

–UNIVERSIDADE DO GRANDE RIO – UNIGRANRIO
PRÓ REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA (PROPEP)
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DAS CIÊNCIAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

HUGO JOSÉ NASCIMENTO

**CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA: UM
ESTUDO COLABORATIVO SOBRE A CONCEPÇÃO E USO DO
APLICATIVO MÓVEL FUNCIONALIDADE.**

Duque de Caxias – RJ

2014

HUGO JOSÉ NASCIMENTO

**CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA: UM
ESTUDO COLABORATIVO SOBRE A CONCEPÇÃO E USO DO
APLICATIVO MÓVEL FUNCIONALIDADE.**

Dissertação apresentada à Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”, como parte dos requisitos parciais para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências na Educação Básica.

Área de concentração:
Ensino das Ciências na Educação Básica –
Matemática.
Orientador: Professor Dr. Herbert Gomes Martins
Co-orientadora: Professora Dra. Eline das Flores
Victor

Duque de Caxias – RJ

2014

CATALOGAÇÃO NA FONTE/BIBLIOTECA - UNIGRANRIO

N244c Nascimento, Hugo José.

Construção do conceito de Função Matemática: um estudo colaborativo sobre a concepção e uso do aplicativo / Hugo José Nascimento. - 2014.

116 f. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”, Escola de Educação, Ciências, Letras, Artes e Humanidades , 2014.

“Orientador: Prof.º Herbert Gomes Martins”.

“Co- orientadora: Prof.ª Eline das Flores Victer”.

Bibliografia: f. 97-99.

1. Educação. 2. Tecnologia. 3. Inovações tecnológicas. 4. Ensino. 5. Aprendizagem. 6. Funções (Matemática). I. Martins, Herbert Gomes. II. Victer, Eline das Flores. III. Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”. IV. Título.

CDD - 370

Hugo José Nascimento

**CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA: UM
ESTUDO COLABORATIVO SOBRE A CONCEPÇÃO E USO DO
APLICATIVO MÓVEL FUNCIONALIDADE**

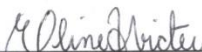
Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional
em Ensino das Ciências na Educação Básica da
Universidade do Grande Rio, UNIGRANRIO, como
parte dos requisitos para obtenção do título de
Mestre em Ensino de Ciências na Educação Básica.

Aprovada em _____ de _____ de 2014.

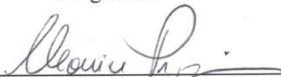
Banca Examinadora:



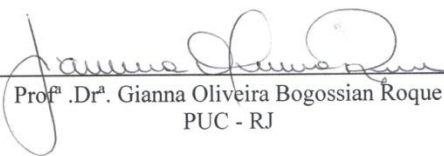
Prof. Dr. Herbert Gomes Martins
Unigranrio



Prof. Dr. Eline das Flores Victor
Unigranrio



Prof. Dr. Cleonice Puggian
Unigranrio / UERJ



Prof. Dr. Gianna Oliveira Bogossian Roque
PUC - RJ



Prof. Dr. Wallace Vallory Nunes
IFRJ – Nilópolis

Dedico este trabalho a minha querida esposa Rosana Silva Nascimento, *in memoriam*, que participou, com muito sofrimento, da construção desse projeto, porém não teve forças para vê-lo terminado. A ela toda a reverência, meu amor e minha saudade.

AGRADECIMENTOS

Concluir mais uma etapa acadêmica nos tornam mais humanos, pois ao analisarmos nossa trajetória é possível perceber que não caminhamos sozinhos e que a vida nos dá de presente parceiros, companheiros, amigos e primordialmente a Família para que possamos perseverar rumo ao objetivo inicial. Desta forma, gostaria de prestar homenagem e agradecer em primeiro lugar a Deus, que permitiu que esta etapa fosse concluída, a minha adorável mãe, Antônia Correa do Nascimento, aos meus filhos Ana Caroline Silva Nascimento e Hugo José Nascimento Junior e aos meus irmãos Sebastião José Nascimento, Sandra Regina Nascimento e Luis Roberto Nascimento. Neste momento gostaria de estender as homenagens a minha tia Rosetti Loretto do Nascimento, a minha amiga Regina Machado da Silva e aos colaboradores que tornaram possível a realização deste projeto: Bruno Guilherme Quirino das Neves, Dircea Costa, Isis Ribeiro das Neves, Jocimar Teixeira e Gabriel Muniz.

Neste momento é importante salientar a orientação realizada pelo Professor Dr. Herbert Gomes Martins, que me mostrou caminhos e desvendou saberes inimagináveis, destaco ainda a participação da Co-orientadora Professora Dra. Eline das Flores Victor, para vocês vai o meu obrigado pela paciência, dedicação, incentivo e sabedoria que muito me auxiliou.

Agradecer é a capacidade de reconhecer a importância do outro na sua vida. Portanto, torna-se relevante citar a participação entusiasmada dos alunos e professores do Sistema Flama de Ensino, dentre eles gostaria de destacar: Vânia Carmela Notarangelo da Fonseca, Jorge Brás da Fonseca, Iata Anderson Ursulino da Silva, Felipe Almeida de Oliveira, Roberta Lobo Pereira, Carlos Afonso Silva e José Marcos de Castro Ferreira.

Aos meus colegas de turma que se tornaram amigos no decorrer do curso e enriqueceram a troca de saberes e aqueceram o meu coração quando pensei em desistir: Reinaldo Amirato Dias, Elias Galdino Neto, Alex Sandro Ribeiro de Andrade, Jackline Torres Amazonas e Ângela Accioly.

Agradecer é crescer em humanidade. Agradecer é experimentar o amor. Agradecer é abrir o coração e deixar o outro ali permanecer. Agradecer é evangelizar. Agradecer é estabelecer laços. Agradecer é viver convivendo. Agradecer é um jeito de revelar Deus. Agradecemos aos céus para que a vida na terra seja mais divina e agradecemos à terra para que possamos experimentar, mesmo de forma antecipada, um pouco do céu.

Há que reconhecer que a busca da verdade nem sempre se desenrola com a referida transparência e coerência de raciocínio. Muitas vezes, as limitações naturais da razão e a inconstância do coração ofuscam e desviam a pesquisa pessoal. Outros interesses de vária (*sic*) ordem podem sobrepor-se à verdade. Acontece também que o próprio homem a evite, quando começa a entrevê-la, porque teme as suas exigências. Apesar disto, mesmo quando a evitar, é sempre a verdade que preside à sua existência. Com efeito, nunca poderia fundar a sua vida sobre a dúvida, a incerteza ou a mentira; tal existência estaria constantemente ameaçada pelo medo e a angústia. Assim, pode-se definir o homem como *aquele que procura a verdade*.

PAPA JOÃO PAULO II

RESUMO

O presente trabalho apresenta os resultados de um estudo qualitativo sobre o potencial pedagógico de um aplicativo móvel, denominado FUNCIONALIDADE, que objetiva colaborar com professores e alunos da Educação Básica, na construção do conceito de função matemática. O aplicativo foi desenvolvido por meio de uma pesquisa colaborativa envolvendo sete professores do Sistema Flama de Ensino – entidade particular de ensino, localizada na Baixada Fluminense. Distanciando-se do formato tradicional dos livros didáticos ao abordarem o conceito de função, o aplicativo cria cenários de aprendizagem que podem potencializar a reestruturação de novas práticas pedagógicas. Tem-se o apoio da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud, além de Moreira e Piaget. O aplicativo FUNCIONALIDADE é um objeto de aprendizagem que poderá ser um aliado dos professores da Educação Básica na construção do conceito de função. Após apresentado aos alunos e posto em prática pelos professores participantes, confrontamo-nos diante de uma discussão sobre alguns saberes específicos associados ao trabalho docente, frente ao insipiente domínio de tecnologias e as modalidades de ensino perpetuadas pela cultura escolar, sendo obstáculo à aprendizagem e à inovação. Os resultados obtidos, a partir do uso do aplicativo, foram motivadores para passos futuros na adoção de novos cenários que venham a contribuir, ainda mais, para que os alunos da Educação Básica e, também, de outros níveis de escolaridade, venham a desmistificar esse conceito de sabida relevância para a matemática, provocando ações que pretendem transformar essa realidade. O aplicativo FUNCIONALIDADE pode, ainda, aproximar dois componentes basilares, quais sejam: realidade e matemática, tornando-se indissolúvel ferramenta para que os alunos possam compreender situações cotidianas, podendo, ainda, integrar à disciplina uma diversidade de experiências, assegurando ao corpo docente e discente ricas possibilidades de, juntos, trabalharem na construção do conceito de função.

PALAVRAS-CHAVE: Tecnologias, Ensino e Aprendizagem, Função e Matemática.

Sistema Flama de Ensino

ABSTRACT

This paper presents the qualitative study results of the pedagogical potential of a mobile application, called FUNCTIONALITY, which aims to collaborate with teachers and students of basic education, the construction of the concept of mathematical function. The application was developed through a collaborative research involving seven teachers of the Flama Teaching System - private educational entity, located in the Baixada Fluminense. Moving away from the traditional format of textbooks to address the concept of function, the application creates learning scenarios which may potentiate the restructuring of new pedagogical practices. It is supported by the Conceptual Fields Theory (CFT) Vergnaud, also Moreira and Piaget. FUNCTIONALITY The application is a learning object which can be an ally of teachers basic education in the construction of the concept of function. After it is presented to the students and put into practice by participating teachers, we are confronted by a discussion of some specific knowledge related to teaching, opposite the incipient field of technologies and methods of teaching school culture being perpetuated by obstacle to learning and innovation . The results obtained from the use of the application, were motivators for future steps in the adoption of new scenarios that may contribute further to the students of Basic Education and also from other levels of education, will demystify this known concept of relevance to mathematics, provoking actions that aim to transform this reality. The application FUNCTIONALITY can also bring two basic components, namely: reality and mathematics, becoming inseparable tool for students to understand everyday situations, and may also integrate the discipline a diversity of experience, ensuring that the teachers and students rich opportunities together, working to build the concept of function.

KEYWORDS: Technology, Teaching and Learning, Function and Mathematics.

FLAMA

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Conceito de função – Quintela (1970, p.16).....	34
Figura 1.2 – Continuação do conceito de função – Quintela (1970,p.17).....	35
Figura 1.3 – Conceito de função - Aref (1979, p. 169).....	36
Figura 1.4 – Conceito de função - Machado (1996, p. 69).....	37
Figura 1.5 – A máquina de dobrar- Dante (2010, p. 32).....	38
Figura 1.6 – A “máquina que transforma” – Aplicativo FUNCIONALIDADE....	38
Figura 1.7 –Funções - Dante (2010, p. 32).....	39
Figura 1.8 – Gráfico Antigo - Giovani di Cosali – Boyer (2012, p.188).....	43
Figura 1.9 – Representação Gráfica da Função – Caraça (1951, p.134).....	47
Figura 2.1 – Questionário respondido pelo aluno A – Sistema Flama de Ensino...	67
Figura 2.2 – Questionário respondido pelo aluno B – Sistema Flama de Ensino...	67
Figura 2.3 – Questionário respondido pelo aluno C – Sistema Flama de Ensino...	67
Figura 2.4 – Questionário respondido pelo aluno D – Sistema Flama de Ensino...	67
Figura 2.5 – Questionário respondido pelo aluno E – Sistema Flama de Ensino...	67
Figura 2.6 – Questionário respondido pelo aluno F – Sistema Flama de Ensino...	68
Figura 2.7 – Questionário respondido pelo aluno G – Sistema Flama de Ensino...	68
Figura 2.8 – Questionário respondido pelo aluno H – Sistema Flama de Ensino...	68
Figura 2.9 – Questionário respondido pelo aluno I – Sistema Flama de Ensino...	68
Figura 2.10 – Questionário respondido pelo aluno J – Sistema Flama de Ensino...	68
Figura 3.1 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (tela de apresentação).....	70
Figura 3.2 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (tela de abertura).....	70
Figura 3.3 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (tela de abertura).....	71
Figura 3.4 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (cena inicial).....	71
Figura 3.5 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (cena 01).....	72
Figura 3.6 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (cena 02).....	72
Figura 3.7 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (cena 03).....	73
Figura 3.8 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (cena 04).....	73
Figura 3.9 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (cena 05).....	74
Figura 3.10 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (cena 5.1).....	74
Figura 3.11 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (cena 06).....	75

Figura 3.12 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (cena 07).....	76
Figura 3.13 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (cena 08).....	76
Figura 3.14 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (cena gráfico).....	77
Figura 3.15 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (cena conceito).....	77
Figura 3.16 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (cena conceito).....	78
Figura 3.17 – Aplicativo FUNCIONALIDADE – (cena conceito).....	78
Figura 4.1 – Conceito de Função – (Apostila Digital Sistema Flama de Ensino)...	85
Figura 4.2 – Conceito de Função – (Apostila Digital Sistema Flama de Ensino)...	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Perfil acadêmico dos professores participantes.....	80
Tabela 4.2 – Sobre o uso da internet pelos professores participantes.....	81
Tabela 4.3 – Sobre interatividade professores <i>versus</i> alunos.....	82
Tabela 4.4 – Sobre as experiências de aprendizagem e o papel das TIC.....	83
Tabela 4.5 – Sobre o uso dos tablets pelos alunos do Sistema Flama de Ensino.....	86
Tabela 4.6 – Como você utiliza o conhecimento adquirido por seus alunos para ajudá-los a construir o conceito de função matemática?.....	88
Tabela 4.7– Como você explica o conceito de função matemática a partir do cotidiano de seus alunos?.....	88
Tabela 4.8 – Como você relaciona a maneira como variam as grandezas com o conceito de função matemática?.....	89
Tabela 4.9 – Como você relaciona, em suas aulas, o conceito de função matemática com as diferentes áreas do conhecimento humano.....	89

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 4.1 – Você tem computador em sua residência?.....	91
Gráfico 4.2 – Você tem acesso à internet em sua residência?.....	92
Gráfico 4.3 – Você possui aparelho de telefonia móvel?.....	92
Gráfico 4.4 – No seu aparelho há acesso à internet?.....	93

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	16
1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	25
1.1 Estudo histórico e epistemológico do conceito de função.....	25
1.2 O estudo de funções e os parâmetros curriculares nacionais.....	32
1.3 O estudo de funções e os livros didáticos	34
1.4 Estudo do conceito de função: um processo histórico	40
1.4.1 A Antiguidade.....	40
1.4.2 Os Babilônios.....	41
1.4.3 Os Gregos.....	42
1.4.4 Os Egípcios.....	42
1.4.5 O Século XIV.....	42
1.4.6 O Século XVI.....	43
1.4.7 O Século XVII.....	44
1.4.8 O Século XVIII.....	45
1.4.9 Os Séculos XIX e XX.....	45
1.5 Tecnologia no ensino da matemática.....	48
1.5.1 Conectivismo.....	50
1.5.2 As tecnologias da informação e comunicação (TICs).....	52
1.5.2.1 Significado m-learning	52
1.5.2.2 Significado de u-learning	53
1.5.2.3 As redes de comunicação sem fio (Wireless).....	53
1.5.2.4 Espaços de Aprendizagem.....	53
1.5.2.5 Internet.....	54
2. Metodologia.....	55
2.1 Primeira fase: Formalização do convite aos professores de matemática do Sistema Flama de Ensino.....	55
2.2 Segunda fase: Encontro individual com os professores participantes.....	58
2.3 Terceira fase: Entrevista com os professores.....	63
2.4 Quarta fase: Primeira jornada para apresentação e discussão do projeto.....	64

2.5 Quinta fase: Apresentação do aplicativo aos professores participantes na versão 1.0.....	65
2.6 Sexta fase: Encontro extra com professores participantes objetivando entender suas trajetórias profissionais.....	65
2.7 Sétima fase: Opinião dos alunos do Sistema Flama de Ensino sobre o aplicativo FUNCIONALIDADE.....	66
3. Aplicativo FUNCIONALIDADE.....	70
4. Os professores participantes e as tecnologias nas mãos dos alunos:uma análise dos resultados.....	80
4.1 Entrevistas com os professores participantes A.....	80
4.2 A tecnologia nas mãos dos alunos.....	89
5. Considerações Finais	94
Referências Bibliográficas.....	99
Entrevistas com os professores participantes B	105
Apêndice A.....	103
Apêndice B.....	104
Anexos.....	111

INTRODUÇÃO

Minha trajetória acadêmica começa no ano de 1974, quando ingressei no curso de Matemática pela Universidade Federal Fluminense (UFF). Aspirava a possibilidade de me engajar no contexto educacional, uma vez que sempre fui muito estudioso e um eterno admirador do ato de ensinar.

Em 1999, concluí o Curso de Pós-Graduação *lato sensu* em Administração Escolar na Universidade Castelo Branco, com intuito de buscar subsídios para aperfeiçoar a gestão da empresa sob minha responsabilidade. Com o crescimento da empresa em questão, senti a necessidade de me matricular no Curso de Pós-Graduação *lato sensu* em Docência do Ensino Superior, concluído em 2002 na Faculdade de Serviço Social Santa Luzia, com um trabalho de conclusão voltado para o tema: Ensino Superior no Brasil – Gestão e Novos Desafios.

Na realização de um desejo pessoal, matriculei-me na Universidade Estácio de Sá, para cursar letras (português/literaturas), por sentir encantamento pela beleza e diversidade da nossa língua nativa. Concluí o referido curso em 2007, apresentando a monografia com o Tema: O texto literário e o leitor – a interação com o jovem leitor.

Partindo das minhas inquietações a respeito da área da Educação, senti necessidade de dar mais um passo em minha trajetória acadêmica e vislumbrei a possibilidade de ingressar num curso que proporcionasse espaço e orientação para pesquisa. Sabendo que o Mestrado é um terreno fértil para cultivar ideias e colher novos saberes ou, até mesmo, repensá-los, embarquei nesta viagem, compreendendo que este é um caminho sem volta para quem almeja ampliar seus conhecimentos, pois este não é finito, sendo o principal combustível do educador.

O meu interesse pela educação levou-me a abandonar um emprego de bancário para assumir, em 1975, uma turma como professor de matemática numa grande escola de educação infantil, ensino fundamental, médio e educação profissional. Meu envolvimento com as questões pedagógicas possibilitaram assumir a coordenação geral da escola por 20 anos. Em igual período, fui admitido, por concurso público, para o cargo de professor de Matemática na Rede Estadual de Ensino. Em 1989, fundei a minha própria empresa na área educacional,

onde, além da educação sistematizada, desenvolvem-se também projetos culturais, pesquisas e elaboração de materiais pedagógicos.

Refletindo sobre a minha trajetória, gostaria de citar nomes de professores que marcaram a minha vida acadêmica e, certamente, influenciaram a construção da minha identidade profissional, dentre eles: professora Celina de Vasconcelos Corrêa, minha primeira professora da Escola Boa Sorte, localizada em Santa Bárbara, interior de Campos dos Goytacazes, RJ. Com ela aprendi, além das primeiras letras, a respeitar e admirar a atividade docente.

Terminado o curso primário, mudei-me para a cidade de Duque de Caxias, no Estado do Rio de Janeiro, para dar sequência ao curso ginásial e, para tanto, hospedei-me na casa da minha tia Roseti Loretto do Nascimento Silva que, além de professora, é também escritora. A personalidade marcante de minha tia veio consolidar em mim o conceito já formado através da minha primeira professora.

Gostaria de destacar a influência positiva do ilustre professor José Cozzolino, com quem aprendi a entender os bastidores de uma escola, toda a estrutura administrativa que sustenta o processo pedagógico que acontece numa sala de aula. Nessa grande escola atuei por muitos anos como professor e, posteriormente, acumulei as funções de professor e coordenador. Foi lá que descobri o mundo da educação. As experiências lá adquiridas alimentaram a minha motivação e serviram de alavanca para eu fazer da educação uma atividade de satisfação pessoal e de realização profissional.

A mesma inquietação que me fez avançar rumo à aquisição de novos saberes junto ao mestrado, também me impulsionou a repensar como a escola do século XXI ensina matemática e de que forma a tecnologia da qual dispomos na atualidade pode otimizar a apropriação do conhecimento, podendo citar, em especial, o conceito de função matemática.

Depois de mais de 30 anos de carreira docente e convicto de que a educação pode alcançar lugares inimagináveis, pesquisar o tema em questão é uma forma de desmistificar o ensino da matemática, que há décadas é encarado como a grade vilão dos bancos escolares. Segundo Nóvoa (2005, p. 38 *apud* DANYLUK, 2012 p. 96), o mínimo que se exige de um educador é que seja capaz de pensar a sua ação nas continuidades e mudanças do tempo, participando criticamente na renovação da escola e da pedagogia.

Inquietamo-nos, desde muito, com a distância entre a escola e o mundo real. Temos uma escola conservadora, assentada em velhos e ultrapassados paradigmas. Falamos de toda a sua estrutura, com seus diretores, orientadores, professores e demais membros da comunidade escolar – estagnados no tempo e distantes do mundo. Ocorre que essa distância manteve-se quase que constante ao longo dos séculos. No entanto, com o acelerado processo de desenvolvimento tecnológico pelo qual passamos, chegamos num momento que não dá mais para esperar, há urgência em aproximar a escola do mundo real. Não podemos mais ficar indiferentes a essas transformações. Segundo Borba, Penteadó, Scheffer (2001 *apud* DANYLUK, 2012, p. 87), em termos de matemática, além dos agravantes que atingem a educação brasileira como um todo, sua efetiva aprendizagem sofre a ação do descompasso entre o que se ensina na escola e a distância dos inúmeros avanços da tecnologia e da ciência em que se encontram as sociedades em maior desenvolvimento.

Hoje, os avanços tecnológicos do mundo moderno, caminham em progressão geométrica e a escola está, infelizmente, caminhando em progressão aritmética. Segundo Danyluk (2012, p. 55), objetivo principal da MM¹ era a reflexão e uma busca de elementos alternativos para o ensino da matemática, tendo como referência também o fato de as sociedades apresentarem grandes avanços tecnológicos e o ensino de matemática, de forma geral, não acompanhar esses avanços.

A escola precisa despertar para o momento em que vivemos. Precisa atualizar seus professores, motivá-los a usar as novas tecnologias que, através dos iPads, iPhones, Internet, tablets etc., já estão nas mãos dos alunos. Segundo Kenski (2011, p. 55), a articulação linear da aula, em que o professor só fala, para depois responder às perguntas dos alunos, nem sempre produz os resultados esperados. Os alunos, principalmente os mais jovens, dispersam-se e começam a *zapear* em aula. Para Christopher Day², professor da Universidade de Nottingham na Inglaterra, em entrevista ao jornal O GLOBO, “...o mundo muda e a escola tem que mudar junto” (CASTRO, 2013). Muitos estudantes podem obter mais informações no telefone do que os professores podem oferecer em aula.

¹ Movimento da Matemática Moderna, desencadeado no Brasil, especialmente nas décadas de 60 e 70 do século passado.

² Christopher Day é professor emérito da Universidade de Nottingham na Inglaterra, coordena um estudo em vinte países sobre como é a liderança em colégio de sucesso.

A discussão a respeito do uso dessas tecnologias com a finalidade de auxiliar no processo de ensino e aprendizagem está presente em diferentes encontros científicos que buscam novos caminhos para a educação, em particular, para a educação matemática do século XXI. Está também nos jornais, revistas, periódicos, na internet, nos blogs, nas redes sociais e nos livros. Para Kenski (2011, p. 19), na ação do professor na sala de aula e no uso que ela faz dos suportes tecnológicos que se encontram à sua disposição, são novamente definidas as relações entre o conhecimento a ser ensinado, o poder do professor e a forma de exploração das tecnologias disponíveis para garantir melhor aprendizagem pelos alunos. Para Barreto (2009, p, 95), desde muito cedo aprendemos que, se quisermos ser ouvidos, precisamos usar os mesmos meios, textos e apelos discursivos contemporâneos a nós.

No caso desse estudo, faz-se necessário procurar entender como os aplicativos móveis podem auxiliar professores e alunos na relação ensino-aprendizagem do conceito de função matemática.

Aproveitar o dinamismo e a interatividade dos aplicativos poderá nos ajudar a compreender um conceito de fundamental importância para a matemática – o conceito de função. E, a partir daí, poder usar essa ferramenta tecnológica para outros segmentos do saber matemática. D'Ambrosio (2012, p.110) propõe a adoção de uma nova postura educacional, a busca de um novo paradigma de educação que substitua o já desgastado ensino-aprendizagem baseado numa relação obsoleta de causa-efeito.

Num dispositivo móvel podemos armazenar os livros didáticos utilizados pelos alunos, podemos também armazenar dicionários, agendas e dezenas de instrumentos necessários para consultas diárias; encontrar aplicativos para produzir textos, planilhas, gráficos, calculadoras; fazer simulações impossíveis de serem feitas em livros no formato tradicional.

A dimensão tecnológica pressupõe uma nova forma de conhecimento. Com o avanço da ciência e da tecnologia, por meio de pesquisa sobre realidade virtual, torna-se inconcebível que a Educação seja tratada de forma tradicional. Sabe-se que o desenvolvimento tecnológico proporciona uma nova dimensão que transcende os paradigmas ultrapassados do ensino tradicional pontuado pela instrução programada, pela transmissão de informações e pelo treinamento do pensamento algoritmo e mecânico. (MISKULIN; PIVA JUNIOR, 2007, p. 136).

Num tablet ou num smartphone podemos, ainda, simular modelos de função matemática desde suas formas mais elementares, a partir da ideia de funcionalidade já internalizada na mente humana, com exemplos e modelos das formas mais simples às mais

complexas e diversificadas, tudo isso num simples “toque”. Com ele podemos também virtualizar a aprendizagem sem as limitações de tempo ou lugar. Segundo Kenski, (2011, p. 103), as TIC proporcionam um novo tipo de interação do professor com os alunos. Possibilitam a criação de novas formas de integração do professor com a organização escolar e com outros professores.

Além disso, através dos aplicativos, é possível simular a noção de funcionalidade que já existia nos primórdios da humanidade e contextualizar o conceito de função a partir daquilo que o aluno já conhece – fazemos tudo isso num mesmo espaço e simultaneamente.

O professor não é mais o único detentor do conhecimento, ele precisa saber que, as informações estão ao alcance dos alunos de forma rápida, dinâmica e instantânea. Para Silva (2002, p. 73), significa que ele não mais se posicione como o detentor do monopólio do saber, mas como aquele que disponibiliza a experiência do conhecimento. Querer ignorar este fato é como pensar na possibilidade de um mundo sem telefone móvel ou imaginar os médicos clinicando sem fazer uso dos mais modernos e avançados equipamentos de imagem para detectar doenças e, a partir daí buscar a cura de seus pacientes.

Certamente ao utilizar a informática em sala de aula, o professor irá caminhar em uma zona de risco sempre constante. Serão raras as situações em que não surgirão perguntas novas. Isso deve ser visto como algo positivo. Com o tempo, os alunos perceberão que as regras do jogo mudaram: agora poderão aprender com o professor, junto com o professor e, por vezes, ensiná-lo (ROLKOUSKI, 2011, p. 23).

Assim, acreditamos na escola do século XXI fazendo uso de diferentes mídias digitais para subsidiar a prática docente da matemática na educação básica. É notório que estamos diante de algo muito novo e que reconfigura nosso cotidiano. Precisamos dar tempo aos professores para que eles possam, junto com seus alunos, compreender as transformações pelas quais estamos passando e buscar novos caminhos para enfrentar esses desafios.

Formar pessoas flexíveis o suficiente para incorporar novos e diferenciados perfis profissionais; que tenham consciência da velocidade das mudanças e do tempo curto de existência de profissões novas e promissoras. Pessoas que possam reconhecer a fragilidade das conquistas sociais tradicionais – como o trabalho assalariado e os benefícios trabalhistas – e lutar contra ela. A escola precisa, enfim, garantir aos alunos-cidadãos a formação e a aquisição de novas habilidades, atitudes e valores, para que possam viver em uma sociedade em permanente processo de transformação (KENSKI, 2011, p. 64).

