriam suficientes para a cobertura de todas as suas despesas, e também pela certa insegurança que o emprego em escolas particulares lhes ocasionava.

Passamos em seguida a apresentar questionamentos direcionados para a utilização de tecnologias, iniciando com a pergunta “se já possuíam computadores”. Verificamos que todos possuíam pelo menos um *laptop*, 6 indicaram possuir também um computador do tipo *desktop*, 3 indicaram possuir também *tablet*. Do total de professores, apenas 3 responderam que receberam suas máquinas de projetos de inclusão pública (da rede estadual ou municipal de ensino).

Seis professores responderam já terem frequentado algum tipo de curso de formação para o uso geral dessas máquinas. A mesma quantidade respondeu já ter participado de cursos de formação específica para o uso de computadores na área de matemática, quer seja por conta própria, quer seja como parte de formação oferecida pelas redes de ensino na qual estavam ligados. Importante destacar que apenas 4 do total de professores entrevistados indicaram já terem participado de cursos de formação geral para o uso de computadores e também de cursos específicos para a sua utilização em sala de aula de matemática, mas, dentre estes, 3 indicaram que tais cursos não foram suficientes para que se sentissem seguros para a utilização de tecnologias digitais no ambiente escolar.

Ao serem questionados a respeito de diferentes projetos de inclusão tecnológica organizados e implementados nas redes de ensino, 2 declararam desconhecerem totalmente a existência de projetos deste tipo, 4 indicaram que tais projetos contribuem parcialmente para a melhoria da qualidade de suas práticas educacionais, e 5 responderam que esses projetos apresentam grandes contribuições à sua capacitação por apresentarem novas possibilidades de utilização de recursos tecnológicos, e novas formas de readequar as aulas às novas demandas de nosso alunado.

Quando questionamos a respeito do que seria necessário ao professor para que este passe a incluir tecnologias diferenciadas em sua prática pedagógica, apresentamos uma lista de alguns itens que poderiam ser escolhidos isoladamente ou não. O resultado desta questão é apresentado na Figura 4 a seguir.

Importante destacarmos que, do total (N=11), 9 professores destacaram a importância na busca pela compreensão das possibilidades de uso pedagógico das tecnologias digitais, e percebem a necessidade de um aperfeiçoamento constante nesta área, que poderia ser, por exemplo, o acompanhamento das produções de novos *softwares* educacionais. Entretanto, nenhum dos consultados indicou a

necessidade deles próprios buscarem desenvolver *softwares* específicos de sua área, o que pode ser interpretado como uma percepção por parte destes profissionais de que contamos com ambientes computacionais cada vez mais amigáveis, com recursos facilmente adaptáveis aos diferentes conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos em sala de aula, tal como no caso do Geogebra.

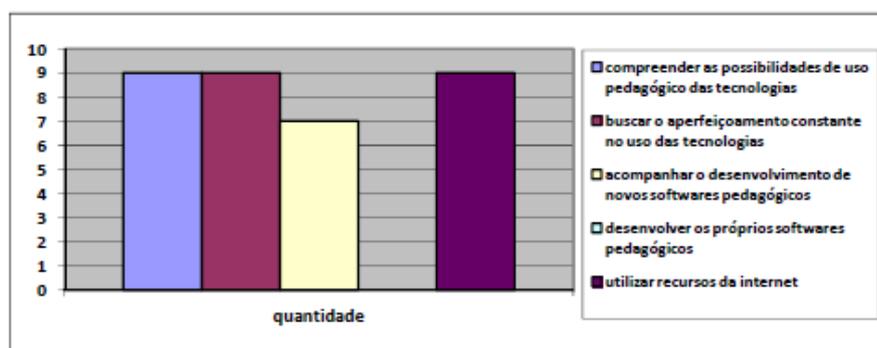


Figura 4. O que é necessário ao professor para que inclua tecnologias digitais em sua prática pedagógica (N=11)

Vale também, destacarmos neste ponto que, embora a princípio possamos interpretar que estes docentes pareçam estar bastante envolvidos com essas tecnologias digitais, ao analisarmos que 4 indicaram que nunca as utilizam no ambiente escolar, e que apenas 1 docente indicou que sempre as usa, podemos entender que ainda estamos diante de profissionais que, embora reconheçam potencialidades pedagógicas nesses recursos, ainda convivem com receios diversos para a efetivação de mudanças em suas práticas pedagógicas. Dentre os motivos para a não utilização do computador e *internet*, destacam a falta de infraestrutura nas escolas e de apoio técnico.

Com relação aos professores que indicaram que utilizam periodicamente ferramentas computacionais em suas aulas, verificamos que sua utilização se resume basicamente ao formato de substituição para antigas tecnologias, tais como a televisão, pois todos indicaram utilizar o computador para exibição de filmes, documentos e apresentações de *slides*. Seis deles indicaram utilizar programas pedagógicos, e apenas 2 relataram trabalhar com pesquisas em sala de aula envolvendo o espaço da *internet*.

Com relação a atividades não docentes pedagógicas, verificamos uma adesão maciça de todos os professores consultados, em atividades diversas, tais como na leitura de *e-mails* e revistas, pesquisas, participação de listas de discussão, e com destaque para o envio e recebimento de mensagens em redes sociais do tipo *Facebook* e *WhatsApp*.

As últimas questões de nossa pesquisa foram relacionadas especificamente à oficina de *Geogebra*, que focamos neste estudo. Ao serem questionados se consideravam ser viável a aplicação das atividades envolvendo o *Geogebra* em suas aulas de matemática na educação básica, todos responderam que sim.

Nove indicaram já terem tido contatos prévios com este *software*, mas, destes, apenas 4 comentaram que este contato ocorreu em disciplinas oferecidas no curso de licenciatura de matemática. Tal verificação nos remete às análises apresentadas nos primeiros tópicos deste artigo, em que diversos autores denunciam a precariedade que prevalece nesta área de formação dos professores, ao ponto de ignorarem em seus currículos espaços que sirvam para o contato e análise das potencialidades de utilização dos diversos recursos pedagógicos como forma de ampliar a qualidade do processo de ensino e aprendizagem em nossas escolas. Sobre isso encontramos relatos dos próprios professores participantes, tais como no trecho destacado a seguir. Destacamos que os nomes apresentados são fictícios, em respeito à ética da pesquisa.

Creio ser de fundamental importância que os cursos de graduação repensem suas práticas, com a finalidade de incorporar aspectos da utilização de recursos tecnológicos. (Prof. Eduardo).

Diversos depoimentos convergiram para a defesa da promoção de projetos envolvendo a formação continuada de professores de matemática envolvendo discussões e propostas práticas a respeito da utilização de tecnologias digitais, como a que propomos neste estudo:

Gostei das sugestões apresentadas na oficina; as enxergo como facilitadoras da construção do conhecimento. (Prof. Carlos).

As oficinas oferecem a oportunidade de conhecermos o *software* em aplicações práticas onde pude com outros do meu conhecimento. O interessante é a percepção do quanto este *software* é intuitivo e a possibilidade de poder usá-lo tanto em álgebra quanto geometria ou cálculo. (Prof.^a Ana).