A experiência que trago como docente na educação básica e na graduação, deixa claro que a grande maioria dos alunos termina o ensino médio sem conhecer ao menos o conceito de função, apesar de ter contato com tal conceito em vários momentos das aulas de matemática. Assim, os alunos do ensino médio estudam as funções polinomiais, função exponencial, função logarítmica, as funções trigonométricas, dentre outras e, ao final do curso, não sabem o conceito de função matemática.

Acreditamos que o uso de aplicativos poderá promover, facilitar ou complementar o ensino e aprendizagem do conceito de função matemática, levando em consideração as expectativas criadas a partir do inegável potencial das tecnologias da informação e comunicação (TIC), em especial dos tablets, nesse processo. Entendemos, também, que o uso das tecnologias poderá nos conduzir ao estudo de novas metodologias, e que estas venham a contribuir para o ensino da matemática e que possam encontrar caminhos que aproximem a escola do mundo real. Segundo Maranhão (2009, p. 14), o conhecimento matemático deve ser construído por meio de diferentes formas de ensinar e aprender, buscando uma maior participação do aluno e tendo o professor como um mediador do processo.

Entendemos ser o aplicativo FUNCIONALIDADE uma alternativa para se ensinar e aprender o conceito de função. Assim esperamos responder às seguintes perguntas:

– o aplicativo FUNCIONALIDADE possibilitará aos professores participantes construir, junto aos seus alunos, o conceito de função?

– quais são as limitações encontradas pelos professores participantes quando o uso do aplicativo FUNCIONALIDADE?

Este trabalho tem como finalidade colaborar na promoção do processo de ensino e aprendizagem do conceito de função matemática, na educação básica, em mídia digital, explorando o potencial pedagógico dos aplicativos para tablets, smartphones e desktop desenvolvendo assim objetos de aprendizagem como produto dessa pesquisa.

Os Objetos de Aprendizagem (OAs) são recursos educacionais desenvolvidos dentro de determinado formato tecnológico com o objetivo de mediar, contextualizar e qualificar o processo ensino-aprendizagem em plataformas tecnológicas, sendo uma das principais características o reuso em diferentes níveis e contextos. Segundo Saccol et al. (2010, p.1), aos poucos, começam a ser identificadas mudanças no paradigma de ensino e de aprendizagem,

principalmente no que diz respeito ao e-learning (aprendizagem mediada por computadores) e, mais recentemente, ao m-learning (aprendizagem móvel) e ao u-learning (aprendizagem ubíqua).

Esta pesquisa pretende avaliar, junto a um grupo de professores em exercício, as dimensões do processo ensino e aprendizagem na construção do conceito de função, com a utilização de objeto de aprendizagem desenvolvido para tablets; analisar e comparar as observações feitas pelos professores participantes do projeto, a partir de sua prática pedagógica, comparando o modo de ensinar e de aprender o conceito de função matemática com o uso do aplicativo disponibilizado em tablets, frente ao formato tradicional.

Considerando o crescente acesso dos alunos às novas tecnologias, em particular aos tablets e smartphones, acreditamos que o uso de aplicativos como objetos de aprendizagem possa colaborar no processo ensino-aprendizagem do conceito de função matemática. Distanciando-se do modelo convencional – livros; o conceito de função poderá, acreditamos, ser internalizado pelos alunos, explorando a interatividade e a capacidade de simular e animar fenômenos proporcionada pelo aplicativo FUNCIONALIDADE desenvolvido para esse fim.

Não podemos ignorar os avanços tecnológicos que têm ocorrido no mundo. O acesso às informações através de diferentes mídias eletrônicas é uma realidade. Estamos num caminho sem volta, nem mesmo os mais conservadores conseguem imaginar um mundo longe das tecnologias.

Certamente, diante do que temos visto, não é mais possível imaginarmos uma escola nos moldes que a trouxeram até aqui: giz, quadro-negro, lápis e caderno. O uso das inovações tecnológicas pode contribuir para que tenhamos uma escola mais livre, ética e preparando seus alunos para exercerem a sua cidadania de forma plena e democrática, para que possam enfrentar um mundo cada vez mais complexo e desafiador.

Optei por um estudo colaborativo por acreditar que, em se tratando de um projeto educacional, não podemos mais vivenciar um processo ensino e aprendizagem onde os personagens principais, docentes e discentes, participam desse processo de forma passiva e distante. Onde os discentes não passam de um reservatório de informações e os docentes os únicos detentores de tais informações. Silva (2002, p. 167) pensa na possibilidade de fazer da

sala de aula um lugar privilegiado para a formação do sujeito cada vez mais imerso na subjetividade de suas escolhas e navegações. Um lugar privilegiado porque pode cuidar do colocar o *faça você mesmo* em confrontação coletiva para a construção do conhecimento. A interatividade em seus fundamentos pode potencializar esta confrontação. Pode criar o ambiente comunicacional capaz de acolher o *novo espectador*, o "homem aleatório" e prepará-lo para lidar com a referência coletiva. Neste ambiente, o professor não mais se limita à falar-ditar e se apresenta como propositor da participação livre e plural, provocador do diálogo que disponibiliza e articula múltiplas informações.

A participação dos docentes na pesquisa, o seu envolvimento no projeto desde o primeiro momento, evita que os resultados obtidos fiquem fechados de forma hermética. Ao contrário, faz com que os professores identifiquem seus próprios problemas, que realizem a análise crítica desses problemas e possam colaborar na busca de soluções satisfatórias. Segundo Kenski (2011, p.54), em geral, ocorrem problemas no uso das tecnologias na educação porque as pessoas que estão envolvidas no processo de decisão para sua utilização com fins educacionais não consideram a complexidade que envolve essa relação.

Este trabalho está dividido em quatro capítulos, da seguinte forma: no capítulo I, tratamos do estudo histórico e epistemológico do conceito de função; passando pelo Movimento da Matemática Moderna, com suas novas propostas para o ensino da matemática a partir da metade do século passado, culminando com uma proposta, que consideramos relevante, na busca de novos caminhos para o ensino da matemática – o uso de aplicativo móvel como objeto de aprendizagem. Verificamos as propostas curriculares sugeridas pelos órgãos oficiais da educação no Brasil para o ensino da matemática, analisamos a forma de abordagem do conceito de função pelos autores dos principais livros didáticos, do fim do século passado e início deste, prosseguindo com um estudo histórico do conceito de função. Além das fundamentações teóricas fizemos uma descrição das tecnologias da informação e comunicação (TICs). No capítulo II descrevemos as sete fases em que foi dividida essa pesquisa, desde a formalização do convite aos professores, culminando com a fundamentação teórica, onde encontramos, na teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o nosso aporte. O capítulo III foi reservado para a descrição e apresentação do aplicativo FUNCIONALIDADE. No capítulo IV apresentamos os professores participantes do projeto de pesquisa. Aqui podemos ter contato com suas expectativas, angústias, certezas e incertezas frente aos novos

desafios para a educação do século XXI, em especial, a Educação Matemática. Também nos foi possível, nesse capítulo, contato com uma amostra de alunos desses professores, onde nos foi possível observar suas reações quando apresentados ao aplicativo FUNCIONALIDADE.

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Tratamos do estudo histórico e epistemológico do conceito de função; passando pelo Movimento da Matemática Moderna, com suas novas propostas para o ensino da matemática a partir da metade do século passado. Verificamos as propostas curriculares sugeridas pelos órgãos oficiais da educação no Brasil para o ensino da matemática, analisamos a forma de abordagem do conceito de função pelos autores dos principais livros didáticos, do fim do século passado e início deste, prosseguindo com um estudo histórico do conceito de função. Alinhando as fundamentações teóricas fizemos uma descrição das tecnologias da informação e comunicação (TICs) onde o Aplicativo FUNCIONALIDADE se insere.

1.1 Estudo histórico e epistemológico do conceito de função matemática

O ensino da matemática vem sendo questionado há décadas. Nos anos cinquenta do século passado surge o Movimento da Matemática Moderna (MMM) com novas propostas para o ensino da matemática; questionando métodos até então utilizados, sugerindo alterações e propondo novas diretrizes. Segundo Danyluk (2012, p.88), já na década de 1950 o ensino da matemática era questionado em muitos aspectos [...]. A dinâmica de questionamentos, alterações e proposições para o ensino da matemática é designado hoje como Movimento da Matemática Moderna (MMM), marco dentro da história recente da Educação Matemática e desencadeado internacionalmente.

O Movimento da Matemática Moderna surge com o objetivo de romper velhos paradigmas no ensino da matemática, buscando elementos alternativos, novas reflexões e procurando integrar a matemática a um novo mundo que surgia; as sociedades vivenciavam grandes avanços científicos e tecnológicos – principalmente com os projetos voltados para as conquistas do espaço – e o ensino da matemática não acompanhava esses avanços.

O Movimento da Matemática Moderna ocorreu a partir de ações conjuntas em diversas partes do mundo, chegando ao Brasil e atingindo sua plenitude entre as décadas de sessenta e final da década de setenta do século passado, propondo grandes alterações nas metodologias do ensino da matemática, alterações também nos conteúdos propostos nos diferentes níveis de ensino, conduzindo professores e alunos a uma nova postura diante dela. Segundo Danyluk (2012, p.86), a realização dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM³) ilustra

³ Os Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM) são eventos científicos que reúnem pesquisadores, professores e estudiosos da Educação Matemática, realizando-se de quatro em quatro anos em diferentes partes

bem essa preocupação, que se descortina em diferentes frentes, como a didática da matemática, metodologias e práticas para o ensino dessa ciência, história da matemática, etnomatemática, entre outras. Junto com essas perspectivas também são relevantes os trabalhos que evidenciam quanto é problemática a aprendizagem da matemática em seus diferentes níveis de ensino.

O conceito de função matemática está presente nos mais diferentes ramos do conhecimento humano e teve sua origem, provavelmente, na antiguidade, quando cientistas, filósofos e demais estudiosos de diferentes ramos das ciências buscavam compreender e encontrar formas que permitissem descrever os fenômenos naturais que tanto os intrigavam. Segundo Novikoff (2011, p.166), o estudo de "Função" possibilita também verificar a sua aplicação na matemática e fora dela. Surgem então, as possibilidades de interdisciplinaridade em matemática, que se aplica apenas com o objetivo de interação entre disciplinas da educação básica.

Aristóteles, bem como outros estudiosos de seu tempo, já questionavam as leis físicas e tentavam explicar o fenômeno dos corpos em queda livre. Newton, o grande cientista que foi, entendeu a natureza da luz de forma singular, sua obra mais importante – as leis de movimento e a teoria da gravitação universal foram modificadas por Einstein. Assim, Cada matemático procurava através de suas indagações acrescentar algo ao que o antecedeu, sem que para isso precisasse desprezar o que já existia. Assim, a matemática passa a ter uma estrutura crescente e inovadora a cada momento. Um novo saber não anula o anterior, ao contrário, cria novos pontos de interação e indagação.

Cada grande matemático acrescenta algo ao que veio antes, mas nada tem que ser removido. Consequentemente, quando lemos um livro como História da Matemática temos a figura de uma estrutura crescente, sempre mais alta e mais larga e mais bela e magnífica e com uma base que é tão sem mancha e tão funcional agora como era quando Tales elaborou os primeiros teoremas geométricos, há quase 26 séculos (BOYER, 2012, p.15).

Sabemos que o estudo do conceito de função matemática perpassa o tempo e, junto com ele, esse conceito desenvolveu-se de diferentes maneiras nos diversos momentos da história da humanidade. Como muitos pensamentos matemáticos, o conceito de função surge dos conflitos, das buscas e inquietações do homem frente aos novos desafios. Em particular, existe um número significativo de artigos, dissertações e teses que sinalizam a relevância do

estudo das funções matemáticas. Observamos que muitas vezes esses enfoques se dão a partir de casos específicos de função – função polinomial, função exponencial, função logarítmica dentre outras – porém o conceito de função matemática numa visão voltada para os seus fundamentos é abordado de forma superficial, ficando tais ideias legadas a segundo plano. Nesse trabalho procuramos verificar como os aplicativos móveis podem ajudar professores e alunos no processo ensino-aprendizagem do conceito de função matemática e a partir daí perceber a sua presença nas diferentes áreas do conhecimento humano.

De forma intuitiva, o conceito de função está há milênios internalizado na mente humana, mas foi a partir do século XVIII que os filósofos medievais – que seguiam a escola de Aristóteles – discutiram a qualificação de formas variáveis. Entre tais formas, eles estudavam a velocidade de objetos móveis e a variação da temperatura de ponto para ponto de um sólido aquecido.

Ao galgar o ensino superior, já nos primeiros contatos com o estudo do cálculo, percebe-se uma dificuldade profunda por parte dos alunos em entender suas bases teóricas, seus conceitos iniciais, suas propriedades elementares e seus teoremas, motivo provável: os alunos não entendem o conceito de função matemática.

A existência de tais dificuldades parece ser um consenso entre os professores, como podemos constatar em diversos congressos de que participamos na área de Educação Matemática no Brasil, nas discussões com outros professores da área, nas observações feitas em sala de aula e em algumas publicações a que tivemos acesso (NOVIKOFF et al. 2011, p.168).

Percebe-se que os livros didáticos perderam-se nos caminhos básicos para ensinar o conceito de função matemática. De forma confusa, ao tentar, inicialmente, abordar a ideia intuitiva de função, enveredam-se por trajetos que mais complicam do que explicam. Segundo Oliveira (1997, p.38), os estudos anteriores, além de confirmarem os problemas apontados por algumas pesquisas sobre o ensino-aprendizagem do conceito de função, nos permitiram constatar a existência da problemática. O fato dos alunos confundirem atributos do conceito com os exemplos faz com que eles não cheguem a uma generalização do mesmo.

Entender de forma contextualizada o conceito de função matemática é de vital necessidade para o saber matemática. Ignorar esses princípios é como querer dominar, por exemplo, a aritmética desconhecendo seus axiomas, postulados e teoremas. Oliveira (1997, p.126), sugere que coloquemos o aluno numa situação a-didática, na qual ele compreenda as noções de correspondência, dependência e variação e utilize o que ela chama

de "jogo de quadros" e mudanças de registros de representação para a compreensão do que é uma função.

Percebe-se que o conceito de função matemática transita pela escola como um filme com diferentes finais, onde os espectadores – os alunos – direcionam seus olhares para diferentes cenas, mas o ponto central, o início do filme – o conceito de função matemática – está confuso, descontextualizado, fazendo-os imaginar que estão diante de diferentes filmes, filmes esses que possuem um início comum, mas que eles – os alunos – desconhecem. Segundo Delgado (2010, p. 23), na vida diária, as funções são representadas de diferentes formas. Por exemplo, tabelas e gráficos são amplamente utilizados na mídia (jornais, televisões, internet) enquanto que fórmulas que envolvam funções são usadas no comércio, nas ciências, entre outros.

Muitas são as indagações a respeito do processo de ensino e aprendizagem do conceito de função matemática. Ardenghi (2008) buscou respostas para o número reduzido de pesquisas em Educação Matemática e em particular àquelas que tratavam do ensino aprendizagem do conceito de função. Sua pesquisa foi baseada em dados ocorridos no período de 1970 a 2005. Observa-se que entre 1970 e 1996, ou seja, ao longo de vinte e seis anos, foram produzidas apenas sete pesquisas que problematizam a aprendizagem do conceito de função.

A partir de 1997, há um aumento considerável nesse número devido ao aumento do número de programas de pós-graduação no Brasil e ao crescente interesse por esse tema. Destacamos que vinte e quatro (52,2%) das pesquisas foram concluídas em 2002 a 2005 e que o ano de pico da produção foi 2005, com oito trabalhos produzidos (17,4%). (ARDENGHI, 2008, p. 21).

Das quarenta e seis pesquisas analisadas (ARDENGHI, 2008, p. 30), 32,5% foram sobre o "Uso de Tecnologias" e 30,4% sobre "Didática", com destaque, também, para abordagem da "História", "Concepção de Função" e "Contextualização/ Interdisciplinaridade", 10,9% cada. Em apenas um dos trabalhos, foi utilizada a "Modelagem Matemática". Os trabalhos incluídos na temática "Uso de Tecnologias" versavam sobre a utilização de software, de calculadoras gráficas e os que propunham um novo software para o estudo de uma função específica.

Podemos observar que no período estudado por Ardenghi, isto é, de 1970 a 2005, consequentemente concluído há nove anos, parece que o seu estudo aconteceu há décadas, tamanha as transformações tecnológicas ocorridas nesse intervalo. Observa-se que ainda não falávamos, como agora, sobre os tablets, sobre sua mobilidade e interatividade e muito

menos sobre seus aplicativos com suas inúmeras funções – hoje, por exemplo, podemos aproveitar os aplicativos para nos ajudar a construir o conceito de função matemática. São novos desafios para a Educação Matemática — são novos tempos. Podemos aproveitar a capacidade desses objetos de aprendizagem de simular fenômenos, sua portabilidade e seu potencial de reestruturação de práticas pedagógicas e sua capacidade de subsidiar essas práticas, especialmente da matemática na educação básica, para criar diferentes rotas de aprendizagem. Segundo Wiley (2000, p. 23 *apud* SACCOL et al. (2010, p. 11), um Objeto de Aprendizagem (OA) é qualquer recurso digital que possa ser reutilizado e ajude na aprendizagem. Os OA são elementos de um novo tipo de instrução baseada em computador, em que designers instrucionais constroem pequenos componentes instrucionais que podem ser reutilizados várias vezes em diferentes contextos de aprendizagem.

Pesquisas em diferentes campos do conhecimento, passando pela pedagogia à neurociência, vem comprovando que cada aluno aprende de uma forma. Uns precisam de mais tempo, outros de menos. Alguns precisam de imagens outros privilegiam a audição. Segundo Alvarez (2006, p.184 *apud* OLIVEIRA 2011, p.87), pedagogicamente, a motivação, o envolvimento do aprendiz com o professor e o conteúdo, a compreensão do funcionamento cerebral, são fundamentais para que se garanta uma aprendizagem ágil e eficiente. Ainda segundo Oliveira (2011 p.76), as tecnologias emergentes podem criar oportunidades que orientem e melhorem a aprendizagem. Sabemos que as TIC possibilitam ao professor trabalhar recursos mais individualizados, delineando as informações sobre a aprendizagem dos alunos, colaborando com o professor na orientação do seu trabalho conforme o potencial de cada um. A neurociência vem confirmando o que já se argumentava no campo da pedagogia, isto é, a aprendizagem é bem mais do que receber informações, entendendo-se que a motivação dos alunos é fundamental no processo de ensino aprendizagem.

Sabemos ser preciso garantir a diversidade de experiências e possibilidades de escolha e, para isso, precisamos oportunizar diferentes formas de abordagem de um problema seja no mundo real ou usando as tecnologias que estão nas mãos dos alunos. Optamos, em nosso estudo colaborativo, pela segunda hipótese e por meio de um objeto de aprendizagem — aplicativo móvel, que denominamos FUNCIONALIDADE — criarmos cenários de aprendizagem que, acreditamos, possam contribuir com os professores na sua missão de construir, junto com seus alunos, o conceito de função matemática.

A grande revolução no ensino não se dá apenas pelo uso mais intensivo do computador e da internet em sala de aula ou em atividades a distância. É preciso que se organizem novas experiências pedagógicas em que as TICs possam ser usadas em processos cooperativos de aprendizagem, em que se valorizem o diálogo e a participação permanentes de todos os envolvidos no processo (KENSKI, 2011, p 88).

Sabemos que as tecnologias não substituem as práticas de ensino, ao contrário, elas as enriquecem e abrem novas possibilidades para o aluno construir seu próprio conhecimento com liberdade e autonomia. Segundo Barreto (2009, p. 126), a presença das TIC e mesmo a referência a elas nos remete a um imaginário de poder e solução, como se fosse possível que essa presença realizasse sonhos, desejos e fantasias. Assim esperamos através do aplicativo FUNCIONALIDADE – produto dessa pesquisa –, potencializar e reestruturar práticas pedagógicas que possam colaborar para o ensino do conceito de função na Educação Básica. Segundo Kenski (2011, p.67), as inovações tecnológicas podem contribuir de modo decisivo para transformar a escola em um lugar de exploração de culturas, de realização de projetos, de investigação e debate.

No caso dos tablets, o aproveitamento das funcionalidades desse tipo de dispositivo pode potencializar o caráter interativo e de reusabilidade dos objetos de aprendizagem. A proposta deste trabalho é explorar os objetos de aprendizagem em diferentes formatos: animações, simulações e fusões de texto e imagens para mediar e melhorar o processo ensino-aprendizagem de matemática, atuando mais especificamente sobre o conceito de função matemática. O tema função matemática, por sua gama de aplicações na vida cotidiana em diferentes disciplinas e em diferentes níveis permite desenvolver um OA com significativo potencial. Segundo Kenski (2011, p.67), o desafio é o de inventar e descobrir usos criativos da tecnologia educacional que inspirem professores e alunos a gostar de aprender, para sempre.

Há, entretanto, de se ter precaução ao adotar as TIC. Segundo Kenski (2011, p.57), estudos apontam problemas recorrentes que dificultam o uso de tecnologias na educação. O primeiro deles é a falta de conhecimento dos professores quanto à implementação pedagógica da tecnologia do currículo. Frequentemente, os professores não são formados para o uso das tecnologias, em sua prática pedagógica, sobretudo da TIC. Segundo Kenski (2011, p.103), as TIC proporcionam um novo tipo de interação do professor com os alunos. Possibilitam a

criação de novas formas de integração do professor com a organização escolar e com outros professores.

Um objeto de aprendizagem deve permitir o seu uso em diferentes ambientes de aprendizagem através de repositórios em que ele esteja armazenado e possa ser localizado numa busca isolada ou por associação a outros objetos. Segundo Balbino (2007 *apud* AUDINO e NASCIMENTO 2010, p.138), os repositórios de objetos de aprendizagem (ROA) “são entendidos como sendo um banco de dados central que armazena e gerencia conteúdos de aprendizagem criados por vários autores”. Balbino (2007 *apud* AUDINO e NASCIMENTO 2010, p.138) argumenta que os repositórios podem ser considerados como “bibliotecas públicas ou comerciais que reúnem vários objetos de aprendizagem na forma de arquivos digitais (textos, apresentações, animações, simulações, imagens, vídeos).” Segundo Silva (2002, p.185) a disponibilização consciente da interatividade vem, enfim, potencializar uma nova competência comunicacional em sala de aula. E o professor passa a ter um novo desafio: modificar a comunicação no sentido da participação-intervenção, da bidirecionalidade-hibridação e da permutabilidade potencialidade. Não mais a prevalência do falar-ditar, mas a resposta autônoma, criativa e não prevista dos alunos, o rompimento de barreiras entre este e o professor, e a disponibilidade de redes de conexões no tratamento dos conteúdos de aprendizagem.

Embora armazenado em tablets e destinado a alunos da educação básica, o objeto de aprendizagem desenvolvido neste trabalho poderá ser disponibilizado em diferentes mídias e, também, ser utilizado por alunos de outros níveis de ensino em disciplinas onde o conhecimento do conceito de função for pertinente. Segundo Silva (2002, p.11), as novas tecnologias interativas renovam a relação do usuário com a imagem, com o texto, com o conhecimento. É um novo modo de produção do espaço visual e temporal mediado. Elas permitem o redimensionamento da mensagem, da emissão e da recepção.

1.2 O estudo de funções e os parâmetros curriculares nacionais

As diretrizes traçadas pelos órgãos reguladores da Educação Nacional são belas e admiráveis, porém quase sempre ignoradas por aqueles que deveriam conhecê-las e, acima de tudo, segui-las: os professores.

Assim, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), nos propõem:

No que se segue, partimos do princípio de que toda situação de ensino e aprendizagem deve agregar o desenvolvimento de habilidades que caracterizem o “pensar matematicamente”. Nesse sentido, é preciso dar prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdos a serem trabalhados (BRASIL, 1999, p.70).

Observamos na citação anterior e na citação a seguir, também do PCNEM, uma preocupação com o *qualitativo*. Não podemos caminhar por esse mundo da matemática, sem um saber sólido e consistente de seus conceitos.

O estudo de funções pode ser com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura, área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras (BRASIL, 1999, p.72).

Estamos certos de que o aplicativo desenvolvido para tablets pode ser um divisor na forma de ensinar e de aprender o conceito de função, distanciando-se do formato tradicional dos livros didáticos e aproveitando a interatividade dos tablets, muito se pode colaborar para uma aprendizagem sólida e motivadora, diversificando caminhos, propondo novas direções na forma de ensinar e de aprender.

É recomendável que o aluno seja apresentado a diferentes modelos tomados em diferentes áreas de conhecimento (queda livre de um corpo, movimento uniforme e uniformemente acelerado, crescimento de uma colônia de bactérias, quantidade de medicamentos na corrente sanguínea, rendimentos financeiros, consumo doméstico de energia elétrica)... a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela apresentação de uma situação – problema ao aluno, ficando a formalização do conceito como última etapa do processo de aprendizagem (BRASIL, 1999, p.81).

Fazemos tudo isso, nos *apossamos* das tecnologias, interagimos, compartilhamos. Transgredimos no tempo, mas não podemos esquecer o passado. O objeto de aprendizagem desenvolvido em nosso projeto contempla uma visão histórica, a ideia de funcionalidade internalizada pelo homem desde os seus primórdios. Como sugerido pelo PCN (Brasil 1999, p. 86), a utilização da História da Matemática em sala de aula também pode ser vista como elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos.

Na contra mão deste caminhar nos deparamos com os livros didáticos no seu formato tradicional. É inegável seu valor histórico, sua *funcionalidade* em seu tempo, que entendemos; passou. Segundo Borba & Pentead, (2002 *apud* DANYLUK, 2012 p.87), em termos de matemática, além dos agravantes que atingem a educação brasileira como um todo, sua efetiva aprendizagem sofre a ação do descompasso entre o que se ensina na escola e a distância dos inúmeros avanços da tecnologia e da ciência em que se encontram as sociedades em maior desenvolvimento. Não é mais possível falarmos do conceito de função de forma tão abstrata e descontextualizada para quem vive num mundo de interatividade e compartilhamento.

Na ausência de orientação curricular mais consolidada, sistematizadas e acessíveis a todos os professores, o livro didático vem assumindo, há algum tempo, o papel de única referência sobre o saber a ser ensinado, gerando muitas vezes, a concepção de que ‘o mais importante do ensino da matemática na escola é trabalhar o livro capa a capa’ (BRASIL, 1999, p.86).

Vamos viajar nos textos do final do século passado e verificarmos suas abordagens do conceito de função, seu distanciamento do mundo, sua abstração ininteligível para quem se aventura pela primeira vez nesta área do conhecimento humano. Sua distância das propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

De um modo geral os livros didáticos abordam o conceito de função a partir das definições de produto cartesiano e de relação para, a partir desses conceitos, conduzir o conceito de função como um caso particular de relação. Um percurso doloroso e desmotivador para quem se envereda pela primeira vez por esses caminhos – extenuantes e descontextualizados. Vejamos, mais uma vez, os Parâmetros Curriculares Nacionais.

Tradicionalmente, o ensino de funções estabelece como pré-requisito o estudo dos números reais e de conjuntos e suas operações, para depois definir relações e a partir daí identificar as funções como particulares relações. Todo esse percurso é, então, abandonado assim que a definição de função é estabelecida, pois para a análise dos diferentes tipos de funções todo estudo relativo a conjuntos e relações é desnecessário. Assim o ensino pode ser iniciado diretamente pela noção de função para desenvolver situações de dependência entre grandezas, o que permite o estudo a partir de situações contextualizadas entre duas grandezas descritas algébrica e graficamente (BRASIL, 1999, p.165).

Podemos mudar os rumos na forma de se construir o conceito de função usando os aplicativos para tablets. Podemos, também, abandonar de vez esse árduo caminho proposto pelos livros didáticos, abandonando sua forma estática – que não cabe mais no dinamismo em que vivemos – por algo prático, dinâmico e contextualizado.

Os problemas de aplicação devem ser deixados para o final deste estudo, mas devem ser motivo e contexto para o aluno aprender funções. A riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas (BRASIL, 1999, p. 166).

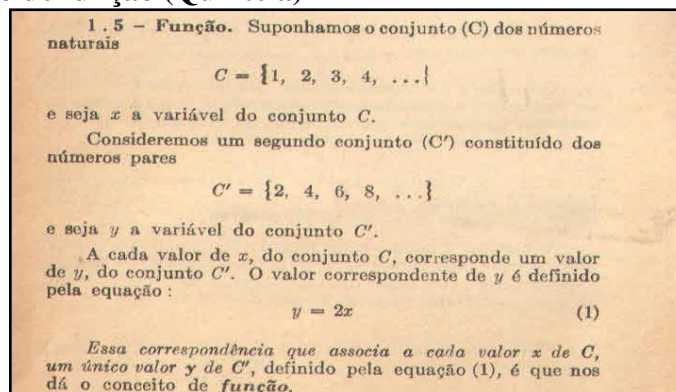
A forma de conduzir o processo ensino aprendizagem do conceito de função durante muito tempo ignorou o seu rico potencial de contextualização. Vejamos, a seguir, como alguns autores consagrados de livros didáticos contemplavam o conceito de função em suas obras, que serviam de referência para os professores,. Segundo Sierpinska (1992, p. 45 *apud* TINOCO 2009, p.4), a falta de familiaridade com álgebra torna a compreensão das funções muito difícil, se não impossível.

1.3 O estudo de funções e os livros didáticos

Sabemos que os livros didáticos têm grande influência sobre os professores no que concerne a sua prática docente. Observamos, na maioria das obras pesquisadas, uma abordagem do conceito de função a partir da definição de produto cartesiano, da ideia de relação para, em seguida, definir função. Muito pouco ou nada trazendo do cotidiano dos alunos.

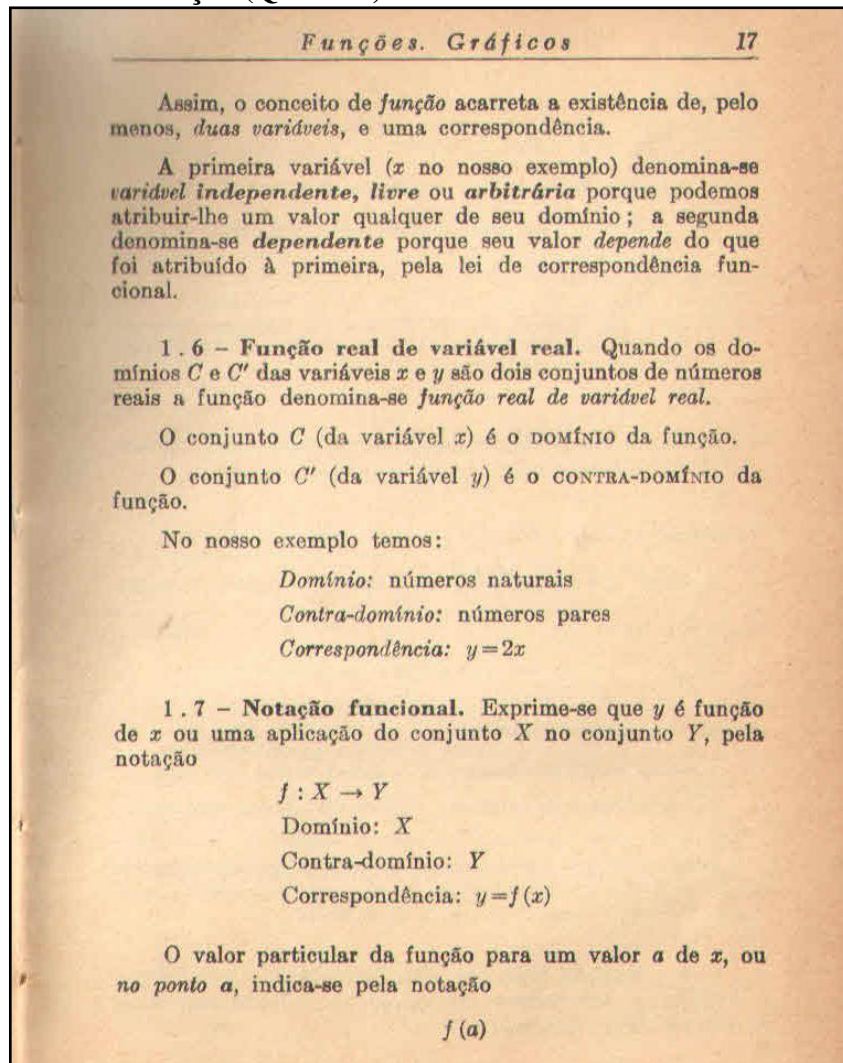
Podemos ver que Quintela (1970) em nenhum momento contextualiza a ideia do conceito de função. Parte de dois conjuntos numéricos $C = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ e $C' = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$, apresenta uma lei de correspondência ($y = 2x$) e afirma, de forma abrupta, que essa lei é que nos dá o conceito de função, escrevendo: essa correspondência que associa a cada valor x de C , um único valor y de C' , definido pela equação $y = 2x$, é que nos dá o conceito de função.

Figura 1.1 Conceito de função (Quintela)



Fonte: Quintela (1970, p.16)

Figura 1.2 Conceito de função (Quintela)



Fonte: Quintela (1970, p.17)

Aref (1979) apesar de reconhecer o *caráter unificador* do conceito de função, pouco ou nada fez para aproximá-la dos que ensinam e muito menos dos que buscam construir o conceito de função. Segundo ele, intuitivamente, função descreve uma *correspondência* entre os elementos de dois conjuntos, de forma mais precisa: *função é um tipo especial de relação*. Para finalmente, descontextualizado, definir função da seguinte forma: sejam os conjuntos A e B diferentes do conjunto vazio, e seja f uma relação de A e B . Diz-se que f é uma função de A e B se, e somente se, para todo x em A existir em correspondência um e um só y em B tal que; $(x;y) \in f$.

Figura 1.3 Conceito de função (Aref)

5.7 – FUNÇÃO

O Conceito de Função

Por seu caráter unificador, o conceito de **função** é fundamental; praticamente, toda matemática constrói-se em torno dele.

Então, dada a sua importância, a seqüência do nosso trabalho será voltada quase integralmente para o estudo das funções elementares.

Intuitivamente, função descreve uma *correspondência* entre os elementos de dois conjuntos: de uma forma mais precisa, *função é um tipo especial de relação*.

Vejamos alguns exemplos.

Sejam os conjuntos: $A = \{1; 2; 3\}$ e $B = \{-2; -1; 0; 1; 2; 4\}$ e as relações de A em B:

$$\mathcal{R}_1 = \{(x; y) \in A \times B \mid y = x - 1\}$$

$$\mathcal{R}_2 = \{(x; y) \in A \times B \mid y = x^2\}$$

$$\mathcal{R}_3 = \{(x; y) \in A \times B \mid y > x\}$$

Os “diagramas de flechas” que representam essas relações são:

A relação \mathcal{R}_1 apresenta uma particularidade: a **todo** elemento x de A “corresponde” **um e um só** elemento y de B; a relação \mathcal{R}_1 denomina-se **função de A em B**.

A relação \mathcal{R}_2 não é função de A em B: ao elemento 3 de A não se associa elemento algum em B.

A relação \mathcal{R}_3 não é função de A em B: ao elemento 1 de A associam-se dois elementos em B.

Note que, para que uma relação de A em B seja uma função de A em B, a todo elemento x de A se deve “associar” **um e um só** elemento em B.

Definição

Sejam os conjuntos A e B diferentes do conjunto vazio, e seja f uma relação de A em B. Diz-se que f é uma função de A em B se, e somente se, para todo x em A existir em correspondência um e um só y em B tal que: $(x; y) \in f$.

Fonte: Aref (1979, p.169)

Machado (1988) repete seus antecessores: descontextualizado, abstrato e longe de quem pretende aprender o que é uma função. Nada de novo apresentou. Diz Machado (1988): quando duas grandezas x e y estão relacionadas de tal modo que para cada valor de x fica determinado um único valor de y , dizemos que y é função de x , para, em seguida, afirmar: dados dois conjuntos não vazios A e B, uma função de A e B é uma relação que a cada elemento x de A faz corresponder um único elemento y de B. Segundo Sierpínska, (1992 *apud* TINOCO 2009, p.49), a apresentação da definição mais formal de função, como

conjunto de pares ordenados, não faz o menor sentido para o aluno do ensino fundamental e médio. A noção de relação também não tem nenhum valor em si, nem contribui para que o aluno desses níveis perceba o significado de função.

Figura 1.4 Conceito de função (Machado)

Noção intuitiva

Quando duas grandezas x e y estão relacionadas de tal modo que para cada valor de x fica determinado um único valor de y , dizemos que y é função de x .

Exemplos

11. A área (y) de um quadrado é função do lado (x). Se o lado medir 5 cm, a área será 25 cm²; se o lado medir 10 cm, a área será 100 cm²; para cada x , a área é $y = x^2$. Aqui x pode ser um número real positivo qualquer.

12. Numa prova de 50 testes tipo certo-errado, cada um valendo dois pontos, a nota (y) de um aluno é função do número (x) de testes que ele acertar. Se acertar 30 testes, a nota será 60; se acertar 21, a nota será 42; para cada x , a nota é $y = 2x$. Aqui x pode ser qualquer elemento do conjunto $A = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, 50\}$.

Definição

Dados dois conjuntos não vazios A e B , uma função de A em B é uma relação que a cada elemento x de A faz corresponder um único elemento y de B .

Notemos que:

- 1.º) *todo* elemento de A deve ser associado a algum elemento de B ;
- 2.º) para um dado elemento de A associamos *um único* elemento em B .

Empregamos a seguinte linguagem:

- a) o conjunto A é o *domínio* da função;
- b) o conjunto B é o *contradomínio* da função;
- c) o elemento y de B , associado ao elemento x de A , é denominado *imagem* de x ;
- d) o subconjunto de B , formado pelos elementos que são imagens dos elementos de A , é denominado *conjunto-imagem* (ou apenas *imagem*) da função.

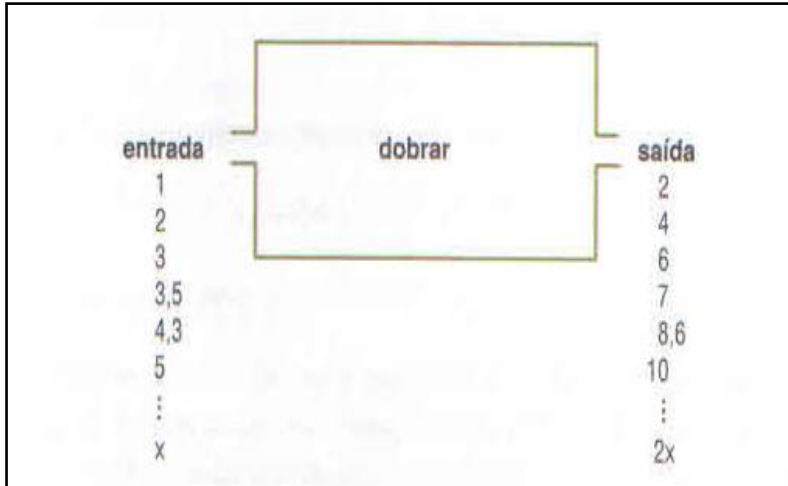
O diagrama mostra dois conjuntos, A e B, representados por elipses. O conjunto A está à esquerda e o conjunto B à direita. Vários pontos dentro de A têm setas apontando para pontos dentro de B. Um ponto específico em A, rotulado 'x', tem uma seta apontando para um ponto específico em B, rotulado 'y'. Isso ilustra a correspondência única exigida pela definição de função.

Fonte: Machado (1988, p.69).

Dante (2010), por sua vez, procura, ao introduzir o conceito de função, explorar a noção intuitiva trazida do cotidiano dos alunos para, a seguir, retornar à antiga forma de apresentar o conceito através dos conjuntos e suas relações. Assim Dante (2010), relaciona, através de uma tabela, *número de litros de gasolina versus preço pago* e observa que o preço a pagar depende do número de litros comprados. Relaciona, também, o lado de um quadrado com seu respectivo perímetro, quando observa que o perímetro é função da medida do lado do quadrado. Dante (2010) utiliza uma *máquina de dobrar* de forma semelhante ao que fizemos no aplicativo FUNCIONALIDADE, logicamente sem os recursos tecnológicos que

utilizamos. Vejamos: em Dante (2010, p. 32) o formato é semelhante ao que apresentamos, porém estático.

Figura 1.5 A máquina de dobrar (Dante)



Fonte: A máquina de dobrar, Dante (2010, p. 32).

Figura 1.6 A máquina que transforma (aplicativo FUNCIONALIDADE)



Fonte: A “máquina que transforma”, aplicativo FUNCIONALIDADE.

Figura 1.7 Funções (Dante)

32

capítulo

2

Funções

1 Explorando intuitivamente a noção de função

O conceito de função é um dos mais importantes da Matemática e das ciências em geral. Ele está presente sempre que relacionamos duas grandezas variáveis. Vejamos alguns exemplos:

1ª) Número de litros de gasolina e preço a pagar
 Considere a tabela abaixo que relaciona o número de litros de gasolina comprados e o preço a pagar por eles (em março de 2005).

Número de litros	Preço a pagar (R\$)
1	2,30
2	4,60
3	6,90
4	9,20
⋮	⋮
40	92,00
x	2,30x

Observe que o preço a pagar é dado *em função* do número de litros comprados, ou seja, o preço a pagar *depende* do número de litros comprados.
 preço a pagar = R\$ 2,30 vezes o número de litros comprados
 ou
 $p = 2,30x \rightarrow$ lei da função ou fórmula matemática da função ou regra da função

2ª) Lado do quadrado e perímetro
 Veja agora a tabela que relaciona a medida do lado de um quadrado (ℓ) e o seu perímetro (p):

Medida do lado (ℓ)	Perímetro (p)
1	4
2	8
2,5	10
3	12
4,1	16,4
⋮	⋮
ℓ	4ℓ

Observe que o perímetro do quadrado é dado *em função* da medida do seu lado, isto é, o perímetro *depende*

da medida do lado. A cada valor dado para a medida do lado corresponde um único valor para o perímetro.
 perímetro = 4 vezes a medida do lado
 ou
 $p = 4\ell \rightarrow$ lei da função ou fórmula matemática da função ou regra da função

Nessa função, como depende da medida do lado, o perímetro é a *variável dependente* e a medida do lado é chamada de *variável independente*.

3ª) A máquina de dobrar
 Observe o desenho imaginário de uma máquina de dobrar um número.

entrada

1
2
3
3,5
4,3
5
⋮
x

dobrar

saída

2
4
6
7
8,6
10
⋮
2x

Veja que os números que saem são dados *em função* dos números que entram na máquina, ou seja, os números que saem *dependem* dos números que entram. Assim, a *variável dependente* é o número de saída e a *variável independente* é o número de entrada.
 Nesse caso, temos:
 número de saída (n) é igual a duas vezes o número de entrada (x)
 ou
 $n = 2x \rightarrow$ regra da função ou lei da função, ou, ainda, fórmula matemática da função

4ª) Numa rodovia, um carro mantém uma velocidade constante de 90 km/h. Veja a tabela que relaciona o tempo t (em horas) e a distância d (em quilômetros):

Tempo (h)	0,5	1	1,5	2	3	4	t
Distância (km)	45	90	135	180	270	360	90t

Observe que a distância percorrida é dada *em função* do tempo, isto é, a distância percorrida *depende* do intervalo de tempo. A cada intervalo de tempo conside-

Nas fontes que Quintela (1970), Aref (1979), Machado (1996) e outros beberam, certamente Spivak (1970) não estava entre elas. Suas ideias e a forma de falar do conceito função parecem-nos mais próximas do que esperamos para um conceito, que como Spivak entendemos ser vital para passos seguros no caminhar pela matemática do século XXI, isto é, o conceito mais importante de toda matemática é, segundo ele, sem hesitação, o de função: em quase todos os ramos da matemática moderna, a investigação se concentra em estudo de funções.

Observamos entre os livros didáticos pesquisados, que não há nenhuma alusão ao aspecto histórico do conceito de função. Eles deixam um vazio entre a construção desse conceito a partir da intuição até o formato tal qual conhecemos hoje. Acrescentamos a esse fato a impressão, deixada pelos livros, de que o conceito de função não faz parte do cotidiano dos alunos.

1.4 Estudo do conceito de função: um processo histórico

Aqui apresentaremos a evolução do conceito de função ao longo do tempo. Buscaremos entender o seu processo histórico desde a antiguidade – com a ideia de funcionalidade – até os nossos dias. Faremos breves passagens pelos momentos que consideramos relevantes para nossa pesquisa, porém dando a devida ênfase para o século XVII quando, pela primeira vez, Leibniz (1646-1716) usa a palavra função no sentido que conhecemos hoje.

1.4.1 A Antiguidade

A ideia de funcionalidade está presente na humanidade desde seus primórdios. O homem pré-histórico já fazia registros numéricos associando quantidades a entalhes feitos em madeiras ou pedaços de ossos.

Uma fíbula de beduíno com vinte e nove entalhes, que é de cerca de 35.000 anos atrás, e o osso de Ishango, com exemplos do que parecem ser entradas multiplicativas, datado inicialmente como tendo 8.000 anos, mas atualmente com idade estimada também em até 30.000 anos. (BOYER, 2012, p.24).

Não podemos precisar o que nossos antepassados tão distantes entendiam e pensavam sobre contar, medir ou abstrair. Mas parece claro que as relações de correspondências *objetos versus entalhes; animais versus pedras* já eram conhecidas e utilizadas. Segundo Caraça (1951, p. 125), os conceitos matemáticos surgem quando são postos problemas de interesse social, prático ou teórico: – é o número natural, surgindo da necessidade da

contagem, o número racional, da medida, o número real, para assegurar a compatibilidade lógica de aquisições diferentes. Para Tinoco (2009, p. 32), a origem do conceito de função está intimamente ligado à necessidade do homem de registrar regularidades observadas em fenômenos e generalizar leis ou padrões.

Entendemos que a ideia de funcionalidade perdura na mente humana há milênios. Desde quando o homem, ainda desconhecendo os números, associava uma pedra a cada animal do seu rebanho ou quando associava uma pedra ao número de soldados enviados para as batalhas, na sua busca incansável pela sobrevivência. Segundo Caraça (1951, p.107), o homem na sua necessidade de lutar contra a Natureza e no seu desejo de dominar, foi levado, naturalmente, à observação e estudo dos fenômenos, procurando descobrir as suas causas e o seu encadeamento.

1.4.2 Os Babilônios

Seguindo no tempo, citamos os babilônios que construíram tabelas em tabletes de argila, onde para cada valor da primeira coluna existia um correspondente na segunda.

Uma boa parte das tábuas cuneiformes encontradas são “textos-tabelas”, inclusive tabelas de multiplicação, de recíprocos, de quadrados e cubos e de raízes quadradas e cúbicas, escritas, é claro, em sexagesimais cuneiformes. Uma dessa, por exemplo, contém o equivalente do que aparece na tabela a seguir.

2	30
3	20
4	15
5	12
6	10
8	7,30
9	6,40
10	6
12	5

BOYER (2012, p. 42).

Encontramos, também, entre as tabelas babilônicas as que continham noções de potências sucessivas de um determinado número – algo semelhante aos nossos logaritmos, ou mais propriamente, de antilogaritmos conforme Boyer (2012, p. 43).

Observamos em outras tabelas semelhantes à citada acima, o uso de tabelas exponenciais, interpolando por partes proporcionais para obter valores aproximados ou

problemas que indicavam o uso de regra de três com situações que simulavam o tempo necessário para uma quantia ter o seu valor dobrado num determinado período. Todo esse conhecimento dos matemáticos babilônicos nos conduz a acreditar que eles usavam, intuitivamente, a “ideia de funcionalidade”.

1.4.3 Os Gregos

Na Grécia, de Tales e Pitágoras, a ideia de função aparece no estudo da relação física entre comprimento e altura da nota emitida por cordas da mesma espécie. Ainda na Grécia, Ptolomeu, em sua obra *Almagesto*, trabalhou a ideia de funcionalidade em seus estudos de astronomia. Estudos esses que o levaram aos passos iniciais de trigonometria.

As fórmulas de ângulo duplo para seno e cosseno já eram, é claro, conhecidas por Ptolomeu, e as fórmulas para ângulo triplo são então facilmente obtidas a partir das fórmulas de Ptolomeu para o seno e cosseno da soma de dois ângulos (BOYER, 2012, p.215).

1.4.4 Os Egípcios

Os egípcios, por sua vez, eram competentes na arte de contar e medir. Construíram um calendário solar que deixava evidente suas habilidades de medição e contagem, complementando com seu elevado grau de observação.

Muitos são os exemplos que nos levam a acreditar que os povos da antiguidade, intuitivamente, tinham a noção de dependência funcional, mas nada de concreto temos para confirmar esta suposição. A palavra função e os seus conceitos como conhecemos hoje só foram descritos e formalizados muito mais tarde.

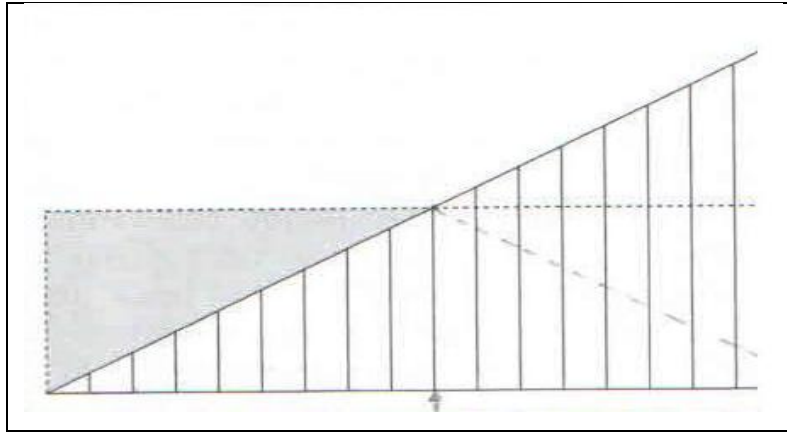
1.4.5 O Século XIV

Somente no século XIV com Nicole Oresme (1323–1382), ocorreu a ideia de desenvolver a teoria das latitudes e longitudes das formas; que podemos considerar como um marco da representação gráfica de uma função.

Oresme conhecia bem esse resultado, e ocorreu-lhe, em algum momento antes de 1361, um pensamento brilhante – “por que não traçar uma figura ou gráfico da maneira pela qual variam as coisas?”. Vemos aqui, é claro, uma sugestão antiga daquilo que agora chamamos representação gráfica de funções (BOYER, 2012, p.187).

Marshall Clagett no século XIV encontrou, segundo Boyer (2012), algo que parece ser um gráfico antigo, feito por Giovanni di Cosali, no qual a reta de longitudes está colocada em uma posição vertical, porém inferior em clareza e influência à exposição de Oresme.

Figura 1.8 Gráfico Antigo



Fonte: Boyer (2012 , p.188)

Os termos usados por Oresme – latitude e longitude – correspondem ao que hoje chamamos de abscissas e ordenada

Apesar de já ser conhecido por Apolônio e por outros que o antecederam, a representação gráfica feita por Oresme de uma quantidade variável era inédita e inovadora. Segundo Boyer (2012, p. 188), parece que ele percebeu o princípio fundamental de se poder representar uma função de uma variável como uma curva, mas não soube usar eficazmente essa observação a não ser no caso de função linear.

A representação gráfica de funções sugerida por Oresme perdurou até os tempos de Galileu. Ainda segundo Boyer (2012, p.189), na sua obra *Tractatus de figuracione potentiarum et mensurarum*, Oresme sugere uma extensão a três dimensões de sua “*latitude de formas*”, em que uma certa função de duas variáveis independentes seria representada como um volume formado de todas as ordenadas levantadas segundo uma regra dada, em pontos de uma parte do plano de referência.

1.4.6 O Século XVI

Avançando no trabalho desenvolvido por Oresme, Galileu Galilei (1564 – 1642) deu grande passo à frente com relação a noção de função. Muito embora seus trabalhos não fossem estritamente matemáticos, em muitos pontos suas ideias vieram a somar ao conhecimento e ao desenvolvimento da matemática. Sua discussão sobre a dinâmica e a resistência de materiais, sua preocupação com o infinitamente pequeno, o estudo do

movimento e tendo como consequência, os estudos da velocidade e da aceleração levaram-no a dar um passo à frente de Oresme, organizando suas ideias e observando um rigor matemático que lhe faltava.

Viéte (1540–1603), usou pela primeira vez uma convenção simples, porém de grande valor para a matemática. Viéte lançou mão de uma vogal para representar uma quantidade desconhecida e uma consoante para representar uma grandeza ou um número supostamente conhecidos. Segundo Boyer (2012, p. 212), pela primeira vez na álgebra, encontramos uma distinção clara entre o importante conceito de parâmetro e a ideia de uma quantidade desconhecida (BOYER, 2012, p. 212).

O mérito maior de Viéte, até então, fora a generalidade de sua expressão algébrica. Mas além dessa generalidade, Viéte observou algumas relações entre raízes e coeficientes de uma equação, não tendo avançado mais em seus estudos pelo fato de não aceitar coeficientes ou raízes negativas. Viéte, segundo Boyer (2012, p. 213), chegou perto do assunto das funções simétricas das raízes na teoria das equações.

1.4.7 O Século XVII

Descartes (1596 – 1650), segundo Oliveira (1997, p. 18), desenvolveu a noção de função de forma bem mais detalhada, onde, pela primeira vez, é sustentada a ideia de que uma determinada equação em x e y é um meio para introduzir uma relação de dependência entre quantidades variáveis, onde era possível calcular os valores de uma delas a partir dos valores dados da outra. Girarde, em 1629, em *Invention Nouvelle en l'algèbre*, enunciou de forma mais clara as relações entre raízes e coeficientes admitindo raízes negativas e imaginárias – diferentemente de Viéte que só reconhecia as raízes positivas.

Isaac Newton (1642 –1727) dá sua contribuição para o estudo das funções ao saber exprimi-las por meio de séries infinitas embora, segundo Boyer (2012, p. 274), Gregory, na Itália, estava fazendo a mesma coisa. Newton também estudou as taxas de variação, fluxo de quantidades continuamente variáveis. Descobriu, também, o teorema binomial, o cálculo, a lei da gravitação e a natureza das cores.

Leibniz (1646–1716) foi o primeiro a usar a palavra função num trabalho cujo título é *Methodus tangentium inversa seu de fonetionibus*.

Leibniz, por volta de 1676, tinha chegado à mesma conclusão a que Newton chegara vários anos antes – que ele possuía um método que era altamente importante por causa da sua generalidade. Quer uma função fosse racional ou irracional, algébrica ou transcendente (palavra que Leibniz inventou),

suas operações de achar somas e diferenças podiam sempre ser aplicadas. Cabia, pois, a ele desenvolver linguagem e notação adequadas para o novo assunto. Leibniz sempre teve uma percepção aguda da importância de boas notações como ajuda ao pensamento, e sua escolha no caso do cálculo foi particularmente feliz. (BOYER, 2012, p. 289).

1.4.8 O Século XVIII

Jean Bernoulli (1667 – 1748) foi o primeiro a definir, de forma explícita, o conceito de função como expressão analítica, sugerindo a letra grega ϕ para caracterizar uma função e indicando o argumento ϕx , sem parênteses, tal qual representamos hoje.