O *software* foi apresentado de forma bastante clara. Foi possível ter acesso a diferentes funcionalidades do programa. (...) O programa permite que algumas construções e demonstrações sejam visualizadas facilitando a compreensão do aluno. (Prof. Ivo).

A oficina apresentada foi muito boa, pois trouxe informações importantes para auxiliarem e serem exploradas em sala de aula, dando uma visão concreta a assuntos abstratos. (Prof. Fernando).

Consideramos que os resultados obtidos neste estudo estão alinhados com indicações verificadas em nossas pesquisas anteriores (FREITAS, 2009; FREITAS e LEITE, 2011) analisando que, com o desenvolvimento cada vez mais acelerado de tecnologias e novas ferramentas digitais, a formação do professor de matemática deve se moldar em novos paradigmas pedagógicos, envoltos em possibilidades de experiências que os capacitem a continuarem essa formação de forma autônoma. Defendemos que essa postura desses profissionais em pensar e repensar-se enquanto docentes “não só ocupados com tarefas didáticas, mas em uma dimensão maior que inclui o desenvolvimento de capacidades e competências para trabalhar em cenários diversos, interculturais e em permanente mudança” (CAMPOS, 2007, p. 17).

Essa nova escola estaria mais direcionada para a promoção para as novas gerações de estudantes cada vez mais acostumadas com as facilidades de comunicação proporcionadas por tecnologias digitais. Os ambientes escolares passariam a ser espaços propícios ao desenvolvimento crítico de suas diferentes potencialidades, ao reconhecimento do erro como parte do processo de construção do conhecimento, à descoberta, à simulação e à socialização de todas estas etapas formativas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A crescente necessidade de repensarmos a formação inicial e continuada permeou este nosso estudo, mas, além de analisarmos as conjecturas de teóricos no assunto, apresentamos também uma proposta de inserção de atividades práticas que podem ser inseridas nessa formação com o objetivo de ampliá-la no quesito atualização para as potencialidades comunicacionais das tecnologias digitais.

Os dados analisados nos permitem verificar que os professores hoje, de uma forma geral, procuram se adaptar e se “modernizar” no que se trata ao modo de ensinar, ou ao menos percebem a necessidade dessa adaptação, pois utilizam periodicamente ferramentas computacionais em suas aulas. Entretanto, esses recursos ainda são utilizados muitas vezes como substitutos para “velhas” tecnologias, como, por exemplo, para exibição de filmes documentos e apresentações de *slides*.

Vimos que, por falta de preparação adequada, muitos profissionais consultados não conseguem utilizar tecnologias digitais em suas atividades em sala de aula, pois, para isso, há necessidade de estudos, é necessário que o professor faça cursos de capacitação, conheça os *softwares* e tenha tempo para preparar suas aulas, e que possa estar sempre atualizado com relação às novas tendências e tecnologias.

Destacamos que os professores em questão estão “conectados”, pois se utilizam da *internet*, de redes sociais, entre outras possibilidades comunicacionais, e que percebem a importância da tecnologia nos dias atuais. Percebem, também, e relatam em suas falas que devem mudar suas práticas em sala de aula e usar novos meios para facilitar o ensino e dinamizar o conhecimento.

Consideramos que as oficinas, como as apresentadas em nossa proposta/estudo ao nosso grupo de professores participantes das atividades do Geogebra podem ser formas de capacitar continuamente esses professores, e poderiam estar integradas à formação inicial de futuros professores, como forma de inclusão digital centrada no binômio estudar-fazer. Neste formato, acreditamos que, mais do que uma simples sensibilização para seu uso, ela facilita a vivência adequada com as tecnologias, para a posterior utilização sem os receios de errar.

Nesse cenário, a formação do professor de matemática se molda em novos paradigmas alinhados com a capacitação para estudos mais autônomos, em que o docente passa a abrir novos espaços em suas aulas para descobertas, para ele e seus alunos, de importantes potencialidades para a utilização pedagógica dos diversos recursos computacionais e comunicacionais proporcionados pelas tecnologias digitais.

6. REFERÊNCIAS

BUCKINGHAM, D. *Aprendizagem e cultura digital*. Ano XI, n. 44. Porto Alegre: Artmed, 2008.

CAMPOS, M. R. Profissão docente: novas perspectivas e desafios no contexto do século XXI. In UNESCO/CONSED: BALZANO, S. (org.) *O desafio da profissionalização docente no Brasil e na América Latina*. Brasília: Edições UNESCO, 2007.

FREITAS, A. V. Mudanças na ação pedagógica do professor mediante a utilização de novas tecnologias. *Educação em Destaque*. Juiz de Fora: Minas Gerais, vol. 2, 2009.

FREITAS, A. V.; LEITE, L. S. *Com giz e laptop: da concepção à integração de políticas públicas de informática*. Rio de Janeiro: Wak Editora, 2011.

FREIRE, P. *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2009.

GIRALDO, V.; CAETANO, P.; MATTOS, F. *Recursos Computacionais no Ensino de Matemática*. 1ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

HOHENWARTER, M. *Geogebra*. Disponível em: <<http://www.geogebra.org/cms/en/info>>. Acesso em: 6 abr. 2014.

KENSKI, V. M. *Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informação*. Campinas, São Paulo: Papirus, 2008.

LEVY, P. *Education et Cyberculture*. 1999. Disponível em: <http://www.caosmose.net/pierrelevy/pierrecyberedu.html>. Acesso em: 24.05.2013.

LEITE, L. S.; POCHO, C. L.; AGUIAR, M. M.; SAMPAIO, M. N. *Tecnologia Educacional: descubra suas potencialidades na sala de aula*. 7ª ed. Petrópolis: Vozes, 2012.

LUCENA, S. A internet como espaço de construção do conhecimento. In: ALVES, L.R.G.; NOVA, C. C. *Educação e Tecnologias: Trilhando caminhos*. Salvador: Editora da UNEB, 2003.

PERRENOUD, P. *Construir as competências desde a escola*. Porto Alegre: Artmed, 1999.

SEVCENKO, N. *A corrida para o século XXI. No loop da montanha russa*. São Paulo: Companhia das Letras, 2007.

SILVA, J. C. *A formação de professores em novas tecnologias da informação e comunicação no contexto dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário*. Universidade de Coimbra, 2013. Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/pessoal/matnti.html>. Acesso em 24.05.2013.

TARDIF, M. *Saberes Docentes e Formação Profissional*. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2007.

Recebido em 18/09/2014.

Aceito em 04/10/2014.

INTEGRAÇÕES TECNOLÓGICAS COM O GEOGEBRA: UMA PROPOSTA PARA PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Technological integration with GeoGebra: a proposal to teachers who teach Mathematics

RENAN MARQUES PEREIRA¹⁴

ADRIANO VARGAS FREITAS¹⁵

ELINE DAS FLORES VICTER¹⁶

Resumo

O artigo apresenta resultado de pesquisa que resultou na proposta de um produto educacional envolvendo o estudo de conceitos de matemática na educação básica: Teorema de Tales, estudo da função afim, ângulos de um triângulo, entre outros. Buscou-se integrar tecnologias digitais, destacando o GeoGebra. Analisamos a necessidade de formação do professor para que possa ampliar a utilização dessas ferramentas no ambiente escolar, de modo a utilizar criticamente as potencialidades pedagógicas que o GeoGebra, e outros softwares, podem oferecer ao processo de ensino e aprendizagem da matemática. Apresentamos também resultados de oficinas de capacitação para a utilização do GeoGebra, que nos serviram para nortear nossas escolhas relacionadas à construção de nosso PE.