Leonhard Euler (1707 – 1783), nascido na Suíça, foi um grande matemático do século XVIII e essencial para consolidação do conceito de função. Euler publicou mais de 500 livros e artigos ao longo de sua vida. Sua pesquisa matemática era imensa, chegando a 800 páginas por ano em média – e durante sua vida. Euler percorreu, com seus estudos, quase todos os ramos da matemática pura e aplicada. Euler usava a linguagem e a notação tal qual conhecemos hoje. Usava a letra e para representar a base de sistema de logaritmos naturais, o símbolo i para $\sqrt{-1}$.

Assim, Euler escrevia $e^x = (1 + x/i)^i$, onde preferiríamos $e^x = \lim_{h \rightarrow \infty} (1 + x/h)^h$. Os três símbolos e , π , i , pelos quais Euler em grande parte é responsável, podem ser combinados com os dois inteiros mais importantes, 0 e 1, na célebre igualdade $e^{\pi i} + 1 = 0$, que contém os cinco números mais significativos (bem como a mais importante relação e a mais importante operação) em toda a matemática. (BOYER, 2012, p. 305).

Euler também criou o símbolo \ddot{Y} e parênteses para designar função. Euler pegou o cálculo diferencial e o método dos fluxos e os generalizou criando o que conhecemos hoje como “Análise”. Euler serviu de inspiração para o desenvolvimento da matemática na segunda metade do século XVIII, tornado a ideia de “função” algo imprescindível para a “Análise”.

1.4.9 Os Séculos XIX e XX

No século XIX, segundo Oliveira (1997, p.20), iniciou-se um processo de fundamentação rigorosa da “Análise”, fato que veio mais tarde a ser o conhecido como “aritmética da análise”. Inspirados no trabalho de Condorcet (1743–1794), Cauchy (1789 – 1857), Lacroix (1765–1843), Fourier (1768–1830) e Labatchevsky (1793–1856) que estudaram a concepção de função de forma mais profunda que Euler além de corrigirem algumas noções limitadas por Euler.

Em 1837, Lejeune Dirichlet sugere uma nova definição para função; mais ampla e mais próxima da que conhecemos hoje.

(...) se uma variável y está relacionada com uma variável x de modo que, sempre que um valor numérico é atribuído a x , existe uma regra de acordo com a qual é determinado um único valor de y , então se diz que y é função da variável independente de x . (BOYER, 2012, p. 334).

No final do século XIX e no início do século XX, a definição geral de função era a de Hankel, que se baseava por sua vez, na definição dada por Dirichlet, segundo o próprio Hankel.

Diz-se que y é uma função de x se a cada valor de x de um certo intervalo, corresponde um valor bem definido de y sem que isto exija entretanto que y seja definido sobre todo o intervalo pela mesma lei em função de x , nem mesmo que y seja definido por uma expressão matemática explícita de x (OLIVEIRA, 1997, p. 21 apud YOUSCHKEVITCH, 1981, p. 53).

Na segunda metade do século XX o conceito de função é ampliado a partir da teoria dos conjuntos, transcendendo relações entre dois conjuntos de elementos, quer esses elementos sendo números ou não. Desse momento em diante segundo Oliveira (1997, p. 21), a filosofia predominou em textos e publicações matemáticas, e a definição de função era a seguinte:

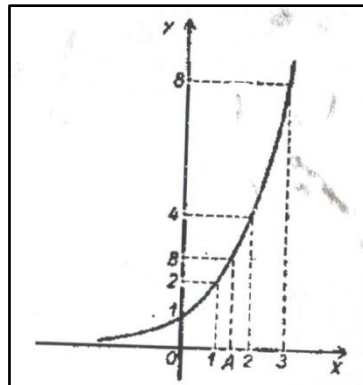
Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita uma relação funcional em y , se qualquer que seja $x \in E$, existe um e somente um elemento $y \in F$ que esteja associado a x na relação considerada. Dá-se o nome de função à operação que desta forma associa a todo elemento $x \in E$ o elemento $y \in F$ que se encontra ligado a x na relação dada; diz-se que y é o valor da função para cada elemento x , e que a função está determinada pela relação funcional considerada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função. (YOUSCHKEVITCH, 1981, p. 53 apud OLIVEIRA, 1997, p. 21).

Caraça (2009, p. 129) assim define função: sejam x e y duas variáveis representativas de conjunto de números; diz-se que y é função de x e escreve-se $y = f(x)$ se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \rightarrow y$. A x chama-se variável independente, a y variável dependente. Onde variável é definida a partir de um conjunto E qualquer de números finito ou infinito. Representando qualquer desses elementos por um símbolo, por exemplo, x . A este símbolo, representativo de qualquer elemento do conjunto E , chamamos de variável. Segundo Tinoco (2009, p. 5), a ausência de ideias como dependência

ou variação confirmam o distanciamento entre a prática pedagógica e o objetivo do ensino de função no ensino médio.

Podemos também definir uma função geometricamente, para tanto devemos considerar um sistema cartesiano e uma curva (c) que não seja cortada em mais de um ponto por uma paralela ao eixo Oy . Caraça (1951, p. 133), considera um ponto P qualquer da curva e tira por ele, perpendiculares aos eixos, as quais encontram nos pontos A e B (figura 2.9); sejam \underline{a} e \underline{b} os números reais (relativos) iguais, respectivamente, às medidas algébricas de \overline{OA} e \overline{OB} . Supondo feita uma construção análoga para cada ponto da curva e fazendo corresponder a cada número \underline{a} um número \underline{b} obtido. Fica assim definida uma correspondência do conjunto dos aa – variável x – ao conjunto dos bb – variável y – fica, portanto, definida a função $y(x)$. Assim considerando, a toda função podemos sempre construir a sua imagem geométrica representada através de um conjunto de pontos do plano cartesiano.

Figura 1.9 Representação gráfica de uma função



Fonte: Caraça (1951, p.134)

Podemos observar, nesse caminhar pela história, a complexidade de se construir o conceito de função. Fato que, sem dúvida, causa grandes dificuldades aos alunos, principalmente por envolver muitos outros conceitos na sua construção, tais como: a ideia de variável, símbolos, domínio, imagem, contradomínio, dentre outros. Segundo Tinoco (2009, p. 1), no ensino atual e nos livros didáticos mais usados, destacam-se duas características: a concepção de função como expressão analítica e a introdução do conceito como conjunto de pares ordenados e como caso particular das relações. Vemos, então, que na Educação Básica o estudo de função privilegia a álgebra, os alunos pouco estudam a sua representação gráfica ou a sua aplicabilidade.

1.5 Tecnologia no ensino da matemática

O produto e nosso estudo colaborativo estão fundamentados na linha francesa da didática da matemática — estudos estes que buscam entender as trajetórias, os obstáculos as propostas para o ensino e a aprendizagem da matemática. Segundo Pais (2011, p. 9), uma das características principais da linha francesa da didática da matemática, é a formalização conceitual de suas constatações práticas e teóricas. Trata-se de priorizar, duplamente, o estudo da didática através de conceitos, pois, por um lado, temos o problema da formação dos conceitos matemáticos, por outro, a formação dos conceitos didáticos referentes ao fenômeno da aprendizagem da matemática. Além disso, buscamos em Vergnaud – em sua teoria dos campos conceituais (TCC), bases teóricas para nosso estudo.

Vergnaud, segundo Moreira (2011, p. 206), preocupou-se em entender as estruturas aditivas e as estruturas multiplicativas para se aprofundar nas dificuldades dos alunos no que se refere ao estudo da matemática. Para Vergnaud fica claro que as dificuldades dos estudantes não são as mesmas de um campo conceitual para outro, ainda segundo Vergnaud o conhecimento está organizado em campos conceituais e como ele entendemos que o sujeito só controla e domina esses conceitos a partir de sua experiência, da sua maturidade, isto é, após longo período de tempo. Segundo Pais (2011, p. 53), um dos aspectos relevantes no estudo da teoria dos campos conceituais de Vergnaud é o destaque dado ao tratamento do saber escolar, permitindo uma forma diferenciada de entender os conceitos matemáticos estudados na educação escolar, os quais não são concebidos tal como são formalizados no território do saber científico.

Vergnaud entende ser o campo conceitual um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e provavelmente entrelaçados durante o processo de aquisição. Daí, o conceito não aparece isolado, estático. No aplicativo FUNCIONALIDADE, por exemplo, há um entrelaçamento de ideias e o conceitos e não um conceito desconectado de outros. Vemos que vários conceitos precisam de ser adquiridos para se construir o conceito de função, dentre eles destacamos: o conceito de adição, contagem, medição, generalização, variável, dentre outros. Segundo Vergnaud (1983b, p. 127 *apud* Moreira 2011, p.208), um campo conceitual é um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes mas intimamente relacionados. Para Pais

(2011, p. 13), a teoria dos campos conceituais de Vergnaud indica uma consistente proposta didática para o problema da construção do significado do saber escolar, com a participação efetiva do aluno no processo cognitivo. Além disso, está em sintonia com ideia contemporânea de contextualização do saber escolar, reforçando, assim, sua importância para a educação matemática.

Segundo Moreira (2011), a teoria de Vergnaud não é uma teoria de conceitos explícitos e formalizados. Trata-se de uma teoria psicológica do processo de conceitualização do real que permite localizar e estudar continuidades e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista de seu conteúdo conceitual. Pais (2011, p. 43) entende que durante a aprendizagem, ao iniciar o contato com um conceito inovador, pode ocorrer uma revolução interna entre o equilíbrio aparente do velho conhecimento e o saber que se encontra em fase de elaboração. Isso faz com que a noção seja de interesse para a didática, pois, para a aprendizagem escolar, por vezes, é preciso que haja fortes rupturas com o saber cotidiano, caracterizando a ocorrência de uma revolução interna, o que leva o sujeito vivenciar a passagem do seu mundo particular a um quadro mais vasto de ideias, às vezes, incomensuráveis através do antigo conhecimento.

Os campos conceituais se desenvolvem, segundo Vergnaud, em um período muito longo de tempo, e para Pais (2011, p. 55), o conceito é algo em permanente processo de devir, estamos sempre nos aproximando de sua objetividade, generalidade e universalidade, sem considerá-lo uma entidade acabada, tal como concebido por uma visão platônica. Podemos identificar campos conceituais particularmente quando se trabalha com os alunos o conceito de função matemática; assim podemos transitar pelo conceito de adição, subtração, multiplicação ou divisão, pelo conceito de relação, correspondência, qualificação e quantificação, construção e interpretação de gráficos, uso da linguagem simbólica, variável dependente e independente, dentre uma série de outros conceitos que não enumeramos aqui. Vergnaud, (1983a, p. 393; 1988, p. 141; 1990, p.145; 1983, p.8; 1997, p.6 *apud* Moreira (2011, p. 209), define conceito como um triplete de conjuntos, $C = (S, I, R)$ onde:

S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito;

I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito, ou o conjunto de invariantes operatórios

associados ao conceito, ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto;

R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas.

O primeiro conjunto – de situações – é o *referente* do conceito, o segundo – de invariantes operatórias – é o *significado* do conceito, enquanto o terceiro – de representações simbólicas – é o *significante*. As funções podem ser representadas através de uma tabela, de um diagrama de flechas, por uma expressão algébrica ou por meio de um gráfico, isto é, conjunto de representações simbólicas (R). Por sua vez, este campo conceitual está, em diferentes momentos, conectado a realidade. Fatos que podemos observar no aplicativo FUNCIONALIDADE, quais sejam: o consumo de energia de uma TV é função do tempo que ela fica ligada e que o valor pago pelo combustível, ao abastecer um veículo, é função do volume de litros colocados no tanque. A partir daí o conceito passa a ter significado, constituindo (S).

1.5.1 Conectivismo

Alguns autores consideram as teorias de aprendizagem que conhecemos insuficientes para compreender as características do "ser aprendiz" do século XXI, isto em virtude do novo que surge a partir do desenvolvimento tecnológico e a organização social em rede tão intensa no início deste século. O crescente desenvolvimento das tecnologias digitais tem mudado substancialmente as formas de interação social e por conseqüência novas formas de aprendizagem, fatos que nos levam a acreditar, porque não, no necessário surgimento de novas pedagogias. Segundo Saccol et al. (2011, p. 65), por serem modalidades educacionais muito recentes e, portanto, não totalmente conhecidas ou dominadas por professores-pesquisadores ou por especialistas em educação, há carência de pesquisas e, conseqüentemente, de metodologias e práticas pedagógicas especificamente desenvolvidas para o *m-learning*⁴ e o *u-learning*⁵.

⁴ m-learning é um termo usado muito recentemente se levamos em consideração o tempo que uma palavra leva para se consolidar numa língua. Significa aprendizagem em dispositivos eletrônicos móveis como telefones celulares e tablets. A relação com este trabalho será explorada mais adiante.

No aprendiz do século XXI, observam-se tendências que precisam ser levadas em consideração; esse aprendiz deixou de ser "depósito" de informações. A proliferação das tecnologias e com elas seus inúmeros e renováveis recursos vêm privilegiar um processo de aprendizagem em comunidade; surge o aprender colaborativo — daí acreditarmos na necessidade do desenvolvimento de novas competências que contemplem uma aprendizagem densa e que ocorra ao longo de nossa vida cotidiana. Segundo Kenski (2011, p.88), é preciso que se organizem novas experiências pedagógicas em que as TIC possam ser usadas em processos cooperativos de aprendizagem, em que se valorizem o diálogo e a participação permanentes de todos os envolvidos no processo.

A aquisição do conhecimento e da aprendizagem numa visão contemporânea não ocorre somente pelas vias institucionais, conforme o modelo tradicional de ensino tal qual conhecemos hoje. Entende-se que o ideal nesse momento é uma integração do modelo formal e não formal, que pressupõe que a aprendizagem ocorre de maneira contínua e intensa. Assim, Mattar (2013), citando Siemens (2005), discute as limitações do behaviorismo, do cognitivismo e do construtivismo, porque não abordaram a aprendizagem que ocorre fora das pessoas (ou seja, que é armazenada e manipulada pela tecnologia) nem a que ocorre dentro das organizações.

As teorias da aprendizagem deveriam ser ajustadas em um momento em que o conhecimento não é mais adquirido de maneira linear, a tecnologia realiza muitas das operações cognitivas anteriormente desempenhadas pelos aprendizes (armazenamento e recuperação da informação) e, em muitos momentos, o desempenho é necessário na ausência de uma compreensão completa (MATTAR, 2013, p. 56).

Aprender deixou de ser um processo inteiramente sob controle do indivíduo, uma atividade interna, individualista segundo Mattar (2013, p. 56). No âmago do conectivismo, prevalece a ideia de que o conhecimento está distribuído por uma rede de conexões e o ato de aprender está na capacidade do aprendiz de transitar por essas redes.. Segundo Nóvoa (2005, p. 38 *apud* DANYLUK 2012 p. 96), o mínimo que exige de um educador é que seja capaz de pensar a sua ação nas continuidades e mudanças do tempo, participando criticamente na renovação da escola e da pedagogia.

⁵u-learning A ideia de mobilidade não é algo estático ou hermético. Significa aprendizagem ubíqua, em que o aprendiz se contextualiza com o entorno por meio de dispositivos móveis, sem fio, georreferenciados formando redes reais e virtuais de pessoas, eventos e situações. A relação com este trabalho será explorada mais adiante.

1.5.2 As Tecnologias da Informação e Comunicação (Tic)

A propagação rápida dos dispositivos móveis está trazendo uma nova perspectiva para o uso da tecnologia na educação, paralelamente a essas transformações vêm questionamentos de seus efeitos sobre a aprendizagem e o papel do professor nesse processo. Segundo Moraes (2003 *apud* SACCOL et al. 2010, p. 1), essa nova realidade influencia não só a maneira de se trabalhar a educação, mas também a maneira de preparar o indivíduo para a sociedade, para o mundo do trabalho e para o aprendizado contínuo; uma vez que as práticas sociais, as relações de trabalho e as necessidades de formação e capacitação profissional também se modificam rapidamente.

A utilização de tecnologias móveis no processo ensino-aprendizagem não é algo novo. Essas buscas pela aprendizagem sempre foram potencializadas a partir de tecnologias que hoje consideramos "rudimentares" como os livros, lápis, cadernos e outros aparatos móveis que já conhecemos há muitos séculos, Porém, segundo Saccol et al. (2010, p. 17), no final do século XX e início deste século, presenciamos um novo fenômeno, que compreende a definição de mobilidade por meio das Tecnologias da Informação e Comunicação Móveis sem Fio (TIMS), que nos têm possibilitado a comunicação e a utilização de recursos computacionais nos mais diferentes locais, a qualquer tempo.

Os dispositivos móveis, tais como, os telefones celulares, notebooks, aparelhos de MP3 e MP4, estão cada vez mais acessíveis à população. Dentre essas facilidades, estão as diversas redes sem fio, como as de telefonia celular, as redes locais sem fio (Wi-Fi), dentre outras. Segundo a ANATEL⁶, em junho de 2013, o Brasil contava com cerca de 265,7 milhões de aparelhos celulares.

1.5.2.1 Significado m-learning

A palavra *m-learning* é um termo usado muito recentemente se levarmos em consideração o tempo que uma palavra leva para se consolidar numa língua. Daí haver divergências quando se pensa no seu significado. Segundo Saccol Traxler (2009 *apud* SACCOL et al. 2010, p. 23), o *m-learning* algumas vezes é visto como uma extensão do *e-learning* (educação a distância baseada na internet), ou seja, como o *e-learning* é realizado por meio de dispositivos móveis. Em outros casos, o *m-learning* é apontado como algo

⁶ ANATEL – Agência Nacional de Telecomunicações. Site : <http://www.anatel.gov.br>

diferente do *e-learning*, justamente por procurar superar algumas de suas limitações, como certas barreiras de tempo e espaço impostas por uma tecnologia "fixa", que exige acesso a computadores de mesa (desktops).

1.5.2.2 Significado de u-learning

A ideia de mobilidade não é algo estático ou hermético. À medida que avançamos, novos objetivos são traçados e novas possibilidades para aprender surgem a partir de um novo contexto. Assim, o conceito de *u-learning* avança sobre o conceito de *m-learning* de forma mais abrangente. Segundo Saccol et al. (2010, p. 26), a computação ubíqua diz respeito à terceira onda da computação. A primeira, dos computadores de grande porte (mainframes), caracteriza-se por várias pessoas acessando um único computador. A segunda onda, dos computadores pessoais (PCs), é determinada por interação entre uma pessoa e um computador. Na terceira onda, da computação ubíqua, vários computadores são acessados por um mesmo indivíduo.

1.5.2.3 As redes de comunicação sem fio (wireless)

As redes de comunicação sem fio são formadas a partir de uma tecnologia que possibilita a comunicação entre diferentes computadores sem necessidade de cabos para conexão. Os dados normalmente são transportados por meio de radiofrequência. As redes segundo Kenski (2011, p. 34), são mais do que interligações de computadores, são, na verdade, articulações gigantescas entre pessoas conectadas com os mais diferenciados objetivos. Além disso, esse novo espaço pode ligar-se ao espaço físico, estabelecendo as mais variadas e amplas recombinações.

1.5.2.4 Espaços de Aprendizagem

Espaços de aprendizagem, do inglês *learning spaces*, referem-se a espaços físicos ou virtuais que causam impacto no processo de ensino-aprendizagem. O foco é concentrar algum potencial que facilite o processo: congregar pessoas, simular ambientes ou situações, experimentar. Com as tecnologias digitais temos um novo espaço e, assim, surgem os ambientes virtuais, é uma nova realidade que pode coexistir com os ambientes vivenciais concretos, possibilitando a criação de espaços educacionais extremamente diferentes.

1.5.2.5 Internet

Internet, segundo Dimenstein (1997 p. 18 apud PIVA JUNIOR 2013, p. 8), é o nome da rede que liga computadores pessoais do mundo inteiro, em sua maioria por linha telefônica, e que começou a existir na década de 1960 a pedido do Ministério da Defesa dos Estados Unidos, que desejava um meio para transmitir documentos e informações que não fosse centralizado e, portanto, não pudesse ser facilmente destruído ou sabotado pelo arquiinimigo soviético.

Depois, foi apropriado pela comunidade científica como um eficiente meio de compartilhar trabalhos e produzir colaborativamente. Para Kenski (2011, p. 34), a internet é o espaço possível de integração e articulação de todas as pessoas conectadas com tudo o que existe no espaço digital, o ciberespaço.

2. METODOLOGIA

Por entender que o professor ao entrar em sua sala para ministrar uma aula "fecha" literalmente a porta; isolando-se no seu mundo, esquecendo-se de usar o verbo compartilhar, foi que optei por uma pesquisa em que houvesse um envolvimento ativo do professor e que fosse possível de ser realizada com sua imprescindível colaboração. O professor do século XXI precisa estar consciente de que vive num mundo de grandes e rápidas transformações, precisa estar conectado, precisa compartilhar. Segundo Danyluk (2012, p.85), no Brasil, há muito se discute a questão do ensino, da aprendizagem, metodologias e avanços educacionais para a matemática, principalmente no que tange a sua efetiva presença na escola nos níveis fundamental e médio.

A tecnologia digital rompe com as formas narrativas circulares e repetidas da oralidade e com o encaminhamento contínuo e sequencial da escrita e se apresenta como um fenômeno descontínuo, fragmentado e, ao mesmo tempo, dinâmico, aberto e veloz. (KENSKI, 2011, p. 32).

Segundo Brandão (1987, p. 51), na pesquisa tradicional a população pesquisada é considerada passiva, enquanto simples reservatório de informações, incapaz de analisar a sua própria situação e de procurar soluções para seus problemas. Participando, o professor poderá trocar suas experiências pedagógicas, dividir angústias e mediar conflitos. A pesquisa deixa de ser propriedade de "mestres" e "doutores" para ser de um grupo, de uma população; passa a ser de todos. Ainda segundo Brandão (1987, p. 52), considerando as limitações da pesquisa tradicional, a pesquisa participante vai, ao contrário, procurar auxiliar a população envolvida a identificar por si mesma os seus problemas, a realizar a análise crítica destes e a buscar as soluções adequadas.

A pesquisa foi compartimentada em sete fases, a saber:

2.1 Primeira fase: Formalização do convite aos professores de matemática do Sistema Flama de Ensino.

Essa fase foi realizada a partir do contato via correio eletrônico, conforme carta convite (Apêndice A) e ligações telefônicas, a fim de formalizar o convite aos professores para sua participação no projeto. Os convites foram enviados para os doze professores de matemática do Colégio Flama – unidades de Duque de Caxias-RJ e São João de Meriti-RJ – e

do Colégio Aquilino Dominguez Quintas, localizado no município de Nova Iguaçu-RJ. Essas escolas fazem parte do Sistema Flama de Ensino.

O Colégio Flama, estabelecimento de ensino privado com sede no município de Duque de Caxias/RJ, mantido pelo Curso Flama Vestibulares Ltda., foi fundado em 1989, por um grupo de professores que sonhavam com uma proposta inovadora de ensino.

Surgiu, inicialmente, com características de curso preparatório para vestibulares e concursos diversos. Atendendo aos anseios da comunidade onde está inserido, foi implantando, gradativamente, novos cursos, passando a oferecer o ensino fundamental (segundo segmento) e médio. Ampliando a sua área de atuação, passou a oferecer a educação profissional, com um leque de opções de cursos que vêm passando por constantes atualizações para acompanhar os avanços tecnológicos e atender às novas expectativas e necessidades do mercado de trabalho.

Atualmente o Sistema Flama de Ensino conta com cinco unidades, estendendo a sua ação educativa aos municípios de São João de Meriti-RJ e Nova Iguaçu-RJ.

No momento, conta com os seguintes cursos autorizados pelos órgãos competentes:

- Educação Infantil;
- Ensino Fundamental;
- Ensino Médio (Regular e EJA);
- Educação Profissional (Concomitante ou Sequencial ao Ensino Médio):

Considerando as necessidades da sociedade moderna, o Colégio Flama abraçou também a Educação a Distância, oferecendo, nessa modalidade, os seguintes cursos:

- Técnico em Logística
- Técnico em Segurança do Trabalho
- Técnico em Administração

Nas unidades escolares do Sistema Flama de Ensino, a sala de aula funciona como um espaço revolucionário, midiático, plural e de liberdade de diálogo com o mundo e com os outros, propiciando o desenvolvimento da personalidade e as relações interpessoais. O processo de ensino-aprendizagem é global, envolvendo não apenas conteúdos informativos, mas também formativos. O currículo é elaborado partindo-se do equilíbrio entre as atividades que envolvam habilidades e atitudes e as competências trabalhadas pelos conteúdos acadêmicos, além de outros específicos de cada área profissional. Esse equilíbrio permite o

desenvolvimento integral e harmonioso dos alunos fazendo com que aprendam a agir sobre o real, estando capacitados para atuar de forma ética num mundo cada vez mais imprevisível.

Busca-se aproveitar todas as possibilidades de que dispõe a educação hoje, criando um ambiente privilegiado de crescimento, onde o aluno participa efetivamente de seu progresso. Neste aspecto, o Colégio Flama acredita que para mudar o homem, a escola deve priorizá-lo, rompendo com o convencional para buscá-lo e acompanhá-lo em sua trajetória. Fazendo este movimento, a escola alarga seus horizontes, passando a ser uma grande agência de educação, atingindo o homem, “seu objeto de transformação”, não só nos bancos escolares, como também nos diversos ambientes, como o familiar e do trabalho.

O Colégio Flama se destacou dos demais colégios da atualidade pela dinâmica de seu funcionamento. Adotou a organização curricular semestral, dando uma nova roupagem às rotinas escolares e garantindo maiores oportunidades aos alunos. Para compatibilizar com seu espírito inovador, construiu um material pedagógico personalizado, apresentado através de apostilas impressas ou digitais.

A escola, por compor um contexto social tecnológico, não poderia ficar de fora desse avanço e, na tentativa de tornar a aprendizagem mais atraente e prazerosa, o Colégio Flama criou a apostila digital, que tem o conteúdo tradicional apresentado num formato inovador, onde o aluno pode interagir com a matéria dada, bem como, tirar dúvidas, fazer exercícios e consultar peculiaridades acerca do tema em estudo, de forma rápida e eficaz.

Todo conteúdo é disponibilizado em tablet e/ou pen drive que o aluno adquire no ato da matrícula e pode levar para qualquer lugar, bem como plugar em qualquer computador com entrada USB⁷. O material é realimentado semestralmente, é de fácil utilização pelo professor, que pode instalá-lo diretamente no computador disponível em sala de aula.

A apostila contempla o conteúdo mínimo indicado nos PCN para o Ensino Médio, que é apresentado ao público jovem de forma dinâmica, interativa e autoexplicativa.

O material apresentado facilita o trabalho do professor, uma vez que, além do conteúdo mínimo, aborda também curiosidades sobre o tema estudado, exercícios objetivos e discursivos, textos atualizados, fontes complementares de pesquisa e apoio à campanhas de conscientização popular.

⁷ *Universal Serial Bus* (USB) é um tipo de conexão "ligar e usar" que permite a conexão de periféricos sem a necessidade de desligar o computador.

O momento que estamos vivenciando agora, quando um grupo de adultos volta a sentar em carteiras escolares, em busca de apropriação e aperfeiçoamento de saberes, nos leva a refletir sobre a nossa trajetória escolar (espaços por onde passamos e lembranças que nos acompanham até hoje). Conscientes da importância do papel da escola na vida de cada um, os mantenedores do Colégio Flama cuidam para que o mesmo faça realmente diferença na vida de seus alunos. Para tanto, procura ser mais que uma boa escola, e sim um espaço de convivência acolhedora, agradável e construtora de competências e laços afetivos. Segundo Kenski (2011, p. 64), em um mundo em constante mudança, a educação escolar tem de ser mais do que uma mera assimilação certificada de saberes, muito mais do que preparar consumidores ou treinar pessoas para a utilização das tecnologias de informação e comunicação. A escola precisa assumir o papel de formar cidadãos para a complexidade do mundo e dos desafios que ele propõe.