Palavras-chave: ensino e aprendizagem da matemática; formação do professor; GeoGebra.

Abstract

The article presents results of qualitative research proposing an educational product involving the study of mathematics concepts in basic education: Theorem of Thales, affine function study, angles of a triangle, among others. It attempted to integrate digital technologies, highlighting the GeoGebra. We have analyzed the need for teacher training so that it can enlarge the use of these tools in the school environment in order to critically use the pedagogical potential that GeoGebra, and other software, can offer the teaching and learning of mathematics. We also present results of training workshops for the use of GeoGebra, which served us to guide our choices about building our PE.

Keywords: teaching and learning of mathematics; teacher training; GeoGebra.

1. Considerações Iniciais

O presente artigo apresenta uma proposta de Produto Educacional (PE), resultado de pesquisa desenvolvida no interior do Grupo de Pesquisa “Ensino e Aprendizagem das Ciências na Educação Básica” na linha “Ensino das Ciências: Inovações Tecnológicas”, no Mestrado

¹⁴ Centro Universitário Serra dos Órgãos (UNIFESO) – renanmarques89@gmail.com

¹⁵ Universidade Federal Fluminense (UFF) – adrianovargas@id.uff.br

¹⁶ Universidade do Grande Rio (UNIGRANRIO) – elineflores@hotmail.com

Profissional em Ensino das Ciências e Matemática da Universidade do Grande Rio, orientada para professores que também lecionam matemática na educação básica. Apresentamos também resultados de duas oficinas de GeoGebra, uma para licenciandos e a outra para professores já licenciados em matemática, os possíveis impactos que podem ocorrer em suas práticas pedagógicas a partir do uso de tecnologias digitais no ambiente escolar. Nestas duas oficinas, apresentamos diversas atividades elaboradas com o GeoGebra e que fazem parte do nosso PE.

Dois questionamentos que consideramos primordiais nos nortearam: Quais são as novas demandas que recursos tecnológicos digitais trazem para a formação e atuação deste profissional? Quais seriam as vantagens em utilizar a tecnologia digital (GeoGebra) como material didático nas aulas de matemática?

Tomamos como ponto de partida desta pesquisa qualitativa, de caráter exploratório (GIL, 2008), o entendimento de que é primordial em nossa sociedade, cada vez mais envolvida na acelerada facilitação da produção e difusão de informações, a percepção por parte do professor de que sua formação não se finda no momento de conclusão de sua graduação. Esse momento seria apenas de um novo (re)começo formativo, uma nova etapa de um processo que visa (re)construir esse profissional inacabado (FREIRE, 1996), em um permanente processo de conhecimento de suas fragilidades no campo acadêmico e busca de formas de melhoria de suas práticas pedagógicas.

Pesquisas indicam que boa parte das dificuldades enfrentadas por professores para se atualizarem na utilização de tecnologias digitais no ambiente escolar se referem a problemas de disponibilidade de tempo para dedicação, e dinheiro para investimento em novos cursos (FREITAS, 2011), o que nos remete às análises de Kenski (2003) que defende não ser possível *“impor aos professores a continuidade da autoformação, sem lhes dar a remuneração, o tempo e as tecnologias necessárias para sua realização”* (p.106).

Atento para o distanciamento das práticas pedagógicas dos professores dessa realidade vivenciada pelos estudantes, Silva (2013) argumenta que as máquinas assumirão em ritmo cada vez mais crescente os trabalhos rotineiros e a confecção de cálculos intensivos. Desta forma, os desafios que se apresentarão para as novas gerações e, por consequência, para os professores, formadores dessas novas gerações, envolverão a busca pela resolução de problemas concretos que incluirão ferramentas computacionais e o conhecimento dos significados e das capacidades e limitações das tecnologias.

Não será admissível que a análise de situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução seja exequível sem o recurso a meios computacionais, pelo menos numa grande classe de problemas mais realistas. O contato dos alunos com os modelos matemáticos não se poderá restringir à classe daqueles que "dão contas certas". (...) Não é possível compreender a relação entre o avanço científico e o progresso da humanidade sem referir o papel das novas tecnologias da informação e comunicação e suas relações com as ciências básicas. A formulação de "generalizações a partir de experiências" será em grande parte exequível apenas com o auxílio das capacidades numéricas ou gráficas de uma calculadora científica ou gráfica ou de um computador. (SILVA, 2013, p.11).

Consideramos que preparar o professor de matemática da educação básica para a adequação a essas novas habilidades e competências que lhes estão sendo impostas, não significaria uma simples substituição de práticas pedagógicas envolvendo a lousa e o giz (ou do cálculo de papel e lápis) pelo artifício de cálculo por meio de uma tecnologia, mas utilizar criticamente as potencialidades pedagógicas dessas ferramentas digitais.

Essas perspectivas estiveram presentes nas discussões da elaboração e construção de nossa proposta de PE e envolvendo oficinas de formação para professores que ensinam matemática na educação básica. Foram também norteadoras na escolha do *software* educacional que nos serviu de base para sua implementação, o GeoGebra, assim como em nossas reflexões provenientes das análises dos dados coletados junto aos participantes das oficinas.

2. O Produto Educacional: uma proposta de atividades em Matemática envolvendo o GeoGebra

A proposta de nosso PE surgiu a partir do ensejo em contribuir para ampliar a qualidade da formação do professor que ensina matemática, e, por consequência, a melhoria da qualidade do processo de ensino e aprendizagem dessa área, assim como a sua atualização em termos tecnológicos. Tomamos por base as constatações das diversas dificuldades enumeradas por professores ouvidos em pesquisas de Freitas *et al.* (2014), relacionadas inclusive ao fato de existirem dúvidas relacionadas às práticas pedagógicas que envolvem a abordagem de conceitos da Matemática utilizando a tecnologia digital.

Na elaboração deste PE foi priorizado o estudo das relações entre os objetos que fazem parte de construções geométricas: ponto, reta, segmento de reta, circunferências, triângulos etc.; e por meio delas buscou-se facilitar a construção e o entendimento por parte dos estudantes em alguns Teoremas selecionados.

A proposta envolve desenvolver um ambiente de aprendizagem rico em experiências que levem

o estudante a refletir e a investigar sobre a forma como os objetos presentes nas atividades de nosso PE se relacionam nas construções. Sobre esta etapa, Giraldo *et al.* (2012) argumenta que tais construções “podem ser manipuladas de forma que as propriedades e relações dos objetos construídos sejam preservadas” (p. 120). Ou seja, desta forma, independentemente do cálculo numérico envolvido, a relação será sempre a mesma, e o conceito matemático destacado será o eixo das atividades no GeoGebra.

Para facilitar o acesso às atividades que compõe nosso PE, o professor de Matemática pode armazená-lo em um dispositivo móvel e portátil com memória *flash*¹⁷ como, por exemplo, o *pendrive* ou cartão SD; e posteriormente utilizar com um computador e um projetor em as suas aulas, sem que haja a necessidade de instalar o GeoGebra em seu computador.