2.2 Segunda fase: Encontro individual com os professores participantes

Nessa fase, uma vez confirmado o aceite, também via correio eletrônico, os professores foram convidados para um encontro individual, em horários alternativos para que pudessemos conhecer suas expectativas, apresentar e formalizar o convite e, também, oportunizar aos professores que reafirmem seu desejo de participar do projeto.

Sete professores confirmaram sua participação no projeto, cujos pseudônimos, por eles escolhidos, foram: professor Afonso, professora R.Lobo, professor J.Marcos, professor Almeida, professor J.Brás, professora Carmela e professor Iata.

Em se tratando de uma pesquisa participante, tivemos a necessidade de desvendar o cotidiano dos professores envolvidos no projeto, bem como seus sonhos, suas expectativas e sua história no contexto educacional.

Tivemos, mais uma vez, a preocupação de informar aos professores o objetivo desta etapa, o que estava fazendo e porque estava fazendo. Deixei claro, também, que o uso dos dados era sigiloso e em nada iriam comprometer na sua vida pessoal ou profissional.

Os professores responderam algumas perguntas que planejamos juntos num encontro extra realizado no dia 20 de fevereiro de 2014 (6ª fase) e, a partir daí, chegamos a algumas conclusões enriquecedoras, no que diz respeito a esses professores, as quais passamos a descrever a seguir.

Vamos começar pelo professor Afonso que quando interrogado a respeito do que mais o influenciou ao abraçar a carreira do magistério disse ter sido levado por uma professora sua, quando estava na 8ª série do ensino fundamental — eu sempre fui um aluno muito tímido, e ela solicitou que fizéssemos um trabalho em grupo no qual deveríamos dar uma aula sobre um tema de matemática. Meu grupo sorteou o tema *áreas de paralelogramos*. Eu estava literalmente tremendo minutos antes de subir no tablado para começar a apresentação da aula, mas vi que meus colegas de grupo que apresentaram antes de mim não estavam se saindo muito bem, então, não me lembro bem, mas eu fui até o tablado, acredito que em uma única respirada para encerrar os exercícios comentados. Levei maquetes explicativas e, acredito que não conseguia pensar em nada, só em fazer uma boa apresentação. No final de todos os grupos a professora destacou o meu nome, dizendo que eu me comportei como um verdadeiro professor. Fiquei muito orgulhoso e, nesse momento, começou a surgir em mim a ideia de ser professor.

O professor Afonso destacou, também, o fato de seus pais terem vindo de Portugal, terem lá trabalhado na lavoura e o sacrifício que fizeram aqui no Brasil para dar a ele e a seus irmãos "a melhor educação que o pouco dinheiro deles podia oferecer".

Hoje com 42 anos, o professor Afonso trabalha formalmente desde os 16 anos quando de seu primeiro emprego num estúdio de publicidade. Lecionando desde 1996, ele ministra aulas no segundo segmento do ensino fundamental e no ensino médio, tem 580 alunos para uma carga horária semanal de 37 tempos.

Preocupado com a formação de seus alunos, o professor Afonso encontra na melhoria da qualidade de vida deles a motivação maior para o exercício do magistério "o que me motiva é saber que estou sempre contribuindo para melhorar a vida de alguém, seja através do conhecimento que procuro transmitir ou através de conselhos que tornem a vida dos alunos e dos seus familiares mais fácil de ser levada".

A professora R.Lobo iniciou sua carreira no magistério em 2003. Hoje leciona para, aproximadamente, 270 alunos em 35 tempos semanais, nas turmas de ensino fundamental e médio.

A professora R.Lobo diz sempre ter acreditado na sua capacidade de ajudar as pessoas a gostarem de matemática e hoje, apesar das dificuldades crescentes, continua firme e determinada na profissão que abraçou. Muitos professores a influenciaram no exercício do magistério, dentre os quais cita o professor Sérgio Duarte.

Com a ajuda dos pais, conseguiu concluir o ensino superior – licenciatura plena em matemática — e já aos 17 anos trabalhava ajudando uma professora numa pequena escola do bairro onde residia.

O professor J.Marcos tem 29 anos de idade e leciona desde os 24 anos. O professor diz ter sido muito influenciado por um grande professor e amigo na hora de escolher sua profissão – trata-se de um grande exemplo de profissionalismo e dedicação ao magistério, sem citar o nome. Destaca, também, o incentivo que recebeu e recebe de sua mãe, também professora na educação básica.

J.Marcos começou sua vida profissional logo que concluiu o ensino médio e diz nunca ter exercido outra profissão além do magistério – lecionava para grupos de alunos, preparando-os para as avaliações regulares de suas escolas ou tirando dúvidas eventuais.

O professor J.Marcos leciona para turmas do ensino fundamental e ensino médio, tem 48 tempos semanais, distribuídos para trezentos e cinquenta alunos, aproximadamente. Gosta da carreira que escolheu, entusiasma-se com a possibilidade de influenciar, positivamente, as pessoas e lamenta apenas a desvalorização da profissão de professor aqui no Brasil.

O professor Almeida vê na sua mãe o espelho e a inspiração para trilhar os caminhos do magistério. Minha mãe é professora de matemática na educação básica tem, aproximadamente, trinta anos de profissão e sempre me incentivou a ser professor, diz.

O professor Almeida nunca exerceu outra profissão além de professor. Desde os primeiros anos da graduação lecionava em cursos livres e até mesmo em escolas regulares. Diz o professor que teve e ainda tem influência de seus antigos e atuais mestres no desempenho de sua missão de ensinar – principalmente sua mãe, de quem foi aluno no ensino fundamental.

Apesar do pouco tempo de magistério – apenas quatro anos e da pouca idade (25 anos), o professor Almeida tem uma carga horária semanal de trinta e oito tempos, para lecionar para, aproximadamente, duzentos e noventa alunos.

A professora Carmela tem 54 anos de idade, dos quais 33 dedicados ao magistério. Segundo ela, o que a despertou para a matemática foi um professor do 7º ano do Colégio Santo Antônio⁸, onde cursou o ensino fundamental. Tratava-se do professor Joel, ele chegava a plantar bananeiras na sala de aula para explicar a matéria e prometia pontos para quem acertasse algum desafio. As aulas dele eram uma alegria total, e isso me contagiou bastante.

⁸ Colégio Santo Antônio, instituição privada de ensino, localizada no Município de Duque de Caxias – RJ.

A professora Carmela cita o fato de seu pai querer que ela cursasse engenharia. *Mas eu amava a matemática, daí optei pela licenciatura em matemática*, afirma.

A professora Carmela teve o ensino fundamental custeado pelo seu pai numa escola privada do município de Duque de Caxias-RJ – Colégio Santo Antônio. Sem possibilidades de continuar nessa escola, pois lá havia somente o curso técnico em enfermagem e o curso de formação de professores, a professora optou por uma escola pública, onde concluiu o curso técnico em química. Diz a professora: após o ensino técnico, fiz vestibular para matemática e passei para uma universidade privada. Lembro-me que, na época, a mensalidade era mais ou menos um salário mínimo e meu pai ajudava um pouco e eu tinha vários alunos para quem eu ministrava aulas particulares para ajudar no orçamento familiar, afirma. Lembro-me, também, que para economizar eu ia estudar de trem, depois pegava o metrô e, por fim, andava um pouco a pé até a Universidade.

O primeiro emprego da professora Carmela foi logo ao término do ensino médio. Trabalhou, durante o dia, numa empresa que fabricava salsichas e à noite cursava o pré-vestibular.

Sobre os professores que, eventualmente, tenham influenciado a professora Carmela no desempenho de sua profissão, ela diz: acho que ensinar é um dom, e cada professor tem sua fórmula, mas eu adorava o professor Joel e acho que de certa forma ele me influenciou bastante, pois ele dava aula com alegria.

Em nosso país a valorização do professor é péssima, diz. Hoje um professor da rede estadual do Rio de Janeiro tem um piso salarial inferior ao de um gari. Um país que não investe em educação de qualidade nunca irá ficar no topo da pirâmide. O Brasil deveria investir em cursos de qualificação para o trabalho, completa.

A professora Carmela é funcionária da Prefeitura Municipal de Duque de Caxias-RJ, onde leciona há 15 anos e professora do Colégio Flama há 18 anos. Ela tem 44 tempos semanais distribuídos nas duas escolas, para 420 alunos do ensino fundamental e médio, além de quatro alunos para os quais ministra aulas particulares. Ela afirma amar sua profissão e mais: vou para a sala de aula com todo gás possível. A mesma aula que dou às 7:30h (primeira aula do dia), dou às 21:30 (última aula do dia). Acho que tudo nessa vida deve ser feito com amor, mesmo que não colhamos muitos frutos, pois o tempo deles não é o nosso, mas tenho certeza que a sementinha foi plantada e um dia florescerá, conclui.

O professor J.Brás desde a infância apresentava facilidade para "raciocinar matematicamente", lecionava para os amigos que tinham dúvidas, para os colegas de escola, dentro da família ou vizinhos– nesse momento já percebia o dom de ser professor. Mas seu caminho não foi direto ao magistério, por influência da família – que ele chama de "influência negativa" – tomou outros rumos no ensino superior. Pelo seu interesse e habilidade em matemática, a família achava que ele deveria fazer o curso de engenharia civil – e foi o que fez, para arrependê-lo depois de um longo período, e retornar aos bancos escolares para cursar a Faculdade de Matemática.

O professor J.Brás sempre trabalhou para pagar seus estudos, desde os primeiros anos da universidade trabalhava como estagiário e com a remuneração dessa atividade custeava seus estudos. Apesar de estar feliz na profissão que abraçou há 17 anos, o professor J.Brás não vê "com bons olhos" as condições de trabalho que enfrenta no seu dia a dia, principalmente na rede pública – o professor J.Brás trabalha na rede privada e na rede pública de ensino.

Com uma carga horária de 45 horas semanais nas turmas de ensino fundamental e médio, num total de quinhentos alunos, o professor J.Brás, com a vitalidade de seus 61 anos, já pensa em reduzir sua carga de trabalho e até mesmo caminhar rapidamente para a aposentadoria.

O professor Iata há 12 anos passados buscou no magistério o caminho para sua ascensão profissional. Encontrou, dentro do seio da família, o apoio e a força que precisava para ir em busca de seus sonhos – sempre tive o apoio de meus pais, que não mediram esforços para eu chegar até aqui, diz.

Trabalhando desde quando ingressou no ensino médio, o professor Iata encontrou "no modo alegre e descontraído de um dos seus professores" a motivação e o entusiasmo para ser o professor de matemática que é hoje.

Lecionando no ensino fundamental e no ensino médio, o professor Iata lamenta a desvalorização da profissão que abraçou, mas diz não perder a esperança de dias melhores.

Com 38 anos de idade, o professor enfatiza o prazer que tem em lecionar, diz estar sempre motivado para cumprir sua jornada de 30 tempos semanais, quando atende um número aproximado de 320 alunos.

Segundo Brandão (1987, p.57), uma das principais características da pesquisa participante é que ela parte dos problemas colocados pelos pesquisados, problemas que eles estão dispostos a estudar. Ela parte do mundo cotidiano e escuta sua voz. Ainda segundo Brandão (1987, p.52), não existe um modelo único de "pesquisa participante", pois trata-se, na verdade, de adaptar em cada caso o processo às condições particulares de cada situação concreta (os recursos, as limitações, o contexto sociopolítico, os objetivos pesquisados etc.).

2.3 Terceira fase: Entrevista com os professores participantes.

O terceiro momento foi reservado para entrevista individual, marcada, também, em horário alternativo, sem tempo pré-determinado para que os professores participantes, a partir de suas experiências docentes pudessem, num primeiro momento, descrever sua formação acadêmica, suas relações com as TIC e, em seguida, interrogá-los sobre sua forma de abordar o conceito de função em suas aulas.

Os professores participantes tiveram liberdade de dissertarem sobre suas experiências pessoais e profissionais. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p.125), o depoente deve ter liberdade para dissertar o mais livremente possível sobre sua experiência pessoal. Por isso, as entrevistas devem ser abertas e não-estruturadas, podendo, no máximo, apresentar algumas perguntas amplas que indiquem os grandes acontecimentos.

As entrevistas foram gravadas em áudio, num ambiente discreto e reservado para preservar a identidade dos professores participantes e para que estes pudessem sentir-se seguros e livres de interferências. Em seguida foram transcritas em pequenos textos, mantendo a fidelidade em relação à maneira de expressão de cada participante. Estes depoimentos foram objeto de estudo e de análise, onde não nos afastamos do rigor que deve sempre prevalecer numa investigação científica. Uma vez transcrita e analisada a totalidade do texto, destacamos o que entendemos ser relevante para nossas interrogações e as apresentamos em quadros para melhor visualizarmos tanto o todo quanto suas partes. Os encontros foram realizados no período de 15 a 19 de abril de 2013 e duraram um tempo médio de vinte e dois minutos.

Os caminhos que seguimos em nossa pesquisa alicerçaram-se, como dissemos, em uma abordagem qualitativa. Procuramos, junto aos professores participantes, entender a sua forma de ensinar o conceito de função, ouvindo e analisando os relatos de suas experiências, suas trajetórias acadêmicas e suas expectativas frente aos novos desafios que lhes são impostos, diariamente, por um mundo altamente tecnológico e dinâmico.

As nossas investigações iniciaram-se pelo convite aos professores participantes. Encontramos profissionais que "navegam" pela docência há longos anos e, dessa forma, muito puderam nos oferecer de suas vivências enquanto profissionais envolvidos com a educação e profissionais mais jovens, iniciando suas carreiras. Mas todos são professores que estão em tempo integral com seus alunos, ensinando matemática e atentos à sua aprendizagem.

Ao final do encontro os professores participantes foram convidados para a primeira jornada que foi marcada para o dia 27 de abril de 2013, das 9h às 11h. Segundo Alro e Skovsmose (2010, p. 59), um processo investigativo não pode ser uma atividade compulsória, ele pressupõe o envolvimento de participantes. Além disso, ele deve ser um processo aberto. Resultados e conclusões não podem ser determinados de antemão.

2.4 Quarta fase: Primeira jornada para apresentação e discussão do projeto.

Nessa fase foi realizada a Primeira Jornada para apresentação da proposta do projeto de pesquisa para uma melhor interação dos professores participantes com o tema gerador - **CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA: UM ESTUDO COLABORATIVO SOBRE A CONCEPÇÃO E USO DO APLICATIVO MÓVEL FUNCIONALIDADE**. Na ocasião os participantes tomaram ciência do pré-projeto de pesquisa e em conjunto, discutimos:

- a) a pesquisa observação participante, a relações de trocas, o formato e a sua dinâmica. Segundo Angrosino e Flick (2009, p.33), na observação participante os membros da comunidade estudada concordam com a presença do pesquisador entre eles, como um vizinho e um amigo que também é, casualmente, um pesquisador. O observador participante deve, então, fazer o esforço de ser aceitável como pessoa (o que vai significar coisas diferentes em termos de comportamento, de modos de viver e, às vezes, até de aparência em diferentes culturas) e não simplesmente respeitável como cientista.
- b) o tema gerador do projeto — **CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA: UM ESTUDO COLABORATIVO SOBRE A CONCEPÇÃO E USO DO APLICATIVO MÓVEL FUNCIONALIDADE**.
- c) as bases teóricas da pesquisa (formulação dos objetivos, justificativa, métodos, etc.).
- d) a elaboração do cronograma de atividades a serem realizadas.

Segundo Angrosino e Flick (2009, p. 56), o ideal seria que a observação começasse no momento em que o pesquisador entra no cenário de campo, onde ele ou ela, faz o possível para pôr de lado todos os preconceitos, nada considerando como evidente.

Nesse momento procuramos deixar claro aos participantes a nossa independência quanto as relações pessoais e profissionais e, também, o significado do projeto que desenvolveríamos dali em diante. Sabedores da posição do pesquisador no Sistema Flama de Ensino, onde acumula as funções de professor de matemática e diretor, procuramos transmitir-lhes confiança e a certeza de que tratavam-se de situações distintas e independentes – este foi mais um desafio na nossa pesquisa, mas que conseguimos, assim entendendo, transpô-lo sem problemas ou constrangimentos.

Ao final da jornada, realizada em 1 hora e 50 minutos, cada professor participante pode relatar suas expectativas quanto ao projeto, dirimir dúvidas e apresentar sugestões. Foi possível, nesse momento, perceber o entusiasmo dos participantes que dentre os comentários feitos destaque o do professor Iata: *– vai ser muito bom participar do projeto, isto me estimulará a voltar a estudar, pois fiz graduação e parei.*

2.5 Quinta fase: Apresentação do aplicativo aos professores participantes na versão 1.0.

A segunda jornada foi reservada para a apresentação do aplicativo, na sua versão 1.0. Nessa etapa os professores participantes puderam observar a versão demonstração do aplicativo, dar sugestões e discutir novas propostas para a versão 2.0. O professor Afonso sugeriu que na cena 4 traçássemos o formato do quadro por um pergaminho, para que configurasse a ideia de antiguidade. A professora R.Lobo sugeriu mudanças na "máquina que transforma". Nessa versão, segundo ela, o modelo da máquina *estava muito primitivo*. Outras pequenas correções foram propostas e acatadas, para em seguida serem encaminhadas para o desenvolvedor.

2.6 Sexta Fase: Encontro extra com professores participantes objetivando entender suas trajetórias profissionais.

Para que melhor conhecêssemos o professor participante, fomos ao seu encontro para desvendarmos um pouco mais de sua vida profissional e sua trajetória pelo magistério. Direcionamos algumas perguntas abertas (Apêndice A, p. 103) e as informações ali coletadas nos serviram de grande valia. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 117), os questionários podem ajudar a caracterizar e a descrever os sujeitos do estudo, destacando algumas variáveis como idade, sexo, estado civil, nível de escolaridade, preferências, número de horas de estudo, número semanal de horas-aula do professor, matérias ou temas preferidos etc.

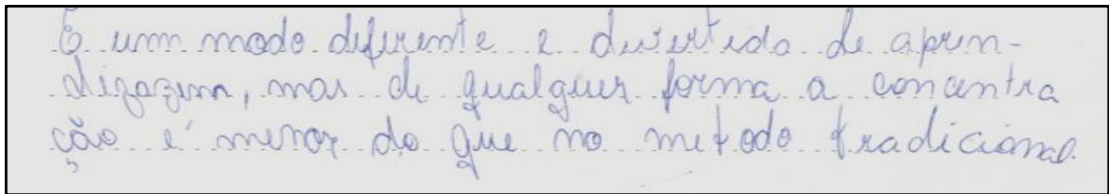
2.7 Sétima Fase: Opinião dos alunos do Sistema Flama de Ensino sobre o aplicativo FUNCIONALIDADE

Apesar de nosso foco ser a visão do professor ao abordar, junto com seus alunos, a construção do conceito de função via aplicativo FUNCIONALIDADE, achamos indispensável irmos ao encontro de um grupo de alunos do Sistema Flama de Ensino, matriculados no primeiro ano do Ensino Médio, para, junto a esses alunos, mensurarmos o seu grau de interesse pelo uso do aplicativo; poder analisar, na visão desses alunos, o que há de positivo e o que há de negativo quando da construção do conceito de função a partir do uso do aplicativo FUNCIONALIDADE. Os alunos participantes da pesquisa totalizaram trinta, foram convidados pelos professores participantes e a seleção deu-se de forma voluntária.

Após uma avaliação a respeito do conceito de função, os alunos responderam a um questionário/pesquisa para, a partir daí, chegarmos a algumas conclusões, as quais enumeramos a seguir. Na hipótese do aplicativo FUNCIONALIDADE estar a disposição para download (grátis), 61% dos alunos o adquiririam, ao passo que na hipótese do download pago, no valor de U\$ 1,00, apenas 22% o baixariam.

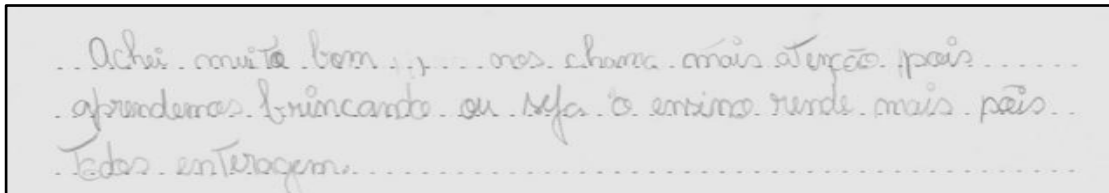
Comparando, na visão desses alunos, o seu contato com o conceito de função e considerando o modelo tradicional de ensino através de quadra-negro, cadernos e livros no formato tradicional frente ao formato via aplicativo FUNCIONALIDADE, 56% dos alunos consideram a construção do conceito função via aplicativo melhor do que o formato tradicional. Procuramos investigar, também, como os alunos vêm a forma que o aplicativo FUNCIONALIDADE pode ajudá-los a entender o conceito de função. Assim, 16,8% acharam péssimo, 16,7% acharam ruim, 44,4% acharam bom, 16,6% muito bom e 5,5% excelente. Logo, 66,5% dos alunos respondentes tiveram opinião favorável sobre o aplicativo FUNCIONALIDADE no entendimento do conceito de função.

Tivemos a oportunidade de ouvir esses alunos sobre a sua visão quanto ao uso de aplicativos móveis no processo ensino-aprendizagem. Seguem, abaixo, algumas de suas opiniões para nossa reflexão.

Figura 2.1


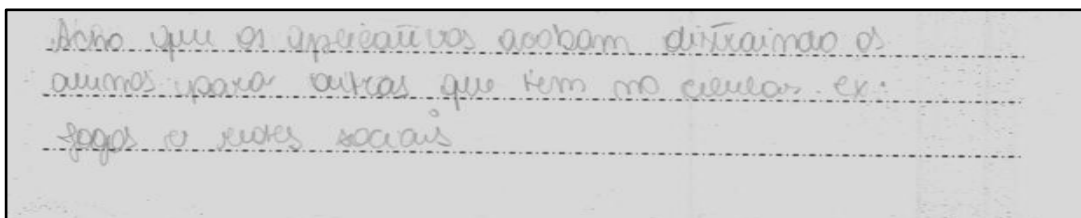
É um modo diferente e divertido de aprendizagem, mas de qualquer forma a concentração é menor do que no método tradicional.

Fonte: Questionário respondido pelo aluno A do Sistema Flama de Ensino.

Figura 2.2


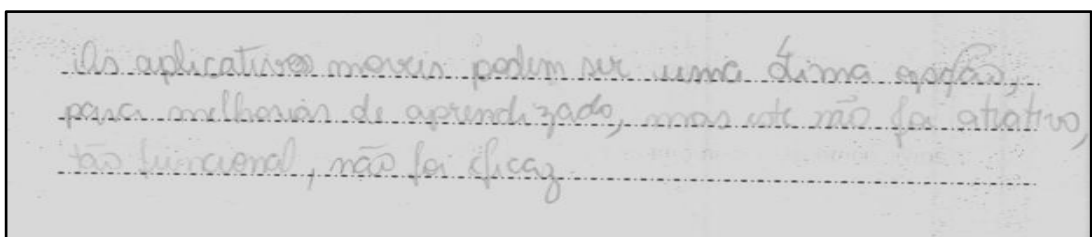
Achei muito bom... nos chama mais atenção pois aprendemos brincando e se o ensino rende mais pois todos entendem.

Fonte: Questionário respondido pelo aluno B do Sistema Flama de Ensino.

Figura 2.3


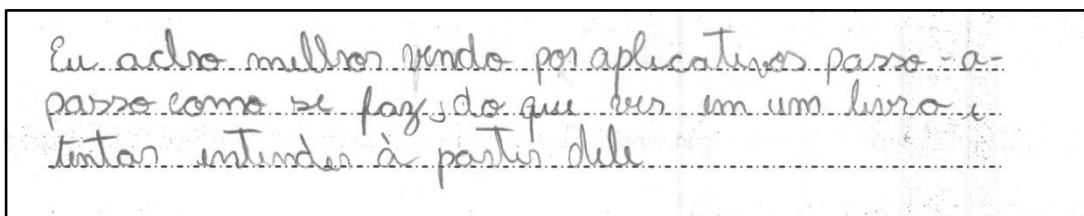
Acho que os aplicativos acabam distraindo os alunos para outras que tem no celular. ex: jogos e redes sociais.

Fonte: Questionário respondido pelo aluno C do Sistema Flama de Ensino.

Figura 2.4


Os aplicativos mexem com uma ótima opção para melhoria de aprendizado, mas não foi atrativo, não foi funcional, não foi eficaz.

Fonte: Questionário respondido pelo aluno D do Sistema Flama de Ensino.

Figura 2.5


Eu acho melhor vendo por aplicativos passo a passo como se fosse do que ler em um livro e tentar entender à partir dele.

Fonte: Questionário respondido pelo aluno E do Sistema Flama de Ensino.

Figura 2.6

É bom para ajudar a entender de um modo tecnológico e econômico sem precisar gastar com quadro, giz, papel. É bom por utilizar fora de sala

Fonte: Questionário respondido pelo aluno F do Sistema Flama de Ensino.

Figura 2.7

Melhora o aprendizado, principalmente em nós (adolescentes), que passamos a maior parte do tempo usando aplicativos nos aparelhos eletrônicos. É importante que se tenha essa interatividade, principalmente para despertar interesse nos jovens

Fonte: Questionário respondido pelo aluno G do Sistema Flama de Ensino.

Figura 2.8

Custo muito bom, pois torna a aprendizagem mais fácil e dinâmica.

Fonte: Questionário respondido pelo aluno H do Sistema Flama de Ensino.

Figura 2.9

Por enquanto ruim, ele ainda precisa de alguns complementos

Fonte: Questionário respondido pelo aluno I do Sistema Flama de Ensino.

Figura 2.10

Não gosto muito, pois causa distração

Fonte: Questionário respondido pelo aluno J do Sistema Flama de Ensino.

Verificou-se que, de um modo geral, os alunos demonstraram interesse e entusiasmo pelo uso do aplicativo FUNCIONALIDADE, destacando o fato de conectar-se ao objeto de aprendizagem em diferentes locais. O aluno da atual geração espera, cada vez mais, aprender e estudar quando e onde quiser, com apoio contínuo das tecnologias em suas mãos. O aluno passa a ser um agente ativo para discussão e solução dos problemas.

3. APLICATIVO FUNCIONALIDADE

Passamos a descrever o aplicativo FUNCIONALIDADE, desde os seus passos iniciais transitando pelos seus diferentes momentos, os quais descrevemos a seguir.

Figura 3.1 Aplicativo FUNCIONALIDADE



Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (tela de apresentação)

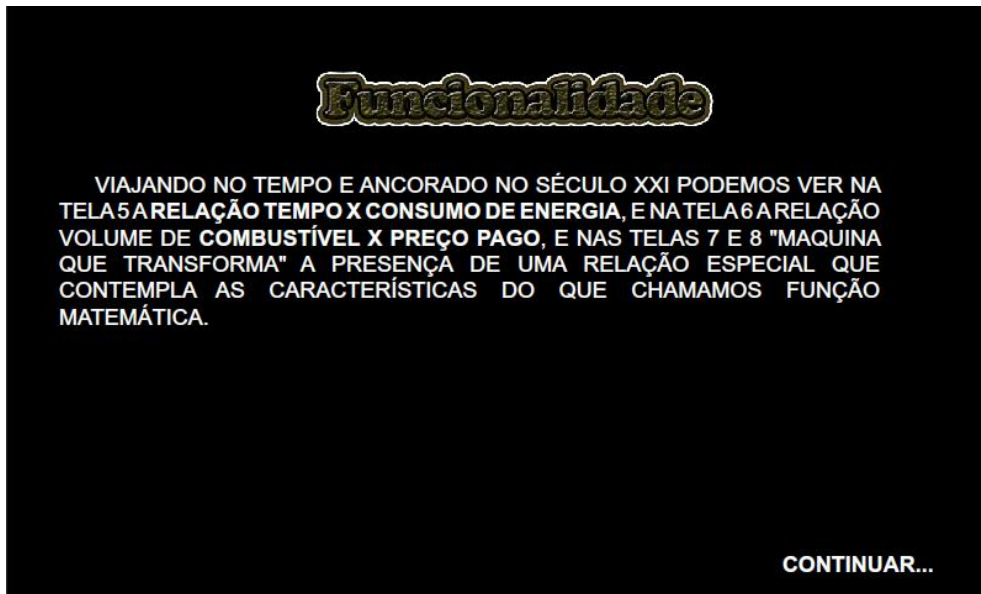
As telas de abertura (figura 3.2 e figura 3.3) contemplam uma breve descrição do que o usuário irá encontrar quando *navegar* pelo aplicativo FUNCIONALIDADE.

Figura 3.2 Aplicativo FUNCIONALIDADE



Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (tela de abertura).

Figura 3.3 Aplicativo FUNCIONALIDADE



Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (tela de abertura).

Figura 3.4 Aplicativo FUNCIONALIDADE

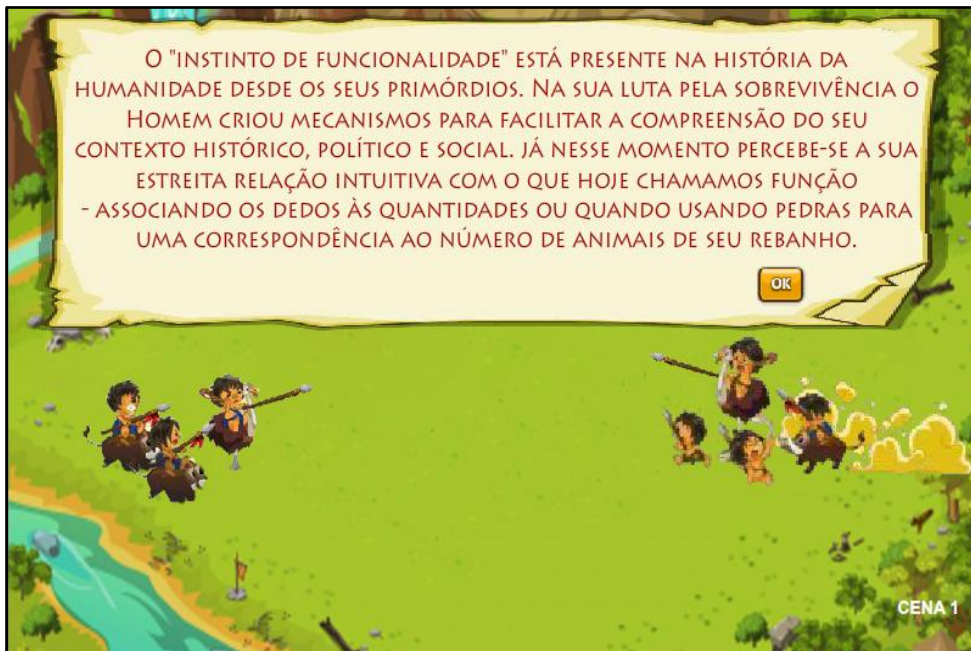


Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (cena inicial).

As figuras 3.5 e 3.6 objetivam mostrar o processo histórico do conceito de função. Ali, o usuário deverá perceber que a ideia de funcionalidade já estava internalizada na mente do homem desde os tempos das cavernas. Deverá, também, observar que o que ele estuda hoje no século XXI, historicamente já existia. As figuras 3.7 e 3.8, ainda num processo histórico, o Homem sai das cavernas e aproxima-se um pouco mais no tempo, chegando à Antiguidade com as tabelas Babilônicas, que já mostravam o conhecimento humano e suas relações com a

ideia intuitiva de função. Nestas etapas iniciais, pretendemos fazer com que o usuário perceba o processo histórico da construção do conceito de função, interagindo de forma primária ao associar ovelhas com pedras. Na figura 3.6, ele irá relacionar o número quatro à quantidade de ovelhas da figura e feito isso, passará para a fase seguinte.

Figura 3.5 Aplicativo FUNCIONALIDADE



Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (cena 01)

Figura 3.6 Aplicativo FUNCIONALIDADE



Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (cena 02)

Na figura 3.8, ele terá contato com uma tabela de recíprocos de centenas de anos atrás encontrada na Babilônia. Nesse momento, o usuário deverá perceber a relação entre os valores propostos na tabela, isto é, o produto dos valores correspondentes é sempre igual a 60 e, para passar de fase, deverá assinalar o número 5.

Figura 3.7 Aplicativo FUNCIONALIDADE



Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (cena 3)

Figura 3.8 Aplicativo FUNCIONALIDADE



Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (cena 4)

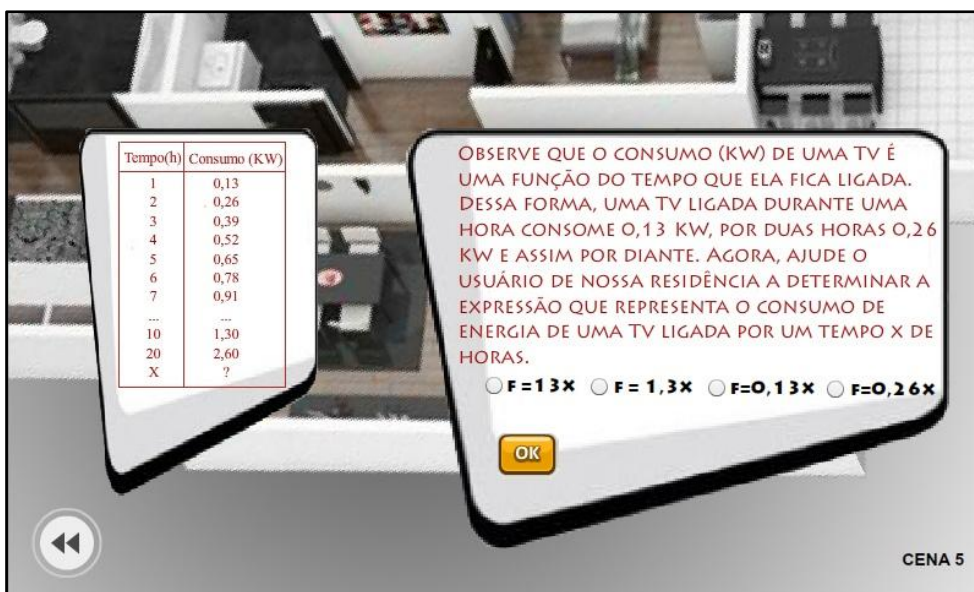
Avançando no tempo, o usuário chegará ao século XXI e, na figura 3.9 e na figura 3.10, estará dentro de uma residência onde deverá perceber que o consumo de energia de uma televisão é uma função do tempo que ela fica ligada. Assim, uma TV ligada por uma hora consome 0,13 KW, por duas horas consome 0,26 KW e assim por diante, e por x horas o consumo será $0,13x$ – onde ele deverá assinalar a resposta correta $f(x) = 0,13x$. Fazendo dessa forma, passará para a fase seguinte.

Figura 3.9 Aplicativo FUNCIONALIDADE



Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (cena 5)

Figura 3.10 Aplicativo FUNCIONALIDADE



Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (cena 5.1)

Nessa figura 3.11, o usuário estará num posto de combustível SEU POSTO. Nesse momento, podemos dar uma contribuição social fazendo uma campanha pela LEI SECA⁹ e também oportunizar o usuário a escolher, de forma econômica, o combustível para abastecer seu veículo, isto é, se o preço do etanol dividido pelo preço da gasolina for menor que 0,7 ele deverá abastecer com etanol (o que ocorre no SEU POSTO), caso contrário ele deverá abastecer com gasolina. Deverá, também, nesta etapa perceber que o valor pago pelo combustível ao abastecer um automóvel é uma função do volume de litros colocados no tanque, isto é, um litro de etanol custa R\$ 1,99, dois litros custam R\$ 3,98 e assim por diante, percebendo ao final, para passar à fase seguinte, que x litros custarão $1,99x$, ou seja $f(x) = 1,99x$.

Figura 3.11 Aplicativo FUNCIONALIDADE

OPERAÇÃO LEI SECA
NUNCA DIRIJA DEPOIS DE BEBER

SEU POSTO
E **R\$ 1,99**
G **R\$ 3,10**

QUANDO VOCÊ ABASTECE UM AUTOMÓVEL EM UM POSTO DE COMBUSTÍVEL O CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA TAMBÉM ESTÁ PRESENTE. CONSIDERANDO QUE PARA O CLIENTE DO "SEU POSTO" É MAIS VANTAGEM ABASTECER COM ETANOL (VEJA O QUADRO) DO QUE COM GASOLINA E OBSERVANDO A TABELA VOLUME (L) X PREÇO POR LITRO DE ETANOL, A FUNÇÃO MATEMÁTICA (P) QUE CONTEMPLA UM CONSUMO DE X LITROS DESSE COMBUSTÍVEL SERÁ:

Volume (Litro)	Preço (P) (RS)
1	1,99
2	3,98
3	5,97
4	7,96
...	...
10	19,90
X	?

P = 3,10x
 P = 5,10x
 P = 1,99x
 P = 3,98x

OK
CENA 6

ETANOL E GASOLINA
E **< 0,7 (USE E)**
G

Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (cena 06).

Na figura 3.12 e na figura 3.13, encontraremos o que chamamos de "máquina que transforma". O usuário irá tocar nas bolas numeradas e estas, após o toque, deslizarão por dentro de uma "máquina" que transformará o número tocado em outro, assim, ao tocar no -3 ele, passando pela "máquina", transformar-se-á no número -7 , tocando no -2 ele transformar-se-á no -5 , no -1 em -3 , no zero em -1 , no 1 em 1, no 2 em 3, no 3 em 5 e finalmente no x onde aparecerão as opções da função resposta, isto é, $f(x) = 2x - 1$. Ao assinalar a resposta correta o usuário poderá ter contato com a representação gráfica, no plano cartesiano, da

⁹ LEI SECA: Lei 11.705/2008 que altera o Código de Trânsito Brasileiro, proíbe o consumo de praticamente qualquer quantidade de bebida alcoólica por condutores de veículos.

função encontrada na figura 3.14 e ao tocar em AVANÇAR, o usuário passará para a última etapa.

Figura 3.12 Aplicativo FUNCIONALIDADE



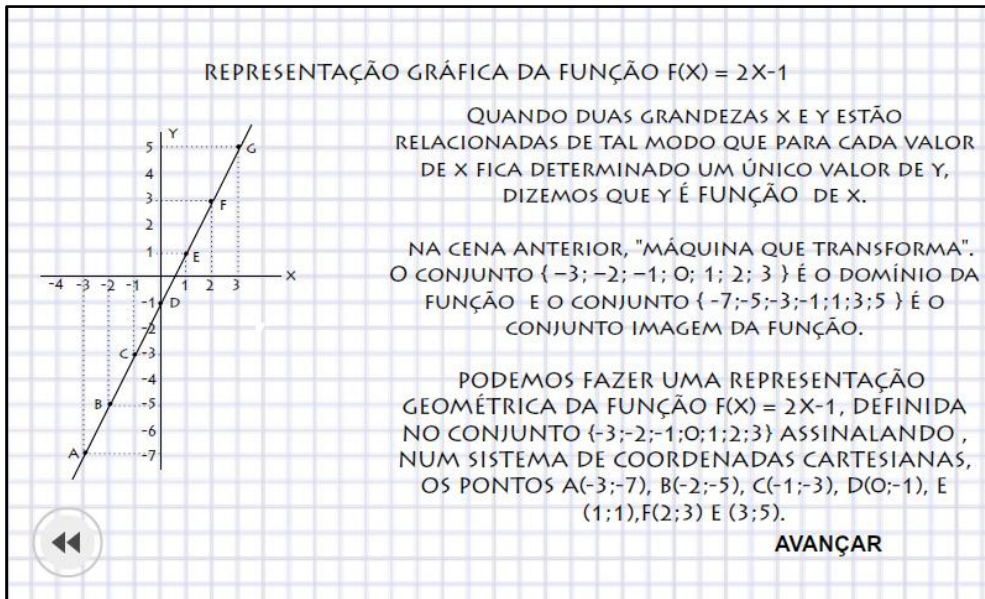
Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (cena 07)

Figura 3.13 Aplicativo FUNCIONALIDADE



Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (cena 08)

Figura 3.14 Aplicativo FUNCIONALIDADE



Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (cena gráfico)

Nas figuras finais, 3.15, 3.16 e 3.17, o usuário será apresentado ao conceito formal de função, onde terá acesso à ideia de variável dependente e independente, domínio, imagem e contradomínio de uma função bem como a sua representação através de um diagrama.

Figura 3.15 Aplicativo FUNCIONALIDADE

Funcionalidade

FORMALIZANDO O CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA

DADOS DOIS CONJUNTOS NÃO VAZIOS A E B, UMA FUNÇÃO DE A EM B É UMA RELAÇÃO QUE A CADA ELEMENTO X DE A FAZ CORRESPONDER UM ÚNICO ELEMENTO Y DE B.

TEMOS:

- O CONJUNTO A É O DOMÍNIO DA FUNÇÃO;
- O CONJUNTO B É O CONTRADOMÍNIO DA FUNÇÃO;
- O ELEMENTO Y DE B ASSOCIADO AO ELEMENTO X DE A, É DENOMINADO

f

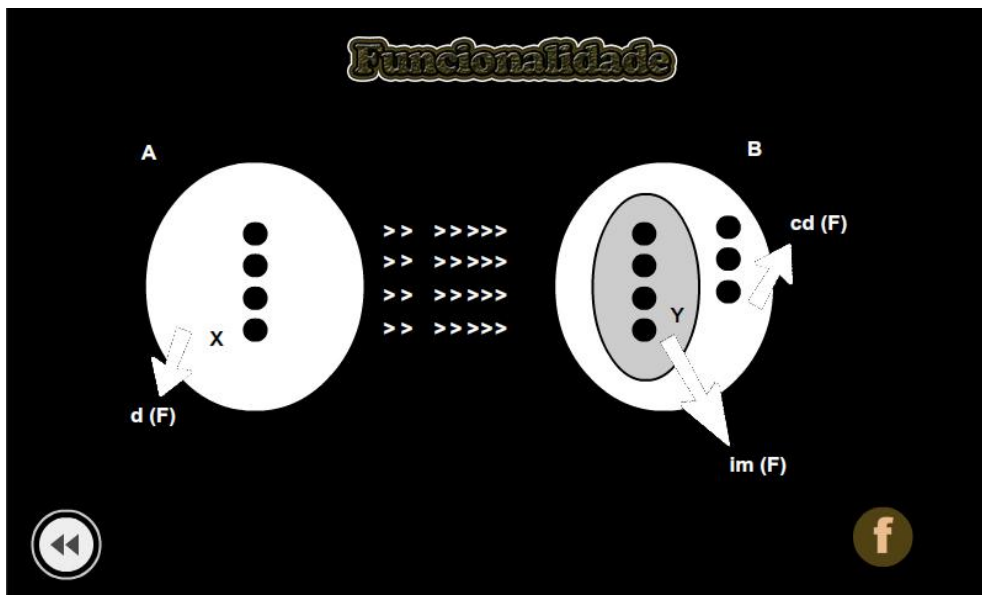
Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (cena conceito)

Figura 3.16 Aplicativo FUNCIONALIDADE



Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (cena conceito)

Figura 3.17 Aplicativo FUNCIONALIDADE



Fonte: Aplicativo FUNCIONALIDADE (cena conceito)

Entendemos que o APLICATIVO FUNCIONALIDADE, produto de nossa pesquisa não pretende – e não poderia ser diferente – ser um elemento conclusivo a respeito do conceito de função. O que pretendemos é apresentar um objeto de aprendizagem que possa colaborar com os professores e os alunos, em diferentes níveis de escolaridade, na construção desse conceito. Trazendo um pouco de seu processo histórico, contextualizando em outras

etapas e concluindo com uma definição formal do conceito de função. Outras cenas deverão ser desenvolvidas para sua consolidação, como por exemplo:

- ampliar a etapa referente ao consumo de energia (figuras 3.9 e 3.10), incluindo aí o consumo de outros eletrodomésticos.
- criar outros momentos de "funcionalidade" que desvincule a ideia de que uma função, necessariamente, é definida a partir de uma lei de formação (fato observado quando os alunos foram apresentados ao aplicativo FUNCIONALIDADE e, em seguida, foram avaliados).
- após a formalização do conceito de função, poderemos aproveitar o momento para qualificar a função (injetora, sobrejetora ou bijetora), e assim, tornar o conceito mais consolidado para o usuário/aluno.
 - observamos que se faz necessário criar uma etapa no aplicativo onde o usuário/aluno possa interagir, diversificando valores e verificando as transformações ocorridas

A seguir, a ficha técnica do aplicativo:

Tabela 3.1

APP ¹⁰ FUNCIONALIDADE	
Identificador:	Conceito de função matemática.
Título:	FUNCIONALIDADE.
Idioma:	Português (Brasil).
Descrição:	APP que conduz o usuário à construção do conceito de função matemática a partir da ideia de funcionalidade.
Palavras-chave:	Tecnologias – ensino e aprendizagem – função matemática.
Direitos:	Livre.
Educacional:	Objeto de aprendizagem via aplicativo móvel – interatividade baixa tendo como possíveis usuários alunos da educação básica a partir do 9º ano de escolaridade.
Espaço ocupado:	28,35 MB.
Desenvolvimento:	Plataforma Adobe Flash.
Ciclo de vida:	Indeterminado.
Tipo de contribuição:	Contribui com professores da educação básica na construção do conceito de função matemática junto aos seus alunos
Entidades que contribuíram:	Sistema Flama de Ensino.
Versão:	3.0
Status:	Em desenvolvimento.
Data:	Duque de Caxias, 19 de março de 2014.
Compatibilidade :	Requer sistema andróide 2.0 ou posterior.
Site do desenvolvedor:	www.mettaweb.com.br.

Fonte: elaborado pelo auto,

¹⁰ APP: Abreviatura da palavra inglesa application

4. OS PROFESSORES PARTICIPANTES E AS TECNOLOGIAS NAS MÃOS DOS ALUNOS: uma análise dos resultados

Neste capítulo as respostas dos professores participantes são destacadas os resultados da pesquisa serão analisados. As respostas serviram para identificar a percepção docente acerca da importância da apropriação das tecnologias, tanto pelos professores quanto pelos alunos.

4.1 Entrevistas com os professores participantes

As entrevistas, gravadas em áudio, buscavam entender quem eram esses professores participantes, suas expectativas quanto ao projeto, sua formação acadêmica, suas diferentes formas de interatividade com seus alunos e, principalmente, como eles trabalhavam com suas turmas o conceito de função matemática. Quanto à formação acadêmica, destacamos o fato de apenas três dos sete participantes terem feito um curso de pós-graduação *latu sensu* – conforme quadro abaixo – os demais não fizeram nenhuma especialização, tendo encerrado seus estudos na graduação.

Segundo Kenski (2011, p.47), as mudanças contemporâneas advindas do uso das redes transformaram as relações com o saber. As pessoas precisam atualizar seus conhecimentos e competências periodicamente, para que possam manter qualidade em seu desempenho profissional.

Tabela 4.1 - Perfil acadêmico dos professores participantes

Você poderia fazer um breve histórico de sua formação acadêmica desde o 1º ano de escolaridade até a sua última graduação?					
	Ensino Fundamental 1º (Fase)	Ensino Fundamental 2º (Fase)	Ensino Médio	Graduação	Pós-Graduação <i>Latu sensu</i>
Profº Afonso	Rede (Pública) (municipal)	Rede (privada)	Rede (privada)	Física (4 ano) (UERJ/UFRJ)	Não
Profº R.Lobo	Rede (Pública)	Rede (Pública) (municipal)	Rede (Privada) (Técnico Informática)	Matemática Licenciatura (3 anos) (UNISUAM)	Não
Profº J. Marcos	Rede (Pública) (estadual)	Rede (Pública) (estadual)	Rede (privada)	Matemática Licenciatura (UNIGRANRIO)	Cursando na UFRJ- pós-graduação <i>Latu sensu</i>
Profº Almeida	Rede (privada)	Rede (privada)	Rede (privada)	UERJ	
			Preparatório IME/ITA		
Profº Carmela	Rede (privada)	Rede(privada)	Rede (privada) (Técnico. química)	Matemática Licenciatura (Universidade Santa Úrsula)	Pós Graduação <i>Latu sensu</i> (UFRJ)
Profº J. Brás	Rede (privada)	Rede (privada)	Rede (Privada)	Matemática Licenciatura (UNIGRANRIO)	Pós Graduação <i>Latu sensu</i> a (UFRJ)
Profº Iata	Rede (pública)	Rede Pública (5ºano/ 6ºano)	Rede (Privada)	Biologia (3º Período (UFRJ)	
		Rede Privada (7ºano/8ºano)	(Técnico. contabilidade)	Matemática Licenciatura (UNIGRANRIO)	

Fonte: elaborado pelo autor.

Quando perguntamos aos professores participantes como usavam, especificamente, a internet para auxiliá-los no processo ensino-aprendizagem de seus alunos, percebemos que poucos usavam tal recurso no seu trabalho diário. O professor J. Brás afirma: "uso a internet apenas para selecionar exercícios, interatividade com os alunos nunca".

Tabela 4.2 – Sobre o uso da internet pelos professores participantes

Como e onde você usa a Internet para te auxiliar no processo ensino-aprendizagem de seus alunos ?	
PROFESSORES	RESPOSTAS
Profº Afonso	Não utilizo a internet no processo ensino-aprendizagem porque os adolescentes as vezes se distraem.
Profª R.Lobo	Não utilizo internet para contactar-me com os alunos.
Profº J. Marcos	Já trabalhei com o programa Geogebra para mostrar funções e gráficos de funções.
Profº Almeida	Faço contato com os alunos via email. Utilizo, também, o Facebook para tirar dúvidas dos alunos. Posto no FACE ¹¹ porque os alunos estão mais conectados.
Profª Carmela	Não utilizo internet, apenas adiciono todos alunos no FACE.
Profº J. Brás	Não utilizo internet.
Profº Iata	Uso a internet na busca de novas informações. Uso o Facebook, informalmente, mandando mensagens de incentivo para os alunos.

Fonte: elaborado pelo autor.

Quando interrogados quanto a sua interatividade e se usavam as redes sociais para contatar seus alunos, percebe-se, nos participantes, uma distância acentuada desse relacionamento; os que responderam positivamente, o faziam de forma esporádica. “adiciono todos no FACE, raramente interajo com os alunos e nunca utilizo para assuntos relacionados com as aulas”, diz o professora Carmela. Para Kenski (2011, p.47), em relação à educação, as redes de comunicações trazem novas e diferenciadas possibilidades para que

¹¹ Facebook

as pessoas possam se relacionar com os conhecimentos e aprender. Já não se trata apenas de um novo recurso a ser incorporado à sala de aula, mas de uma verdadeira transformação, que transcende até mesmo os espaços físicos em que ocorre a educação.

Tabela 4.3 – Sobre interatividade professores participante *versus* alunos

De que forma você interage com seus alunos fora do ambiente tradicional de aprendizagem (sala de aula) ? Quais os meios de interatividade que você utiliza?		
	Através de correio eletrônico	Através das Redes Sociais
Profº Afonso	e-mail	Não citou
Profª R.Lobo	Não citou	Informalmente via Facebook
Profº J. Marcos	Não citou	Tira dúvidas às vezes Usa informalmente
Profº Almeida	e-mail	Facebook
Profª Carmela	Não citou	Usa informalmente
Profº J. Brás	Não citou	informalmente
Profº Iata	e-mail	Informalmente

Fonte: elaborado pelo autor.

Procurando entender como acontecem, na opinião dos professores participantes, as experiências mais duradouras de aprendizagem e o papel das TIC nesse processo, as falas convergiram para os meios e as formas pelas quais as TIC conseguem "prender" a atenção dos alunos, diz o professor J. Marcos: "nós conseguimos melhor aprendizagem quando algo realmente prende a atenção deles (referindo-se aos alunos); cor, animação, levam a "prender" a atenção dos alunos. Querem saber mais, perguntam". Segundo Kenski (2011, p.

64), a escola precisa assumir o papel de formar cidadãos para a complexidade do mundo e dos desafios que ele propõe.

Tabela 4.4 – Sobre as experiências de aprendizagem e o papel das TIC.

	No caso dos alunos da nossa escola, onde acontecem as experiências mais duradouras de aprendizagem? Qual é o papel das TIC nesse processo?
Profº Afonso	Os adolescentes precisam de um mediador; as TIC somente, não contemplam uma aprendizagem duradoura.
Profª R. Lobo	A partir do 6º ano de escolaridade as experiências começam a melhorar.
Profº J. Marcos	Só conseguimos uma melhor aprendizagem prendendo a atenção deles (os alunos). As TIC colaboram com as cores, animação, etc.
Profº Almeida	A contextualização é essencial, sei que é complicado contextualizar tudo. O que falta, e muito, é tempo.
Profª Carmela	Os jovens convivem intensamente com as tecnologias. Manuseiam, trocam mensagens, interagem. Precisamos aproveitar esse momento.
Profº J. Brás	A dinâmica e a interatividade das TIC colaboram muito para uma aprendizagem duradoura.
Profº Iata	Temos muitos profissionais da educação que não dominam as TIC. Se o professor não usa os "jargões" da tecnologia os alunos percebem que ele não domina as TIC.

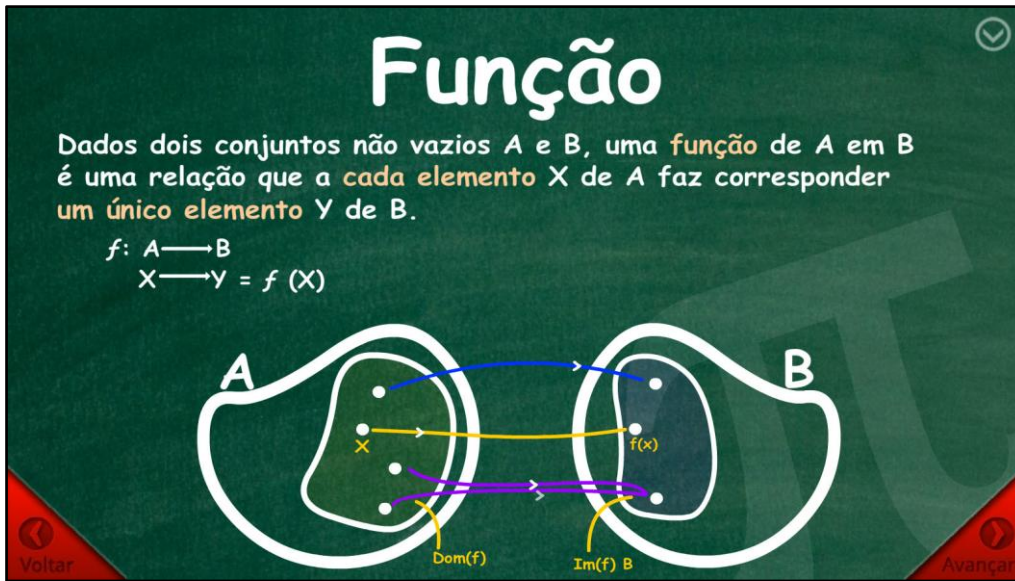
Fonte: elaborado pelo autor.

Os alunos dos professores participantes recebem, no ato da matrícula no Colégio Flama, um tablet com todas as aulas disponibilizadas para o semestre letivo (a escola trabalha no regime semestral). Daí a pergunta de número cinco para verificar as vantagens e desvantagens no uso de tal tecnologia. Nesse momento, os professores puderam manifestar o seu entusiasmo quanto aos tablets, afirmando que: "as imagens são motivadoras" – professora R.lobo ", o aluno de hoje já nasce com a tecnologia nas mãos" – diz o professor Almeida.

Quanto aos aspectos negativos foram citados: "os alunos se distraem muito facilmente" dizem os professores Afonso e Almeida. O professor Iata cita as diferenças sociais acentuadas pelas tecnologias: "as diferenças sociais acabam aumentando o abismo que já existe na educação".