Destacamos também que, além das atividades desenvolvidas, organizamos textos de apoio, denominados de “Material Orientador”, sugerindo ao professor maneiras de como ele poderia explorar essas atividades. Estes textos estão organizados em dois tópicos: “conceitos e características” e “como utilizar: explorando potencialidades”.

Por mais que não haja um bloco de conteúdo específico, em nosso PE, a ideia é explorar as potencialidades dos recursos digitais levando aos alunos uma aprendizagem intuitiva dos conceitos matemáticos elementares, o que para Giraldo *et al.* (2012, p. 8):

[...] é importante que sejam elaboradas atividades de aprendizagem que aproveitem as especificidades dos recursos computacionais para disparar investigação matemática e para revelar aspectos dos conceitos que ficariam ocultos com recursos ou representações convencionais.

Como o PE foi desenvolvido na linguagem HTML5¹⁸, há uma qualidade dele ser multiplataforma¹⁹. Os textos de apoio estão na extensão PDF²⁰, podendo ser lidos em qualquer plataforma também. Destacamos que esse material pode ser editável por estar em uma memória *flash* (*pen drive*, por exemplo). Desta forma, os professores podem aperfeiçoá-lo e adequá-lo à realidade de sua turma, e de seus objetivos pedagógicos, e como destaca Bortolossi (2012, p. 36):

Com as novas versões dessas tecnologias (GeoGebra versão 5, JavaView versão 4, HTML5 e CSS3), mais e mais recursos ficam disponíveis,

¹⁷ Memória computacional que mantém as informações salvas sem a necessidade de fonte de energia.

¹⁸ *Hypertext Markup Language* (versão 5) – Linguagem utilizada para estruturar e apresentar os conteúdos na *internet*.

¹⁹ Funciona em vários sistemas operacionais: Windows, MacOS ou Linux.

²⁰ *Portable Document Format* – Formato de arquivo que independe do sistema operacional e do *hardware* para o funcionamento.

possibilitando assim a construção de atividades mais dinâmicas, mais interativas e mais didáticas.

As atividades propostas sugerem que o ensino da matemática possa se tornar mais dinâmico. Quando são retroprojetadas no quadro ou planejadas em laboratórios de informática, a fim de que os alunos vejam de imediato diferentes casos da construção geométrica, mas sem mudar sua essência, pode-se constatar que:

É possível relacionar conceitos e propriedades (que em muitos casos são tratados de forma estanque nos currículos tradicionais), bem como articular diversas formas de representação, de maneira dinâmica e interativa – abrindo portas para a abstração matemática. (GIRALDO *et al.*, 2012, p. 9)

Neste PE são ressaltadas algumas características da investigação matemática, e até mesmo a forma como o professor pode conduzir suas práticas em sala de aula em direção à construção do conhecimento matemático, trabalhando-se, principalmente, os conceitos matemáticos.

As investigações não precisam abordar problemas sofisticados, mas ao mesmo tempo, apresentam característica que podem ser discutidas, de forma a ampliar os estudos propostos. Em relação a este ponto, as ideias presentes se referenciam em Ponte *et al.* (2013) que afirma: “*as investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração*” (p. 10).

As investigações requerem, antes de mais nada, o planejamento do professor, determinar os objetivos a serem alcançados (neste caso, os conceitos matemáticos), tempo para se familiarizar com as tecnologias digitais, como explorá-las de modo a oferecer um ensino de qualidade aos alunos. Sobre tais análises, embora sem o foco em Matemática, Kenski (2003), orienta que:

É preciso que esse profissional tenha tempo e oportunidades de familiarização com as novas tecnologias educativas, suas possibilidades e seus limites, para que, na prática, faça escolhas conscientes sobre o uso das formas mais adequadas ao ensino de um determinado nível de complexidade, para um grupo específico de alunos e no tempo disponível. (p. 48)

No caso deste PE proposto, como há o envolvimento de um *software* matemático (GeoGebra) repleto de ferramentas com potencialidades para um ensino de qualidade, é recomendável que haja este tempo de familiarização e exploração do mesmo. Na confecção deste PE tentou-se otimizar este tempo, afim de que o professor de matemática que utilizará em sala de aula não necessite ter um domínio de excelência sobre o GeoGebra, mas sim um domínio básico, conhecendo apenas ferramentas elementares como, por exemplo, “pegar” e “arrastar”.

Para a confecção deste PE, utilizamos diversas ferramentas, as que estão visíveis nas telas do GeoGebra e também os comandos que exigem um domínio mais efetivo do *software*. Como resultado, pode-se visualizar a figura 1, que é o *layout* (feito com o HTML5) inicial para que os professores possam escolher qual das atividades (feitas no GeoGebra) a ser trabalhada em sala. Intitulamos o PE de “Abordagens Conceituais da Matemática por Meio do GeoGebra”.

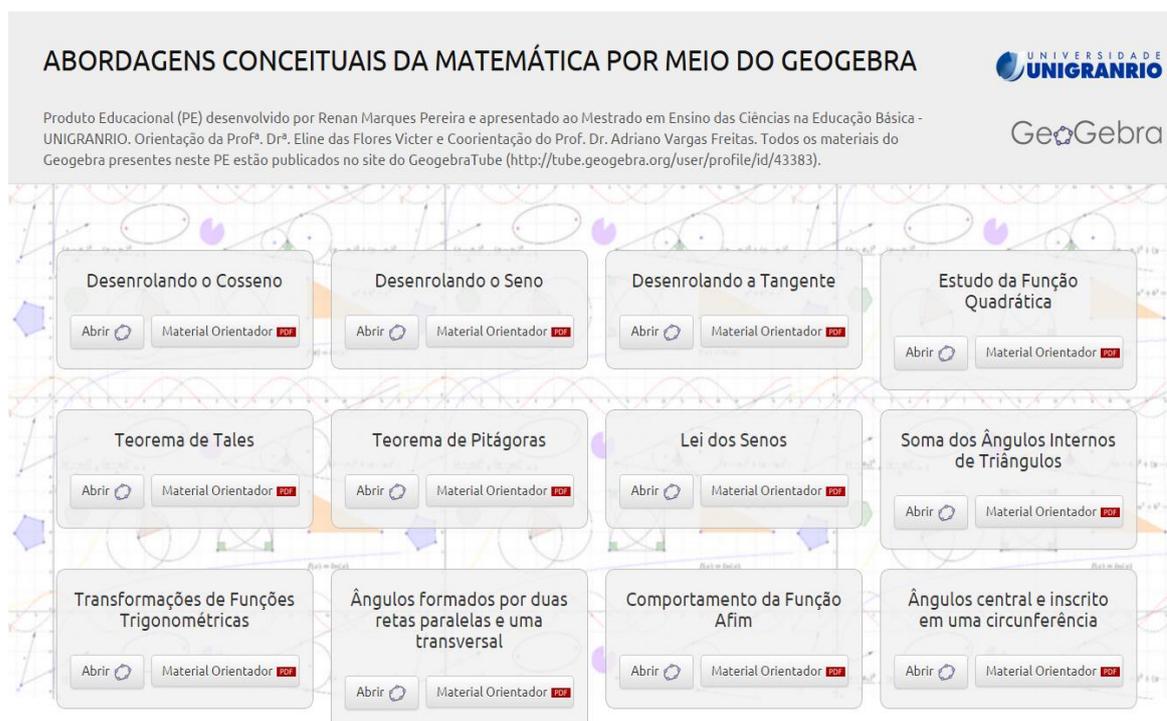


FIGURA 1: Tela inicial do PE

FONTE: Autores

Conforme podemos observar na figura anterior, a tela inicial do PE nos apresenta os botões que, após acionados, nos levarão às doze atividades elaboradas no GeoGebra acompanhadas com o seu respectivo material orientador em arquivo formato PDF; são dois botões: um para abrir a atividade e o outro para abrir o arquivo.

Buscamos implementar essas características para facilitar o trabalho do professor usuário, não dependendo de instalações prévias ou compatibilizações com outros sistemas.

Além disso, optamos por disponibilizar todas as atividades no site do GeoGebraTube²¹, podendo, desta forma serem baixadas e adaptadas individualmente, a qualquer momento que o

²¹ <http://tube.geogebra.org/renanmarques89%40gmail.com>. O site possui um espaço de comentários para que possam haver trocas de experiências (sugestões) entre os profissionais. Acesso em: 20/04/2015.

professor desejar. Destacamos que esta disponibilização das atividades pertencentes ao nosso PE neste ambiente virtual deveu-se ao fato de buscarmos socializar com a comunidade de pesquisadores da área nossas atividades, e buscarmos sugestões e análises críticas prévias de sua adequação.

Para exemplificarmos essas atividades que fazem parte do PE, destacaremos neste artigo quatro delas: a) Teorema de Tales: todo ângulo inscrito em uma semicircunferência é reto (FIGURA 2); b) a soma dos ângulos internos de todo triângulo é sempre igual à 180° (FIGURA 3); c) o comportamento da função afim (FIGURA 4); d) os ângulos inscrito e central em uma circunferência (FIGURA 5). Todas elas envolvem conteúdos que geralmente são abordados no Ensino Fundamental II na Educação Básica, e por tratarem conceitos elementares da matemática (teorema das paralelas, propriedades de triângulos isósceles etc.), é sugerido que sejam exploradas de uma forma investigativa, fazendo o aluno refletir e construir tais conceitos significativamente.