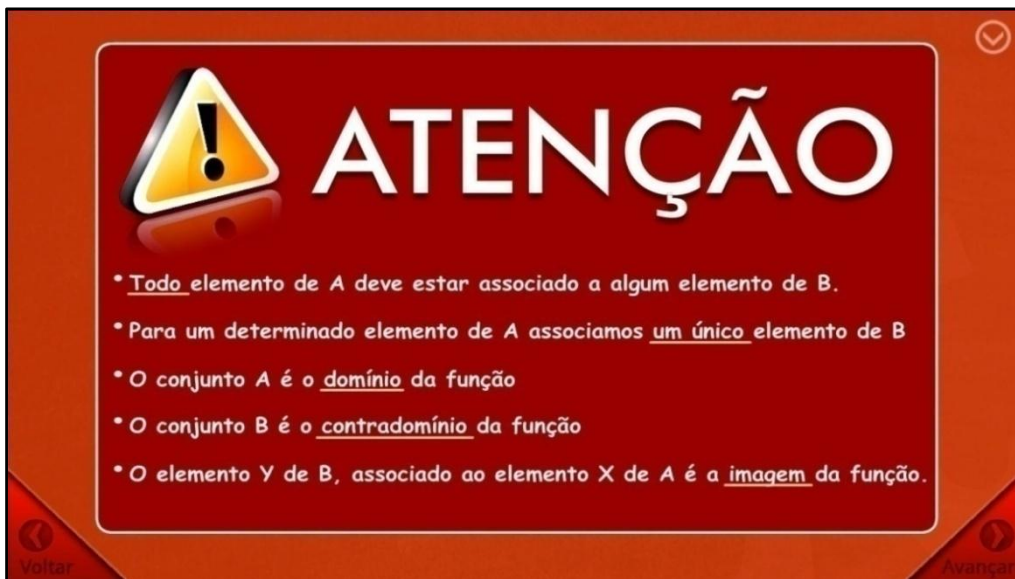
Os alunos matriculados no ensino médio do Sistema Flama de Ensino recebem, como dissemos, no ato da matrícula um tablet onde são disponibilizados os conteúdos de todas as disciplinas ministradas no semestre letivo. Destacamos aqui, a forma descontextualizada e compacta, de como os alunos são direcionados para a construção do conceito de função. Retornando aos livros didáticos, o conceito é aqui apresentado a partir de dois conjuntos A e B não vazios e de uma relação que a cada elemento x de A, faz corresponder um único elemento y de B (figuras 4.1 e 4.2). Formato que discordamos. E, estamos certos, de que o aplicativo FUNCIONALIDADE muito poderá contribuir com os professores e os alunos do Sistema Flama de Ensino na construção do conceito de função.

Figura 4.1 – Conceito de função



Fonte: Apostila digital do Sistema Flama de Ensino.

Figura 4.2 - Conceito de função (b)



Fonte: Apostila digital do Sistema Flama de Ensino.

Tabela 4.5 – Sobre o uso dos tablets pelos alunos do Sistema Flama de Ensino.

Quais as vantagens e desvantagens do uso dos tablets no processo ensino e aprendizagem pelos alunos de nossa escola?		
	Vantagens	Desvantagens
Profº Afonso	Não citou	O aluno as vezes se distrai com o uso da tecnologia
Profª R. Lobo	As imagens são motivadoras	Conteúdo enxugado, a instituição não permite usar quadro negro -
		Problemas nas conexões (Cabos) - utilizam muito o telefone
		Pais atrapalham ligando toda hora.
Profº J. Marcos	A interatividade - não precisa construir gráficos-	O dinamismo que hora ajuda outras horas conduz para o negativo
	Velocidade maior para expor conteúdos ganho de tempo / interesse por parte dos alunos.	
Profº Almeida	O aluno hoje já nasce com a tecnologia na mão	O aluno se distrai muito facilmente
Profª Carmela	O Professor e o aluno têm menos trabalho. O tablet só facilita	Não citou
Profº J. Brás	Economizar tempo/ mais tempo para resolver exercícios / discute os temas melhor	Não vejo nada contra
Profº Iata	A dinâmica e o tempo, porque as imagens já estão prontas.	As diferenças sociais acabaram aumentando o abismo que já há na educação

Fonte: elaborado pelo autor

A segunda etapa da entrevista buscava entender como os professores participantes abordavam, junto aos seus alunos, o conceito de função; como eles trabalhavam a

interatividade e a contextualização ao tratar de um tema, que consideramos de grande relevância para o ensino da matemática. Percebemos uma forma limitada ao utilizar os conhecimentos já adquiridos pelos alunos para ensinar o conceito de função, diz o professor Iata "não uso os conhecimentos já adquiridos pelos alunos. Entro direto nos conceitos. Contextualizo somente nos exercícios, após o conceito propriamente dito". Aproveitar o que o aluno já conhece parece também não fazer parte da proposta pedagógica dos nossos participantes, quando muito utilizam-se de um pequeno exemplo para não passar em branco, "O tempo é curto. O material didático (apostila digital) já está "na mão" , diz o professor Almeida.

A visão que o professor de matemática tem a respeito da disciplina que leciona leva-o a práticas distintas. Logo, se ele acredita ser a matemática uma ciência pronta e acabada, sendo a forma acadêmica a única aceitável, então cabe a ele ensinar o conteúdo e fazer exercícios para que os alunos repitam o que ele ensinou. Porém se o professor acredita que o conhecimento matemático pode se dar de maneiras diferentes, dependendo do contexto e que desse modo os alunos aprendem na sua relação com o meio que o cerca, então cabe a ele estimulá-los a compreender esses conhecimentos, e se for o caso aprimorá-los. (MENEGUETTI,2006,p. 53).

O relacionamento da maneira como variam as grandezas com o conceito de função também se faz de forma discreta e no mínimo possível; e às vezes nem relacionam, como diz, simplesmente, o professor Iata; – “não relaciono.” Questionados sobre o fato de relacionarem ou não o conceito de função com as disciplinas como física, química ou biologia, alguns poucos relacionam com a física. "Eu procuro fazer muito essa ligação com a física por ser mais fácil. Falo do espaço percorrido *versus* tempo" afirma o professor J. Marcos. Para Meneguetti (2006, p. 53), a transversalidade busca discutir questões sociais e promover o ensino de valores e atitudes a partir do conhecimento matemático, dessa forma utiliza-se da matemática para compreender a realidade.

Tabela 4.6 – Como você utiliza o conhecimento adquirido por seus alunos para ajudá-los a construir o conceito de função matemática?

1- Como você utiliza o conhecimento adquirido por seus alunos para ajudá-los a construir o conceito de função matemática?	
Profº Afonso	Inicialmente o título é "jogado" para os alunos. Interrogo se eles conhecem algo desse tema, em seguida uso conceitos físicos para conduzir os alunos ao conceito de função.
Profª R.Lobo	No 9º ano a única coisa que eu relaciono é a conta de "luz"; mais nada. No ensino médio uso somente o que está na apostila
Profº J. Marcos	O que eu procuro fazer é transpor aquela ideia para o dia a dia dele (aluno).
Profº Almeida	Entro direto no conceito, só contextualizo a partir da qualificação.
Profª Carmela	Eu procuro alguma coisa dentro do dia a dia deles (alunos). Exemplifico o táxi, a quilometragem percorrida e o valor a ser pago.
Profº J. Brás	Relaciono grandezas preço versus custo de um objeto. Uso, também, conta de água e corrida de táxi.
Profº Iata	Não uso exemplos do cotidiano. Entro direto nos conceitos, contextualizo somente nos exercícios após o conceito propriamente dito.

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 4.7- Como você explica o conceito de função matemática a partir do cotidiano de seus alunos?

2- Como você explica o conceito de função matemática a partir do cotidiano de seus alunos ?	
Profº Afonso	Toda função vai relacionar um valor com outro valor. É sempre uma relação entre duas coisas; uma dependente outra independente.
Profª R.Lobo	Somente no 9º ano, com a conta de "luz". Exemplifico também relacionando "cada criança tem um pai"
Profº J. Marcos	O que eu procuro aplicar é através do comércio, por exemplo, quantidade de frutas compradas <i>versus</i> custo.
Profº Almeida	O tempo é curto. O material didático (apostila digital) já está na mão.
Profª Carmela	Sempre contextualizo, mostro num gráfico.
Profº J. Brás	Somente nos casos citados na pergunta 1
Profº Iata	Não uso o cotidiano dos alunos para explicar o conceito.

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 4.8- Como você relaciona a maneira como variam as grandezas com o conceito de função matemática?

3- Como você relaciona a maneira como variam as grandezas com o conceito de função matemática ?	
Profº Afonso	O aluno é conduzido a verificar se as grandezas se relacionam, precisam perceber se uma grandeza aumenta a outra diminui.
Profª R.Lobo	Somente uso consumo KWh <i>versus</i> preço pago pela energia.
Profº J. Marcos	Posso mostrar que a quantidade está diretamente ligada ao valor de algo. Quanto mais se compra mais se gasta.
Profº Almeida	Somente relaciono nos exercícios as variações das grandezas. Não uso para conceituar.
Profª Carmela	Falo das operadoras de telefonia. Sempre busco exemplos do dia a dia dos alunos.
Profº J. Brás	Geralmente relaciono com a física. Todas as matérias são derivadas da matemática, tanto a física, como a química ou a biologia; mas não as relaciono.
Profº Iata	Não relaciono.

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 4.9- Como você relaciona, em suas aulas, o conceito de função matemática com as diferentes áreas do conhecimento humano (física, química, biologia, etc.).

4- Como você relaciona, em suas aulas, o conceito de função matemática com as diferentes áreas do conhecimento humano (física, química, biologia, etc.).	
Profº Afonso	Precisa-se de uma relação um pouco mais extensa. Quem faz o objeto mudar é o fator tempo,, por exemplo, numa relação <i>velocidade versus</i> tempo. Falo sempre no aspecto físico.
Profª R.Lobo	Não relaciono com nenhuma disciplina.
Profº J. Marcos	Eu procuro fazer muito essa ligação com a física, por ser mais fácil. Falo do espaço percorrido <i>versus</i> tempo para percorrê-lo.
Profº Almeida	Somente relaciono com a física quando há questões que assim solicitem.
Profª Carmela	Com a física. No "lance" de velocidade, isto é, relaciono no máximo com a física.
Profº J. Brás	Somente relaciono com a física.
Profº Iata	Não relaciono com outras áreas, somente se o assunto surgir.

Fonte: elaborado pelo autor

4.2 A tecnologia nas mãos dos alunos

Para subsidiar o problema da pesquisa procuramos verificar, através de questionário, as formas de acesso de nossos alunos às redes sociais, à internet e à telefonia móvel. Percebemos que não se faz mais necessário falarmos de computadores nas escolas e sim de uma tecnologia que possibilite aos alunos trafegar em um mundo incontestavelmente virtual, um mundo com milhares de informações, um mundo dinâmico e veloz. Segundo Machado e Jansen (2014, p. 26), o universo digital já é tão vasto quanto o real e continua se expandindo. Estudo divulgado recentemente pela EMC, empresa líder do mercado internacional de armazenamento de dados, revela que existem disponíveis hoje no mundo quase 1 septilhão de bits de informação – ou o número 1 seguido de 24 zeros, total similar ao de estrelas estimadas no Cosmos, segundo a Agência Espacial Europeia. Esses milhares de dados, ao contrário de tempos passados, penetram no espaço escolar através das redes sociais já presentes no cotidiano, não só dos alunos, mas de seus professores, diretores, equipes pedagógicas e pais. Segundo Mendes e Grandó (2007, p. 136), a dimensão tecnológica pressupõe uma nova forma de conhecimento. Com o avanço da ciência e da tecnologia, por meio de pesquisas no campo da inteligência artificial produzindo robôs interativos e pesquisas sobre realidade virtual, torna-se inconcebível que a Educação seja tratada de forma tradicional. Sabe-se que o desenvolvimento tecnológico proporciona uma nova dimensão ao processo educacional, uma dimensão que transcende os paradigmas ultrapassados do ensino tradicional, pontuado pela instrução programada, pela transmissão de informações e pelo treinamento do pensamento algoritmo e mecânico.

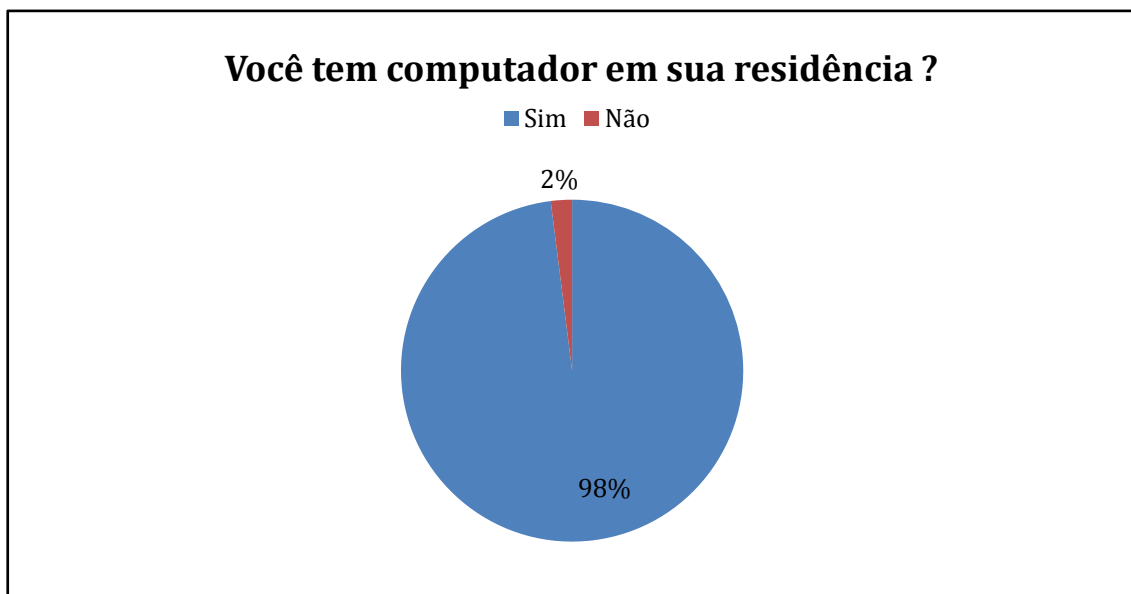
Segundo Christensen (2012, p.118), no passado, os remédios eram empurrados ao mercado através dos profissionais – os médicos –, e os pacientes em geral recebiam terapia se, e quando, o médico assim prescrevia. Cada vez mais, os pacientes estão "puxando" a solução dos seus médicos depois de terem chegado a um diagnóstico preliminar por sua própria conta. O caso análogo na educação é que historicamente, por não ter conhecimento da existência de remédios para os problemas do aprendizado, os estudantes e suas famílias normalmente acabavam com notas baixas e a auto-estima em crise pelo fato de se sentirem ignorantes. [...] Da mesma forma que na indústria de tratamento de saúde, os estudantes e

suas famílias não irão mais esperar até que os profissionais da área se dignem a prescrever uma "terapia". Eles irão puxar a solução da rede facilitadora.

Percebemos que integrar as tecnologias no contexto escolar ultrapassa os limites da sala de aula como a concebemos até aqui. O professor precisará ser um maestro para harmonizar os inúmeros sons, ritmos e passos que invadem o espaço escolar de forma avassaladora. Não podemos perder esse momento, não podemos fazer da escola um espaço de exclusão digital. Segundo Silva (2002, p.78), mesmo exaltando o uso de novas tecnologias em suas salas de aula, esta escola não se encontra preparada para lidar com as novas gerações. A aula continua sendo uma palestra para a absorção passiva e individual, e o professor continua onisciente, instrutor, treinador. Mesmo que alguns gestores estimulem o professor "parceiro", "conselheiro", "facilitador", "colaborador", nessa escola dificilmente se vê a participação efetiva dos professores e alunos modificando estratégias didáticas ou medidas administrativas. A separação e a imobilização dos atores principais começam aqui, como antieducação.

Podemos observar em nossa pesquisa com os alunos do Colégio Flama o quanto essas tecnologias estão em suas mãos. Vejamos: 98% dos alunos pesquisados possuem computadores em suas residências e 95% possuem aparelhos de telefonia móvel, dos quais 85% desses aparelhos possuem acesso à internet.

Gráfico 4.1 – Você tem computador em sua residência?



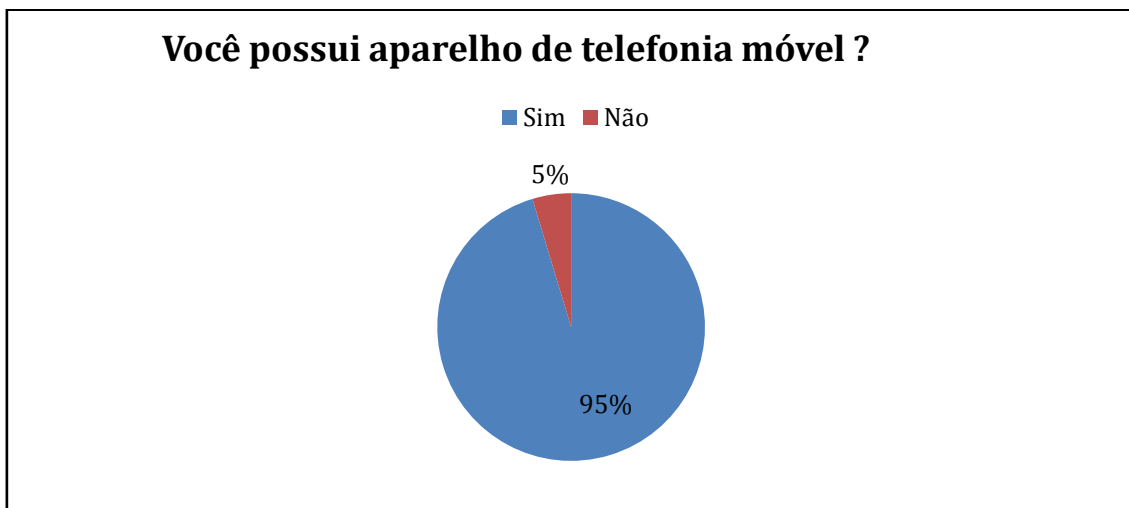
Fonte: elaborado pelo autor

Gráfico 4.2 – Você tem acesso à internet em sua residência?



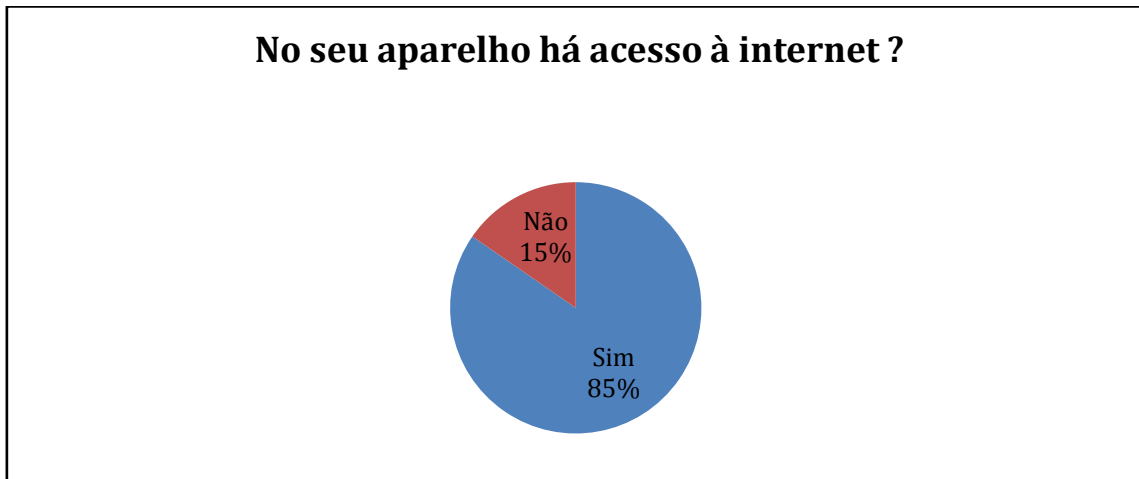
Fonte: elaborado pelo autor

Gráfico 4.3 – Você possui aparelho de telefonia móvel?



Fonte: elaborado pelo autor

Gráfico 4.4 – No seu aparelho há acesso à internet?



Fonte: elaborado pelo autor

Sabemos que a inclusão das tecnologias nas escolas ultrapassa a simples ação dos professores. Elas devem representar benefícios na aprendizagem, na vida dos alunos bem como sua inserção num mundo novo e desconhecido. Precisamos ver a escola com um novo olhar, pensar nas suas possibilidades, nos seus limites – se é que eles existem. A escola deve se tornar um espaço de inclusão digital e social, levando nossos alunos a aprender cada vez mais e melhor. Segundo Mendes e Grando (2007, p. 138), o professor e o aluno passam a ser parceiros de um mesmo processo de construção do conhecimento. Os professores, maestros dessa orquestra, deverão ser honestos e sinceros nas suas ações, deverão cuidar de seus alunos, cada vez mais conectados para, juntos, procurar soluções para os problemas que surgirão, fazendo tudo isso num ambiente colaborativo e motivador. O professor, nesse contexto, diz Rolkouski (2011, p.24), passa de "detentor do saber" para a posição de facilitador do aprendizado, em que, por muitas vezes, aprende junto com seus alunos.

5. Considerações Finais

Os caminhos que percorremos em nossa pesquisa conseguiram nos dar alguns direcionamentos sobre o que acontece com os professores participantes quanto à sua prática docente no momento de abordar o conceito de função em suas aulas. Conseguimos, também, junto aos alunos, mensurar seu entusiasmo frente ao "novo" e suas incertezas em alguns momentos.

A proposta inicial era fazermos uma pesquisa participante com doze professores, mas conseguimos somente sete voluntários. Percebemos, que apesar de nossa insistência e transparência na abordagem, cinco deles mostraram-se arredios e temerosos de participarem do projeto – acreditamos que essas desistências devem-se ao fato dos professores imaginarem que seriam avaliados de alguma forma – pois são sabedores da dupla função do pesquisador - de professor e diretor do Sistema Flama de Ensino, que teriam dificuldades em relacionarem-se com a tecnologia proposta via aplicativo móvel ou mesmo por temor “do que é novo e desconhecido”.

Percebemos, em nossa investigação, que muitos dos nossos participantes têm dificuldades /resistência em aderirem as TIC em suas práticas pedagógicas, apesar de afirmarem que as tecnologias são indispensáveis e colaborativas. "A dinâmica e interatividade das TIC colaboram muito para uma aprendizagem duradoura", diz o professor J. Brás. Eles alicerçam-se numa educação formal, que segundo D'Ambrosio (2012, p.109), é baseada na mera transmissão (ensino teórico e aulas expositivas) de aplicações e teorias, ou no adestramento (ensino prático com exercícios repetitivos) em técnicas e habilidades.

O professor vive a escola desde sua infância. Contabilizando sua vida acadêmica desde a pré-escola, passando pelo ensino fundamental, pelo ensino médio e posteriormente a graduação, lá se vão, pelo menos, dezesseis anos. Podemos dizer, por abuso de linguagem, que o professor já "nasce" dentro da escola "vive" a escola, "alimenta-se" da escola e, talvez por essa convivência toda ele hoje, mais do que em tempos anteriores, não consegue encontrar caminhos que modifiquem essa escola que está inserida totalmente nele. Segundo Danyluk (2012, p. 76), atualmente, o professor de matemática, além de reproduzir o discurso pré-construído, gratifica-se com a posição de ser professor de uma disciplina difícil, o que, de certa forma, lhe confere certo "status" que, parece, procura manter.

Por não se afastar dessa escola e por consequência estar inserido nela, o professor não consegue ter uma visão de seu todo. Está tendo dificuldades em enxergar suas necessidades e, em mundo em constantes transformações, está estático. Segundo Cunha (1989, p.34), é fato que o conhecimento do professor é construído no seu próprio cotidiano, mas ele não é só fruto de sua vida na escola. Ele provém, também, de outros âmbitos e, muitas vezes, exclui de sua prática elementos que pertencem ao domínio escolar. A observação das reações dos participantes durante as entrevistas ora de ansiedade, ora de excitação e a análise descritiva de suas respostas aos nossos questionamentos, muito nos facilitou na apreensão de dados sobre as suas ações didático-pedagógicas ao abordarem, juntos aos seus alunos, o conceito de função matemática. Entre elas destacamos: 1) o professor participante poucas vezes lança mão dos conhecimentos já adquiridos pelos alunos para ajudá-los a construir o conceito de função; 2) o professor privilegia a exposição oral, enfatizando o pensamento de muitos de que ele, o professor, é a principal fonte de conhecimento; 3) raramente localizam historicamente o conteúdo, passando para seus alunos a falsa ideia de que o que eles estão estudando é algo novo na história da humanidade, e que portanto não tem um passado, não evoluiu com o tempo ou sempre existiu; 4) Poucas vezes os professores participantes demonstraram entusiasmo para estabelecer relações do conteúdo ministrado com outras áreas do saber (quando muito, relacionavam com a física), perdendo, nesse momento, a possibilidade de explicar, intervir, de prever algo que desafia um ensinar isolado e que, interagindo com as diferentes fontes do conhecimento poderia atrair a atenção de outros olhares.

No espaço de tempo entre a nossa primeira e a segunda jornada, podemos perceber um professor mais otimista, que demonstrou acreditar nas potencialidades de seus alunos, mais preocupado com a sua aprendizagem e que, em contato com o aplicativo FUNCIONALIDADE, demonstrou entusiasmo, mencionando acreditar que esse instrumento poderia tornar suas aulas mais atraentes e, também, poderia vir a estimular a participação de seus alunos na construção do conceito de função.

Observamos, no início de nosso trabalho, que os professores participantes tinham um bom relacionamento, mas estavam muito longe de formarem uma equipe, apesar de terem um significativo ponto em comum; a matemática. Eles não usavam suas experiências para ajudar uns aos outros – chegavam a ser egoístas quanto ao compartilhar essas experiências. Ao final do projeto pude verificar uma significativa melhora nesse quesito.

Os encontros que realizamos, apesar de estarem longe do ideal, certamente contribuíram para estreitar os laços da equipe. Por fim, os professores me procuravam, espontaneamente, para dúvidas eventuais ou sugestões para enriquecer o aplicativo. Aos poucos fomos somando ideias e, em conjunto, tomando decisões onde todos os sete professores envolvidos no projeto participavam.

Na busca pela resposta à pergunta: "o aplicativo FUNCIONALIDADE – produto dessa pesquisa – possibilitará aos professores participantes construir, junto aos seus alunos, o conceito de função?", seis professores desenvolveram com uma de suas turmas de Ensino Médio e um professor com uma de suas turmas de Ensino Fundamental, atividades híbridas onde buscava-se, a partir do uso do aplicativo FUNCIONALIDADE, avaliar o processo de construção do conceito de função em comparação às suas experiências docentes, quando da busca desse objetivo a partir dos livros didáticos ou através desse conteúdo disponibilizado em tablets recebidos pelos alunos do Sistema Flama de Ensino conforme citado anteriormente.

Após a realização da atividade docente proposta, os professores participantes avaliaram o desempenho de seus alunos por meio de um instrumento de avaliação (apêndice), comum a todas as turmas, e daí, puderam tirar algumas conclusões, as quais relatamos a seguir.