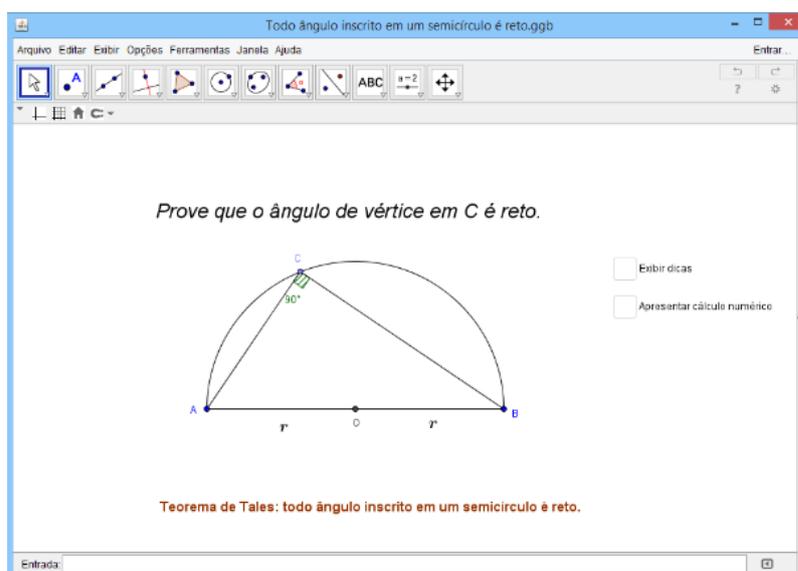


FIGURA 2: Teorema de Tales

FONTE: Autores

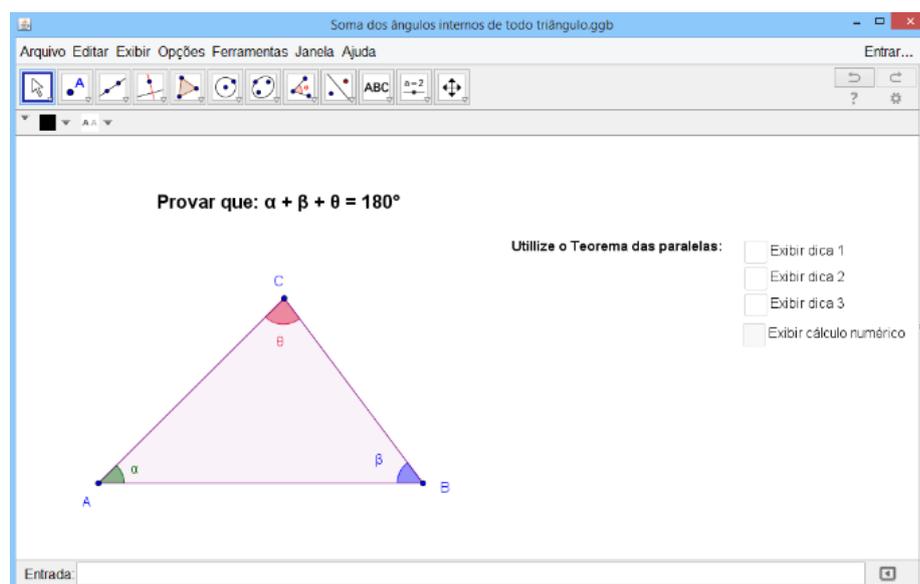


FIGURA 3: A soma dos ângulos internos de todos os triângulos
FONTE: Autores

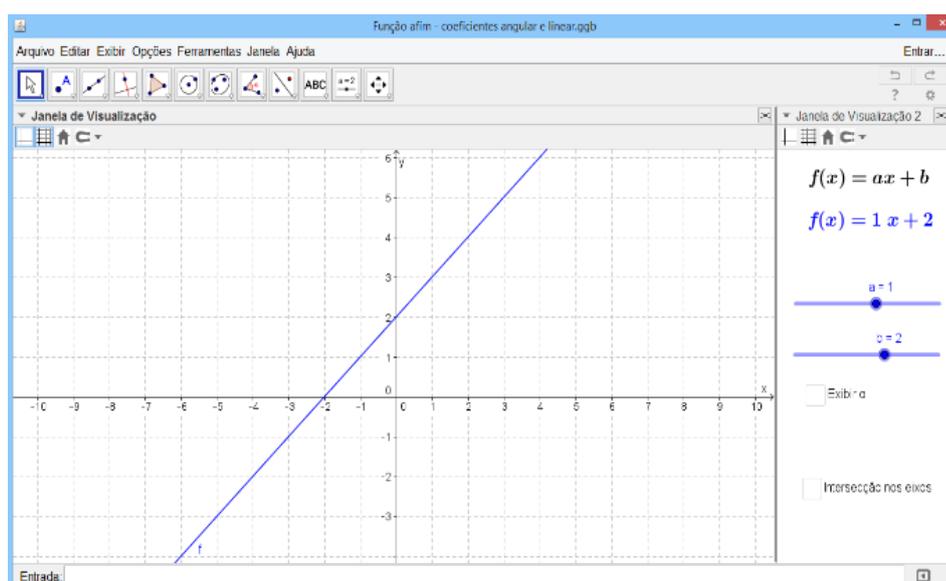


FIGURA 4: O comportamento da função afim
FONTE: Autores

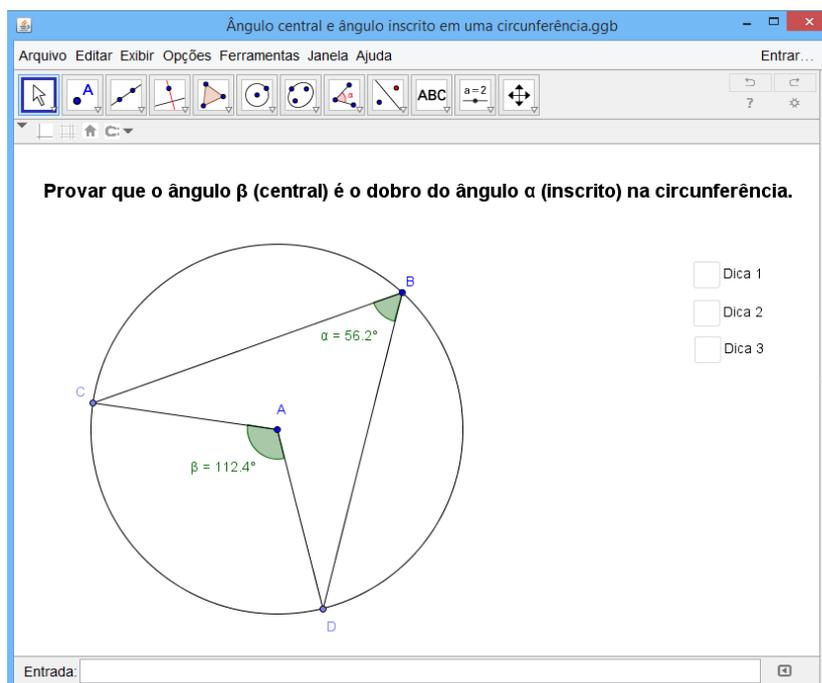


FIGURA 5: Ângulo central e ângulo inscrito em uma circunferência
FONTE: Autores

Todas as atividades apresentadas no PE sugerem que o professor busque em seus alunos a investigação matemática, o prazer em descobrir e estudar os conceitos de forma dinâmica com o auxílio do GeoGebra.

3. As tecnologias digitais da comunicação e informação na formação dos professores de Matemática

A pesquisa que precedeu a construção do PE utilizou o modelo qualitativo, de caráter exploratório em sua etapa inicial (GIL, 2008), que, após a proposição do estudo aplicativo de algumas atividades selecionadas do PE para a apresentação de ferramentas do GeoGebra, envolveu a interrogação direta dos participantes de oficinas de capacitação ao uso do GeoGebra, a respeito desse estudo. Para isso, utilizamos questionários com perguntas do tipo semiestruturadas. Importante destacar que obtivemos também alguns relatos espontâneos dos participantes dessas oficinas.

Consideramos que este encaminhamento metodológico nos permitiu o conhecimento direto da realidade a respeito da utilização de tecnologias digitais na sala de aula de matemática, pois “à

medida que as próprias pessoas informam acerca de seu comportamento, crenças e opiniões, a investigação torna-se mais livre de interpretações calcadas no subjetivismo dos pesquisadores” (GIL, 2008, p.56).

Dentre as vantagens listadas por Gil (2008) para a utilização deste tipo de metodologia, destacamos as relacionadas à rapidez e economia na coleta de dados, e à possibilidade de agrupamento das informações em tabelas, possibilitando inclusive as análises estatísticas. Em nosso caso específico, destacamos a possibilidade de comparações desses dados estatísticos obtidos em duas oficinas, com outros provenientes de pesquisas anteriores realizadas com outros grupos de professores (FREITAS, 2009, 2001).

Entretanto, destacamos nosso entendimento de que esta metodologia também apresenta algumas limitações no levantamento dos dados, tais como a ênfase nos aspectos perspectivos, pois recolhem dados que nos apresentam a percepção própria das pessoas, pois de uma forma geral, *“há muita diferença entre o que as pessoas fazem ou sentem e o que elas dizem a esse respeito”* (GIL, 2008, p.56). Tendo por base estas concepções iniciamos a seguir a apresentação e análise de algumas das informações coletadas em nosso estudo.

Na oficina I, oferecida a professores de matemática já licenciados, de um total de 14 participantes, 11 aceitaram participar da pesquisa. Na oficina II, oferecida a alunos licenciandos em matemática, alocados em diferentes períodos do curso, verificamos que todos os 15 participantes aceitaram responder aos questionários. Desta forma, obtivemos um total de 26 questionários respondidos pelos participantes das duas oficinas.

Com relação aos professores já licenciados da oficina I, 10 do total de 11 apontaram que, no período da participação da oficina, estavam atuando ou já tinham atuado na educação básica, em escolas públicas ou particulares de municípios do estado do Rio de Janeiro. Com relação ao tempo dessa experiência docente, 3 indicaram possuírem até 3 anos, 1 indicou até 6 anos, 4 indicaram até 10 anos e 2 indicaram de 15 a 24 anos de atuação. Para estes docentes questionamos em seguida a quantidade média de aulas semanais que lecionavam, e encontramos como resposta a quantidade mínima de 20 aulas semanais (2 professores), chegando a até impressionantes 70 aulas (1 professor). Estas constatações nos remetem à verificação da quase impossibilidade de alguns destes docentes, por absoluta falta de tempo, em se dedicarem aos estudos que promovam sua autoformação continuada visando melhorias

em suas práticas, tais como as relacionadas.

Verificamos que, em ambos os grupos de professores (oficina I e II) todos possuíam computadores do tipo *desktop*, *laptop* ou *tablet*, e 3 da oficina I indicaram que receberam seus laptops via projetos de inclusão pública (da rede estadual ou municipal de ensino).

Seis professores da oficina I responderam já terem frequentado a algum tipo de curso de formação para o uso geral dessas tecnologias, inclusive com formação específica para o uso de computadores na área de matemática. Entretanto, desse grupo, 3 indicaram que tais cursos não foram suficientes para que se sentissem seguros para a utilização de tecnologias digitais no ambiente escolar.

Quando questionados a respeito dessa utilização nas aulas de matemática, verificamos que, dentre os docentes já formados (oficina I) a sua utilização se resume basicamente ao formato de substituição para antigas tecnologias, tais como a televisão, pois todos indicaram utilizar o computador para exibição de filmes, documentos e apresentações de slides. Seis deles indicaram utilizar programas pedagógicos, e apenas 2 relataram trabalhar com pesquisas em sala de aula envolvendo o espaço da internet. O mesmo questionamento direcionado aos professores em formação (oficina 2), indicou a resposta unânime da intenção de utilizar tecnologias digitais nas aulas, e que, inclusive 3 deles, já utilizavam alguns softwares em suas aulas (basicamente planilhas e editores de texto).

Indagamos em seguida se já conheciam o GeoGebra antes das oficinas. No grupo da oficina I, 9 dos 11 respondentes indicaram já terem tido contatos prévios com este software, mas destes, apenas 4 comentaram que este contato ocorreu em disciplinas oferecidas no curso de licenciatura de matemática. No grupo da oficina II, somente 3 dos 14 respondentes indicaram já terem tido algum contato com o GeoGebra, e em oportunidades distantes de seu curso de licenciatura. Tais verificações nos remetem às análises relacionadas à precariedade que prevalece nesta área de formação dos professores (FREITAS, 2011), ao ponto de ignorarem em seus currículos espaços que sirvam para o contato e análise das potencialidades de utilização dos diversos recursos pedagógicos como forma de ampliar a qualidade do processo de ensino e aprendizagem em nossas escolas. Sobre isso, inclusive, obtivemos relatos espontâneos dos professores participantes das duas oficinas, tais como nos trechos destacados a seguir. Destacamos que os nomes dos professores foram preservados em respeito à ética da pesquisa.

Creio ser de fundamental importância que os cursos de graduação repensem suas práticas, com a finalidade de incorporar aspectos da utilização de recursos tecnológicos. (Prof. E. – oficina I).

Apreendi que não posso ficar focado apenas no quadro, e sim ampliar meu campo e minhas possibilidades. (Profa. C. – oficina II).

Diversos depoimentos convergiram para a defesa da promoção de projetos envolvendo a formação inicial e continuada de professores de matemática envolvendo discussões e propostas práticas a respeito da utilização de tecnologias digitais, assim como a que propomos em nossas oficinas.

Gostei das sugestões apresentadas na oficina, as enxergo como facilitadoras da construção do conhecimento. (Prof. K. – oficina I).

As oficinas oferecem a oportunidade de conhecermos o software em aplicações práticas onde pude com outros do meu conhecimento. O interessante é a percepção do quanto este software é intuitivo e a possibilidade de poder usá-lo tanto em álgebra quanto geometria ou cálculo. (Prof. G. – oficina I).

O software foi apresentado de forma bastante clara. Foi possível ter acesso a diferentes funcionalidades do programa. (...) O programa permite que algumas construções e demonstrações sejam visualizadas facilitando a compreensão do aluno. (Prof. I. – oficina I).

A oficina apresentada foi muito boa, pois trouxe informações importantes para auxiliarem e serem exploradas em sala de aula, dando uma visão concreta a assuntos abstratos. (Profa. F. – oficina I).

Pretendo utilizar o GeoGebra sim, em todos os conteúdos possíveis para ter uma melhor forma de ensinar, e fazer também com que meus futuros alunos tenham uma melhor forma de aprender. (Profa. R. – oficina II).

A oficina me apresentou um método novo de poder ensinar aos alunos sem perder o foco do ensino, e aula com certeza ficará mais prazerosa. (Prof. A. – oficina II).

A proposta da oficina expandiu meus horizontes para softwares educacionais. (Prof. L. – oficina II).

Serviu para melhorar meus conhecimentos. Ter opções para tornar a aula mais interessante, e fazer com que eu aprendesse ainda mais como a matemática é ampla. (Profa. S. – oficina II).

Com relação à utilização específica do GeoGebra apresentado nas duas oficinas, verificamos ampla aceitação, ao ponto de acontecerem diversas solicitações dos participantes para que recebessem via *e-mail* mais informações sobre este e outros softwares, indicações de livros e

artigos a respeito dos temas tratados, e outras ferramentas, além das que foram trabalhadas nas aulas dos dois grupos.

Ao analisarmos os pedidos e as respostas relacionadas a esse ponto, verificamos classificações positivas a ele do tipo “dinâmico”, “descontraído”, “inovador”, além de destaques às suas possibilidades de facilitação de construção/movimentação de figuras, entre outras.

Gostei muito, e acredito que com este software teremos mais facilidade no ensino de matemática. (Prof. B. – oficina II).

Uma ferramenta interessante que pode facilitar a visualização dos alunos. (Profa. C. – oficina II).

O software é muito bom. É uma forma mais dinâmica e descontraída para ensinar matemática. (Prof. P. – oficina II).

Uma questão direcionada ao grupo da oficina II, indagou: “Como futuro professor, você utilizaria o GeoGebra em suas aulas de matemática? ”. Buscamos com ela compreender o alcance de nossa proposta, e verificar o quanto este profissional em formação se sentiria confortável para levar para suas aulas propostas diferenciadas das que relatava que moldavam sua formação. Todos indicaram a intenção de agregar os conhecimentos trabalhados na oficina às suas aulas, especialmente nas relacionadas com geometria e trigonometria, como podemos verificar nos destaques a seguir:

Sim, para facilitar as visualizações geométricas. (Profa. E. – oficina II).

Sim, utilizaria como uma forma extra para que o aluno entenda melhor as fórmulas matemáticas como surgiram. (Prof. R. – oficina II).

Utilizaria sim em todos os conteúdos possíveis para ter uma melhor forma de ensinar, e fazer também com que meus futuros alunos tenham uma melhor forma de aprender. (Prof. S. – oficina II).

Consideramos que os resultados obtidos neste estudo estão alinhados com indicações verificadas em pesquisas congêneres (FREITAS, 2009; FREITAS e LEITE, 2011) analisando que, com o desenvolvimento cada vez mais acelerado de tecnologias e novas ferramentas digitais, a formação do professor de matemática deve se moldar em novos paradigmas pedagógicos, envoltos em possibilidades de experiências que os capacitem a continuarem essa formação de forma autônoma.

Defendemos que esta postura destes profissionais em pensar e repensar-se enquanto docentes

não só ocupados com tarefas didáticas, mas em uma dimensão maior que inclui o desenvolvimento de capacidades e competências para trabalhar em cenários diversos, interculturais e em permanente mudança.

4. Considerações finais

Após analisar as atividades apresentadas (com o GeoGebra) nas oficinas, verificamos que esta proposta de PE trouxe características que convergem com diversas ideias, às quais podemos destacar: houve a preocupação em um “esquema” no PE para que os professores possam escolher a atividade desejada de forma facilitadora, não há a necessidade de ter o GeoGebra instalado no computador para o funcionamento correto das atividades, os materiais apresentados são didáticos e possuem um material orientador (em formato PDF) para que os professores tenham sugestões de como explorar as ferramentas e conceitos em sala de aula, e o material é portátil, podendo funcionar em qualquer plataforma e ser transportado em um *pendrive*, cartão SD ou alocado na computação em nuvem²².

Consideramos que estas características revestem nosso PE de possibilidades que podem contribuir para enriquecer o ensino da matemática, de forma que os profissionais desta área abandonem possíveis resistências à utilização de novidades tecnológicas no ambiente escolar, e adotem os recursos computacionais em suas aulas de forma crítica, ou seja, consigam analisar suas contribuições e limitações.

Embora relacionamos a formação do professor com a utilização e domínio das tecnologias digitais, viabiliza-se que os recursos computacionais no seu âmbito educacional não é uma prática fortemente estruturada, nos que remete a esta tendência, ainda temos que desenvolver diversas técnicas de como se explorar *softwares* matemáticos na sala de aula. Uma possível oportunidade na mudança de concepções, é viabilizar essa tendência logo na licenciatura de matemática, com disciplinas específicas e preparar o profissional para a efetiva inclusão das novas tecnologias da informação e comunicação e materiais didáticos digitais na sala de aula.

É justificável que, com o rápido avanço tecnológico atual, a possível “nova” tecnologia deixe

²² Possibilidade de acessar arquivos e executar tarefas por meio da internet, sem que o aplicativo que deseja rodar esteja instalado no computador.

de ser “nova” em pouco tempo. Mas isso faz parte do avanço da nossa sociedade, e nós professores como formadores de opiniões, temos de estar “conectados” as tendências e refletir o que pode ser agregado as nossas aulas trazendo valores ao que fazemos. As tecnologias digitais possuem essa característica: a da rápida evolução. No entanto, a essência de um *software* como, por exemplo, o GeoGebra, e o que ele verdadeiramente propõe, é mantido, e ao redor de tudo o que já foi construído é aprimorado com “novas” ferramentas ou comandos.

Defendemos a ideia que os professores de matemática podem se aperfeiçoar de formas diversas, e durante sua profissão eles podem continuar buscando estratégias de ensino sem o abandono dos conceitos matemáticos sendo empregados corretamente. Esse PE apoiado nas vertentes apresentadas em pesquisas recentes, pode atender às necessidades de professores que pretendem se aperfeiçoar e abordar conceitos matemáticos por meio das tecnologias digitais.

5. Referências

- BORTOLOSSI, H. J. Criando Conteúdos Educacionais Digitais Interativos em Matemática e Estatística com o Uso Integrado de Tecnologias: GeoGebra, JavaView, HTML, CSS, MathML e JavaScript. *Primeira Conferência Latino-Americana de GeoGebra*, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 28-36, 2012. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/8823/6595>>. Acesso em: 17 fev. 2015.
- FREITAS, A. V.; LEITE, L. S. *Com Giz e Laptop: da concepção à integração de políticas públicas de informática*. Rio de Janeiro: Wak Editora, 2011.
- FREITAS, A. V.; PEREIRA, R. M.; VICTER, E. F.; SIQUEIRA, A. S. Formação do Professor de Matemática Mediada por Tecnologias Digitais: Análises da Proposta de Oficinas de GeoGebra. *Revista Uniabeu*, Belford Roxo, v. 7, n. 17, p. 125-139, 2014. Disponível em: <http://revista.uniabeu.edu.br/index.php/RU/article/view/1476/pdf_173>. Acesso em: 16 jan. 2015.
- FREIRE, P. *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra: 1996.
- GIL, A. C. *Métodos e Técnicas de Pesquisa Social*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- GIRALDO, V.; CAETANO, P.; MATTOS, F. *Recursos Computacionais no Ensino de Matemática*. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.
- KENSKI, V. M. *Tecnologias e Ensino Presencial e a Distância*. 9. ed. Campinas: Papirus, 2003.
- LEITE, L. S.; POCHO, C. L.; AGUIAR, M. M.; SAMPAIO, M. N. *Tecnologia Educacional: descubra suas potencialidades na sala de aula*. 7. ed. Petrópolis: Vozes, 2012.
- PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

SILVA, J. C. *A formação de professores em novas tecnologias da informação e comunicação no contexto dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário*. Universidade de Coimbra, 2013. Disponível em: <<http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/pessoal/matnti.html>>. Acesso em: 24 maio 2013.

ANEXO A – Comitê de Ética e Pesquisa (CEP)

| Dados do Projeto de Pesquisa | | | |
|---|----------|--|---------------------|
| <p>Título da Pesquisa: RECURSO COMPUTACIONAL NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA COM O GEOGEBRA NA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE FUNÇÕES Pesquisador: Renan Marques Pereira Área Temática: Versão: 1 CAAE: 30987814.8.0000.5283 Submetido em: 10/05/2014 Instituição Proponente: ASSOCIACAO FLUMINENSE DE EDUCACAO Situação: Aprovado Localização atual do Projeto: Pesquisador Responsável Patrocinador Principal: Financiamento Próprio</p> | | | |
|  | | | |
| Documentos Postados do Projeto | | | |
| Tipo Documento | Situação | Arquivo | Postagem |
| Parecer Consubstanciado do CEP | A |  PB_PARECER_CONSUBSTANCIADO_CEP_658915.pdf | 23/05/2014 11:13:05 |
| Interface REBEC | A |  PB_XML_INTERFACE_REBEC.xml | 10/05/2014 10:29:12 |
| Informações Básicas do Projeto | A |  PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_314630.pdf | 10/05/2014 10:29:11 |
| Outros | A |  Questionário - Geogebra.pdf | 10/05/2014 10:26:00 |
| Folha de Rosto | A |  Folha de rosto - Renan Marques Pereira.pdf | 17/04/2014 10:56:44 |
| TCLE - Modelo de Termo de Consentimento Livre e Esclarecido | A |  TCLE - Renan Marques Pereira.pdf | 13/04/2014 21:58:02 |
| Projeto Detalhado | A |  Projeto - UNIGRANRIO - Renan Marques Pereira.pdf | 13/04/2014 21:37:30 |
| Listar Todos » | | | |

ANEXO B – Termo de Consentimento Livre Esclarecido



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

(De acordo com as normas da Resolução nº 466, do Conselho Nacional de Saúde de 12/12/2012)

Você está sendo convidado para participar da pesquisa “Abordagens Conceituais Por Meio do GeoGebra: Uma Proposta para o Ensino da Matemática”. Você foi selecionado por ser um professor em exercício do ensino da Matemática e sua participação não é obrigatória. A qualquer momento você pode desistir de participar e retirar seu consentimento. Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com o pesquisador ou com a instituição.

Os objetivos deste estudo são promover a melhoria do ensino da Matemática.

Sua participação nesta pesquisa consistirá em opinar sobre os ambientes, aspectos, metodologias de ensino com vertentes sobre a tecnologia educacional.

Os riscos relacionados com sua participação são nulos.

Os benefícios relacionados com a sua participação são de enriquecimento do ensino da Matemática.

As informações obtidas através dessa pesquisa serão confidenciais e asseguramos o sigilo sobre sua participação. Os dados não serão divulgados de forma a possibilitar sua identificação.

Uma cópia deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com o senhor (a), podendo tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento com os pesquisadores responsáveis Renan Marques Pereira, Eline das Flores Victor e Adriano Vargas Freitas nos e-mails renanmarques89@gmail.com, elineflores@hotmail.com e adrivargas@uol.com.br, ou no telefone (21)984682484.

Pesquisador Responsável

Declaro que entendi os objetivos, riscos e benefícios de minha participação na pesquisa e concordo em participar.

O pesquisador me informou que o projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da UNIGRANRIO, localizada na Rua Prof. José de Souza Herdy, 1160 – CEP 25071-202 TELEFONE (21).2672-7733 – ENDEREÇO ELETRÔNICO: cep@unigranrio.com.br

Duque de Caxias, _____ de _____ de 2015.

Sujeito da pesquisa

ANEXO C – Certificado da Oficina I