As observações feitas e as conclusões obtidas da pesquisa possibilitam-nos afirmar que o aplicativo FUNCIONALIDADE contribui, de forma positiva, na construção do conceito de função pelos alunos da Educação Básica, visto que: 1) auxilia o professor na construção do conceito de função a partir da ideia de funcionalidade, desde quando a humanidade dava seus primeiros passos rumo ao conhecimento; 2) o aluno pode construir o conceito de função a partir de seu cotidiano – fato observado pelos professores participantes; 3) os alunos podem, também, vivenciar as transformações numéricas – facilmente por eles percebidas – para, em seguida, relacioná-las algebricamente; 4) o professor, ao final da construção do conceito de função, formaliza esse conceito e, em eventuais dificuldades por parte dos alunos, pode voltar, rapidamente, às cenas iniciais para rever exemplos; 5) possibilita ao aluno o acesso ao conceito de função em qualquer hora ou lugar – observação feita pelos próprios alunos. É perceptível, como dissemos anteriormente, a distância da escola para o mundo real. Da mesma forma que é perceptível a resistência do professor frente ao novo – o professor resiste a sair de sua "zona de conforto". Assim, convencer os professores

participantes a engajarem-se no projeto foi o nosso primeiro grande desafio – dos doze convidados, somente sete aceitaram o convite, isto é, uma resistência de, aproximadamente, 42%. Além dessa resistência inicial, encontrei, junto aos professores participantes, obstáculos, por eles percebidos, quando da sua aula tendo como suporte o aplicativo FUNCIONALIDADE, os quais relatamos a seguir.

O entusiasmo dos professores participantes em alguns momentos transformava-se em frustrações diante das sabidas limitações das tecnologias móveis, principalmente no que concerne às dificuldades de acesso às redes sem fio ou instabilidade dessas redes, bem como as limitações ergonômicas de alguns aparelhos móveis. Para o professor Afonso, muito mais importante do que aliar tecnologia e educação, faz-se necessário um novo formato pedagógico, com um professor cada vez mais comprometido e com perfil multitarefa.

Sabemos que a tecnologia e a educação nem sempre foram compatíveis. Desde os filmes, a TV, o DVD, para não citar outras, poucas vezes chegamos a uma conclusão de como utilizá-las para ensinar. Com a internet, a partir de sua interatividade e mobilidade, estamos diante de novos e promissores horizontes. Os alunos já manuseiam os aparelhos, apesar de usá-los quase que integralmente para entretenimento; há, portanto, um vazio entre a escola e o dia a dia dos alunos, além dos métodos pedagógicos ainda não contemplarem a tecnologia de forma satisfatória.

O professor não pode continuar fechando a porta para a inovação, deve sim, assumir o papel de mediador e co-autor da informação junto aos seus alunos. A professora Carmela acha difícil disputar a atenção dos alunos com as redes sociais e outros aparatos tecnológicos disponíveis e facilmente acessíveis a eles. Não podemos virar as costas para a sociedade digital, uma sociedade que agrega a cada dia novos habitantes. Mas sabemos, também, que essas tecnologias ainda não chegaram à vida de milhões de habitantes de nosso planeta.

Para a professora R.Lobo, não devemos falar em modelos mais avançados ou mais atrasados visto que há professores que mesmo usando modelos tradicionais, obtêm bons resultados.

Acreditamos no potencial dos tablets, mas fica um alerta: os dispositivos móveis fazem parte de um sistema que inclui aplicações, conteúdos apropriados, projetos pedagógicos e, acima de tudo, um professor que se disponha a oferecer modos de aprendizagem não-lineares, que ouse e busque novos caminhos.

Entendemos que o aplicativo FUNCIONALIDADE, produto de nossa pesquisa, não pretende – e não poderia ser diferente – ser um elemento conclusivo a respeito da construção do conceito de função. O que pretendemos é disponibilizar um instrumento tecnológico que possa colaborar com os professores e os alunos, em diferentes níveis de escolaridade, a ensinar e aprender tal conceito.

Trazendo um pouco de seu processo histórico, contextualizando em outras etapas e concluindo com uma definição formal, outras etapas deverão ser desenvolvidas no aplicativo FUNCIONALIDADE para, corrigindo falhas observadas no "momento teste", aperfeiçoar o que apresentamos até aqui; sugiro: 1) concluir a etapa referente ao consumo de energia (figura 3.9), para desta forma poder dar mais opções de contextualização ao usuário; 2) criar outros momentos de "funcionalidade" que desvinculem a ideia de que uma função, necessariamente, é definida a partir de uma lei de formação (fato observado quando os alunos foram apresentados ao Aplicativo e, em seguida, foram avaliados); 3) após a formalização do conceito de função, poderemos aproveitar o momento para qualificar a função (injetora, sobrejetora ou bijetora), e assim, tornar o conceito mais consolidado para o usuário/aluno; 4) observamos que faz-se necessário criar uma etapa no Aplicativo onde o usuário/aluno possa interagir mais, diversificando valores e verificando as relações de funcionalidade ocorridas a partir daí.

Acreditamos que os professores da Educação Básica podem apropriar-se do objeto de aprendizagem, produto dessa pesquisa, para aperfeiçoar, junto aos seus alunos, a construção do conceito de função matemática. Por ser esse um tema de reconhecida relevância para a matemática e para outras áreas do conhecimento, tê-lo às mãos a qualquer hora ou lugar e considerando a sua versatilidade para contemplar alunos de qualquer nível de escolaridade que este saber seja pertinente, fortalece nossa certeza de poder colaborar para potencializar a apreensão, por parte desses alunos, do conceito de função de forma sólida e duradoura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- ALRO, h. SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*; tradução: Orlando Figueiredo. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.
- ANGROSINO, M.;FLICK,U.(Coord). *Etnografia e observação participante*. Porto Alegre: Artmed, 2009.
- ARDENGHI, Marcos José. *Ensino e Aprendizagem do Conceito de Função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil*. PUC-SP, 2008. Disponível em: <www.sapietia.pucsp.br/tde_arquivos/>. Acesso em: 16 ago. 2012.
- AREF, Antar Neto. *Conjuntos e funções: 2º grau*. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 1979.
- AUDINO D.F.; NASCIMENTO R.S. (2010). *Objetos de Aprendizagem – diálogos entre conceitos e uma nova proposição aplicada à educação*. Disponível em: <[http:// w.w.w.educacao.ufrj.br/artigos/n10/objetos de aprendizagem.pdf](http://w.w.w.educacao.ufrj.br/artigos/n10/objetos_de_aprendizagem.pdf)>. Acessado em 22/03/14 às 11:25 h.
- BARRETO, Raquel Goulart: *Discursos, tecnologias, educação*. Rio de Janeiro: EdUERJ, 2009. (Série Pesquisa em Educação. Práticas de Linguagem). 188 p.
- BOAVENTURA, E. M. *Memorial*. 1995. Disponível em: <<http://www.edivaldo.pro.br/memorial.html>>. Acesso em: 12 jun. 2011.
- BOYER, Carl Benjamin. *História da matemática*. São Paulo: Edgard Blucher, 2012.
- BRANDÃO, Carlos Rodrigues (org): *Repensando a pesquisa participante*. São Paulo: Brasiliense,1987.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio*. Brasília: MEC/Semtec, 1999.
- CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Tipografia matemática ltda. 1951.
- CASTRO, Juliana. *Professor de universidade inglesa explica como o êxito das escolas depende de seus gestores*. Jornal O Globo, Rio de Janeiro, 11 mar. 2013. Caderno País, p.4.
- CHRISTENSEN, Clayton M. *Inovação na sala de aula: como a inovação disruptiva muda a forma de aprender*. Porto Alegre, Bookman,2012.
- CUNHA, Maria Isabel da. *O bom professor e sua prática*. Campinas, SP: Papirus, 1989.
- DANTE, Luiz Roberto. *Matemática, volume único*. São Paulo: Ática, 2010.
- DANYLUK, Ocsana Sônia (Org.). *História da Educação Matemática: escrita e rescrita de histórias*. Porto Alegre: Sulina, 2012.

DELGADO, Carlos José Borges. *O ensino da função afim a partir dos registros de representação semiótica*. 2010.152.:il;apêndice. Disponível em <http://www2.unigranrio.br/.../dissertação_carlos_jose_borges_delgado.pdf>. Acesso em: 16 de agosto de 2012.

DOWBOR, Ladislau. *Tecnologias do conhecimento: os desafios da educação*. 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas, SP: Papirus, 2012.

FIGUEIREDO, Djairo Guedes de. *Análise I*. Rio de Janeiro: Ed. Universidade de Brasília, 1975.

FIorentini, Dario; LOrenzato, Sergio. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GAMBOA, Silvio Sanches. *Pesquisa em educação: métodos e epistemologias*. Chapecó: Argos, 2007.

KENSKI, Vani Moreira. *Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação*. Campinas, SP: Papirus, 2011.

MACHADO, André; JANSEN, Roberta. *Um universo de informação*. Jornal O Globo, Rio de Janeiro, 10 abr. 2014. Caderno Sociedade, p. 26.

MACHADO, Antônio dos Santos. *Matemática temas e metas: conjuntos numéricos e funções*. 2. ed. São Paulo: Atual, 1988.

MARANHÃO, Cristina (org): *Educação matemática nos anos finais do ensino fundamental e médio: pesquisas e perspectivas* – São Paulo: Musa Editora, 2009.

MATTAR, João: *Web 2.0 e redes sociais na educação*/ João Mattar – São Paulo: Artesanato Educacional, 2013.

MENDES, J.R; GRANDO, R.C (org): *múltiplos olhares: matemática e produção de conhecimento*. São Paulo: Musa Editora, 2007 cap. 7.

MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel (org): *Educação matemática: vivências refletidas. apresentações*: Maria Aparecida Vidigal Bicudo – São Paulo : Centauro, 2006.

MOREIRA, Marco Antônio: *Teorias de aprendizagem*. 2. ed. ampl. São Paulo: EPU, 2011.

MISKULIN, R. G. S. ; PIVA JUNIOR, D. A relação entre aprendizagem significativa e aprendizagem colaborativa: um estudo de caso utilizando TIC's e mapas conceituais. In: MENDES, Jackeline Rodrigues; GRANDO, Regina Célia. (Org.). *múltiplos olhares: matemática e produção de conhecimento*. São Paulo: Musa Editora, 2007, v. 3, p. 136-150

NOVIKOFF, C. et al. *Ensino de ciências na educação básica : a atividade teórico-prática interdisciplinar*. Duque de Caxias, RJ: UNIGRANRIO, Reproarte, 2011. 263 p.

OLIVEIRA, Gilberto Gonçalves de. *Neurociência e os processos educativos: um saber necessário na formação de professores*. Uberaba, MG: UNIUBE. 2011.

OLIVEIRA, Nanci de. *Conceito de Função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem*. PUC-SP, 1997. Disponível em: <http://www.sapietia.pucsp.br/tde_arquivos/.../dissertação_nanci_oliveira.pdf>. Acesso em: 16 de agosto de 2012.

PAIS, Luiz Carlos. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

PIVA JUNIOR, Dilermano: *Sala de aula digital: uma introdução à cultura digital para educadores*. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2013. 152 p

QUINTELLA, Ary. *Matemática: para o terceiro ano colegial*. 19. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1970.

RIBENBOIM, Paulo. *Funções, Limites e Continuidade*/Paulo Ribenboim. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

ROLKOUSKI, Emerson. *Tecnologias no ensino de matemática*. Curitiba: Ibpex, 2011.

SACCOL, Amarolinda I.C.Z.; SCHLEMMER, Eliane; BARBOSA, Jorge L.V. *m-learning e u-learning: novas perspectivas da aprendizagem Móvel e Ubíqua*. 1.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

SILVA, Marcos: *sala de aula interativa*. Rio de Janeiro: Quartet. 3. ed 2002

SPIVAK, Michael. *Calculus: cálculo infinitesimal* – Barcelona: Editora Reverte, S.A., 1970.

TINOCO, Lucia A.A . Coord: *Construindo o conceito de função: instituto de matemática / UFRJ projeto Fundação – Spec / PADCT/PES*: Rio de Janeiro: 2009.



CONVITE

Professor,

Sou mestrando da UNIGRANRIO – Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências na Educação Básica – Meu projeto de pesquisa intitula-se CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA: UM ESTUDO COLABORATIVO SOBRE A CONCEPÇÃO E USO DO APLICATIVO MÓVEL FUNCIONALIDADE e será desenvolvido junto aos professores convidados de matemática do Colégio Flama e de outras instituições de ensino do município de Duque de Caxias. Para tanto convido-o a colaborar comigo nesse projeto e seguem anexas todas as Informações necessárias para sua análise e posterior opção de participação.

Atenciosamente,

Mestrando Hugo José Nascimento

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos – CEP/Unigranrio

1- Responsável pela pesquisa: Hugo José Nascimento
Título do Projeto: CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA: UM ESTUDO COLABORATIVO SOBRE A CONCEPÇÃO E USO DO APLICATIVO MÓVEL FUNCIONALIDADE.
Coordenador do Projeto: Prof. Renato C. Zambrotti
Telefones de contato do Coordenador do Projeto: (21) 26727733
Endereço do Comitê de Ética em Pesquisa: UNIGRANRIO

2- Informações ao participante ou responsável:

- a) Você está sendo convidado a participar de uma pesquisa observação participante que tem como objetivo colaborar com professores de Matemática no processo ensino aprendizagem do Conceito de Função Matemática pelos alunos da Educação Básica, utilizando aplicativos em mídia digital – tablets.
- b) Antes de aceitar participar da pesquisa, leia atentamente as explicações abaixo que informam sobre seu procedimento: a pesquisa ocorrerá ao longo do primeiro semestre do ano letivo, de 2013, onde observaremos esses resultados.
- c) Você poderá recusar a participar da pesquisa e poderá abandonar o procedimento em qualquer momento, sem nenhuma penalização ou prejuízo. Durante o procedimento das entrevistas e testes você poderá recusar a responder qualquer pergunta que por ventura lhe causar algum constrangimento.
- d) A sua participação como voluntária, ou a do tutelado pelo qual você é responsável, não auferirá nenhum privilégio, seja ele de caráter financeiro ou de qualquer natureza,

podendo se retirar do projeto em qualquer momento sem prejuízo a V.Sa. ou ao seu tutelado.

- e) A sua participação ou a do menor sob sua responsabilidade não envolverá nenhum risco seja ele financeiro, já que não lhe será cobrado nenhum custo pela sua participação neste estudo ou moral, uma vez que os nomes utilizados ao longo do trabalho serão fictícios.
- f) Serão garantidos o sigilo e privacidade, sendo reservado ao participante ou ser responsável o direito de omissão de sua identificação ou de dados que possam comprometê-lo.
- g) Na apresentação dos resultados não serão citados os nomes dos participantes.
- h) Confirmando ter conhecimento do conteúdo deste termo. A minha assinatura abaixo indica que concordo em participar desta pesquisa e por isso dou meu consentimento.

Duque de Caxias, 22 de janeiro de 2013

ENTREVISTA COM OS PROFESSORES PARTICIPANTES:

(Histórico acadêmico e relacionamento com as TIC)

1- Você poderia fazer um breve histórico de sua formação acadêmica desde o 1º ano de escolaridade até a sua última graduação?

1.1 - Durante sua formação acadêmica em qual/quais momento(s) você teve contato com as TIC?

1.2 - Na sua graduação, que tipo de formação você recebeu quanto à prática e ao uso das TIC na educação?

2- Como e onde você usa a internet para o auxiliar no processo ensino aprendizagem dos seus alunos ?

3- De que forma você interage com seus alunos fora do ambiente tradicional de aprendizagem (sala de aula)? Quais os meios de interatividade você utiliza?

4- No caso dos alunos da nossa escola, onde acontecem suas experiências mais duradouras de aprendizagem? Qual o papel das TIC nesse processo?

5- Quais os principais prós e contras da utilização das TIC no processo de ensino e aprendizagem dos alunos de nossa escola?

5.1 - Quais são suas dificuldades quanto ao uso das TIC na nossa escola?

5.2 - Quais as vantagens e desvantagens do uso dos tablets no processo ensino e aprendizagem pelos alunos de nossa escola?

5.3 - De que forma podem contribuir os professores, a direção e demais membros da comunidade escolar para diminuir os aspectos negativos do uso das TIC?

ENTREVISTA COM OS PROFESSORES PARTICIPANTES:

(Como os professores participantes constroem, com seus alunos, o conceito de função?)

1- Como você utiliza o conhecimento adquirido por seus alunos para ajudá-los a construir o conceito de função matemática?

Afonso - Inicialmente o título é "jogado" para os alunos. Interrogo se eles conhecem algo desse tema, em seguida uso conceitos físicos para conduzir os alunos ao conceito de função.

R. Lobo - No 9º ano a única coisa que eu relaciono é a conta de "luz"; mais nada. No ensino médio uso somente o que está na apostila.

J. Marcos - O que eu procuro fazer é transpor aquela ideia para o dia a dia dele (aluno).

Almeida - Entro direto no conceito, só contextualizo a partir da qualificação.

Carmela - Eu procuro alguma coisa dentro do dia a dia deles (alunos). Exemplifico o táxi, a quilometragem percorrida e o valor a ser pago.

J. Brás - Relaciono grandezas *preço versus custo de um objeto*. Uso, também, conta de água e corrida de táxi.

Iata - Não uso exemplos do cotidiano. Entro direto nos conceitos, contextualizo somente nos exercícios após o conceito propriamente dito.

2- Como você explica o conceito de função matemática a partir do cotidiano de seus alunos?

Afonso - Toda função vai relacionar um valor com outro valor. É sempre uma relação entre duas coisas; uma dependente outra independente.

R. Lobo - Somente no 9º ano, com a conta de "luz". Exemplifico também relacionando "cada criança tem um pai"

J. Marcos - O que eu procuro aplicar é através do comércio, por exemplo, *quantidade de frutas compradas versus custo*.

Almeida - O tempo é curto. O material didático (apostila digital) já está na mão.

Carmela - Sempre contextualizo, mostro num gráfico.

J. Brás - Somente nos casos citados na pergunta 1

Iata - Não uso o cotidiano dos alunos para explicar o conceito.

3- Como você relaciona a maneira como variam as grandezas com o conceito de função matemática?

Afonso - O aluno é conduzido a verificar se as grandezas se relacionam, precisam perceber que se uma grandeza aumenta a outra diminui.

R. Lobo - Somente uso *consumo KWh versus preço pago pela energia*.

J. Marcos - Posso mostrar que a quantidade está diretamente ligada ao valor de algo. Quanto mais se compra mais se gasta.

Almeida - Somente relaciono nos exercícios as variações das grandezas. Não uso para conceituar.

Carmela - Falo das operadoras de telefonia. Sempre busco exemplos do dia a dia dos alunos.

J. Brás - Geralmente relaciono com a física. Todas as matérias são derivadas da matemática, tanto a física, como a química ou a biologia; mas não as relaciono.

Iata - Não relaciono.

4- Como você relaciona, em suas aulas, o conceito de função matemática com as diferentes áreas do conhecimento humano (física, química, biologia, etc.).

Afonso - Precisa-se de uma relação um pouco mais extensa. Quem faz o objeto mudar é o fator tempo, por exemplo, numa relação *velocidade versus tempo*. Falo sempre no aspecto físico.

R. Lobo - Não relaciono com nenhuma disciplina.

J. Marcos - Eu procuro fazer muito essa ligação com a física, por ser mais fácil. Falo do *espaço percorrido versus tempo para percorrê-lo*.

Almeida - Somente relaciono com a física quando há questões que assim solicitem.

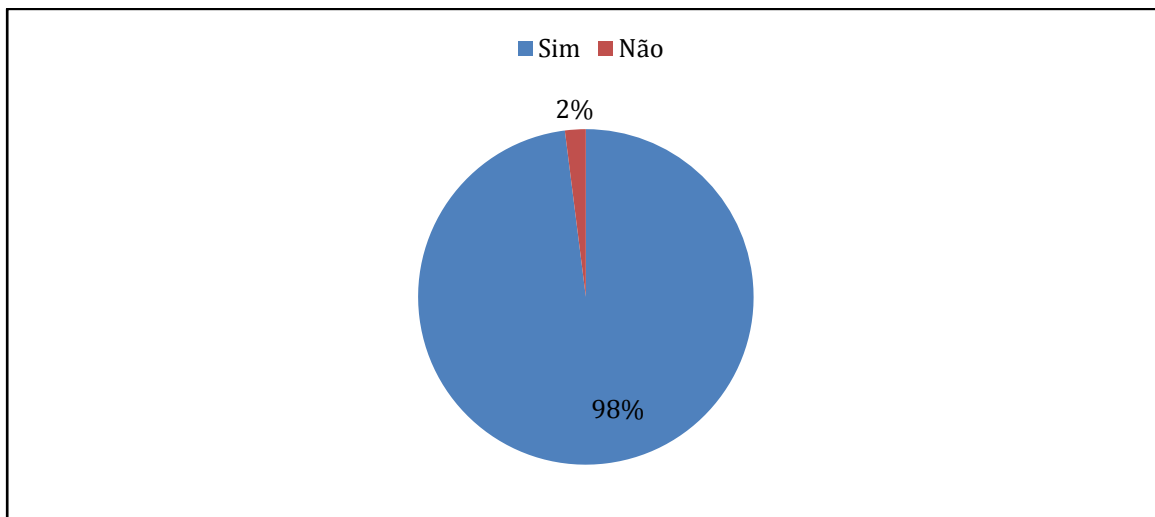
Carmela - Com a física. No "*lance*" de velocidade, isto é, relaciono no máximo com a física.

J. Brás - Somente relaciono com a física.

Iata - Não relaciono com outras áreas, somente se o assunto surgir.

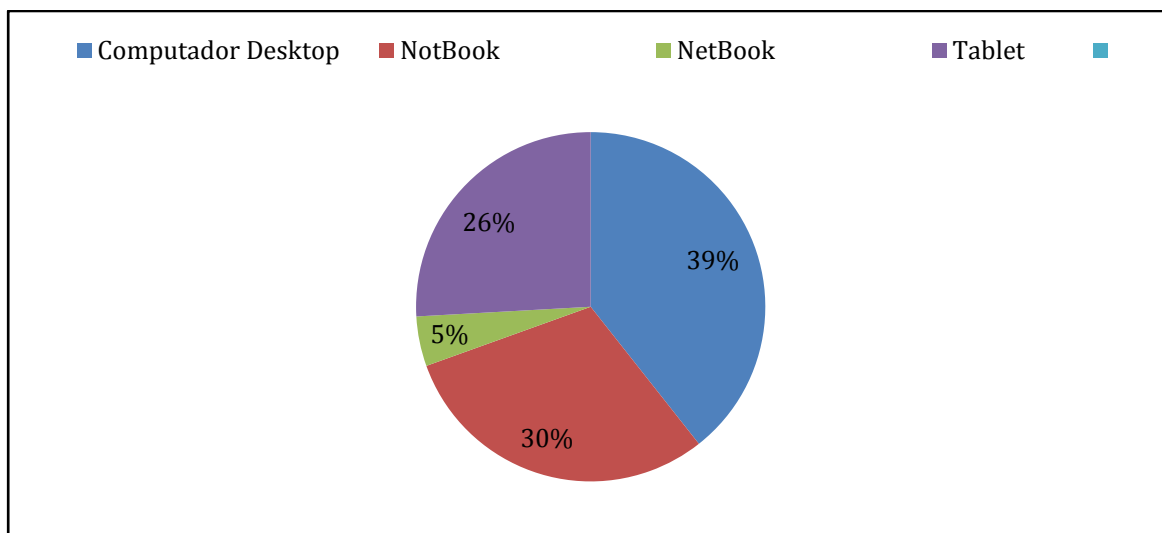
Dados estatísticos obtidos através de questionários, respondidos pelos alunos matriculados no 1º ano do ensino médio do Sistema Flama de Ensino.

1) Você tem computador em sua residência ?



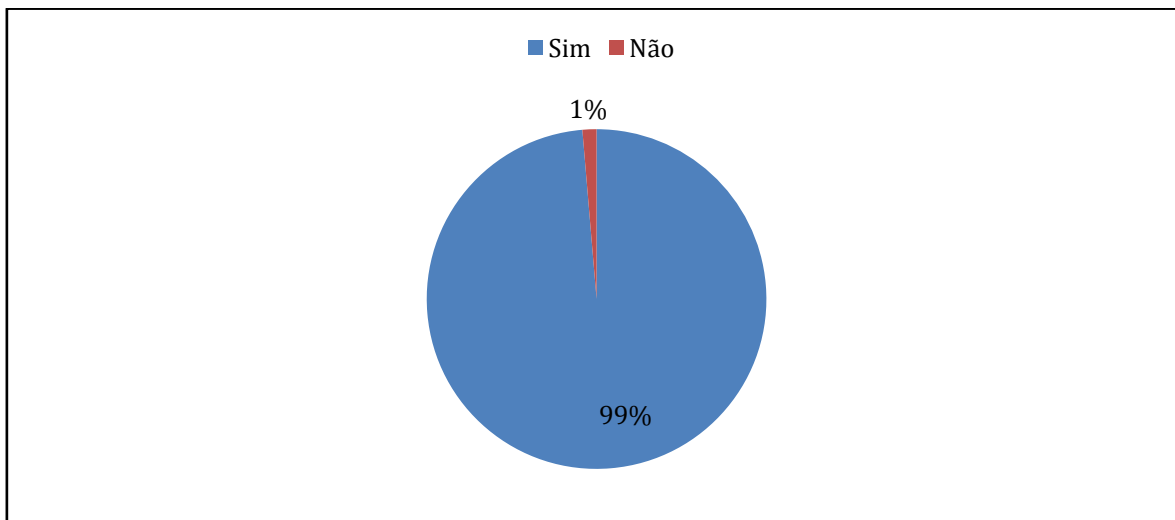
Fonte : questionários respondidos por alunos do Sistema Flama de Ensino.

2. Se a resposta à pergunta anterior for positiva. Qual o tipo de computador?



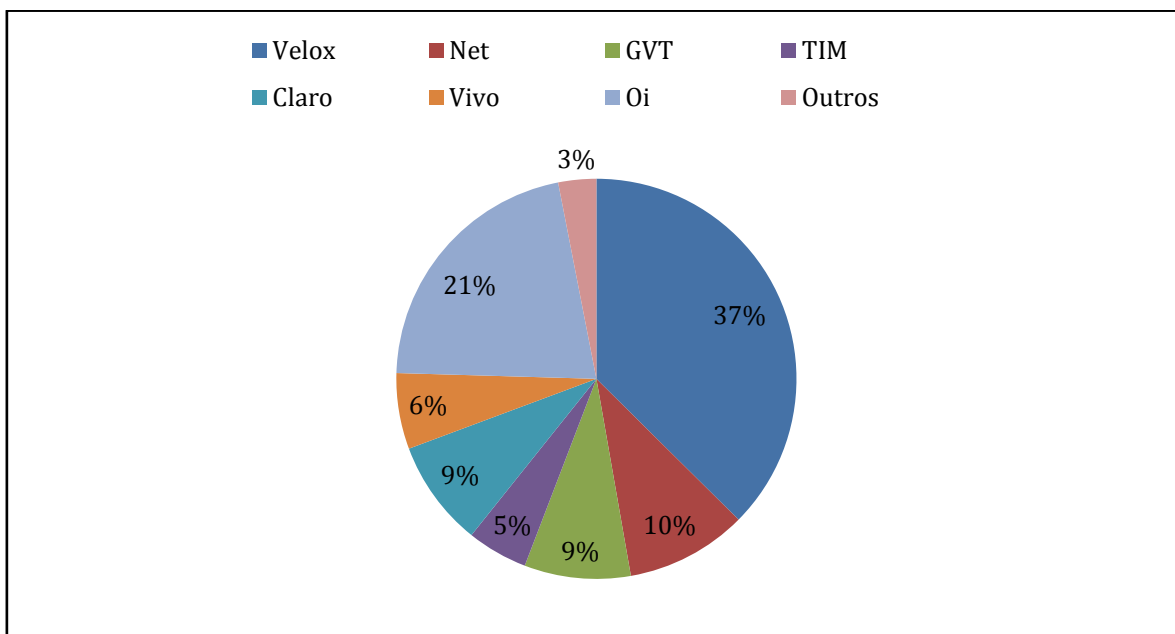
Fonte : questionários respondidos por alunos do Sistema Flama de Ensino.

3. Você tem acesso à internet em sua residência?

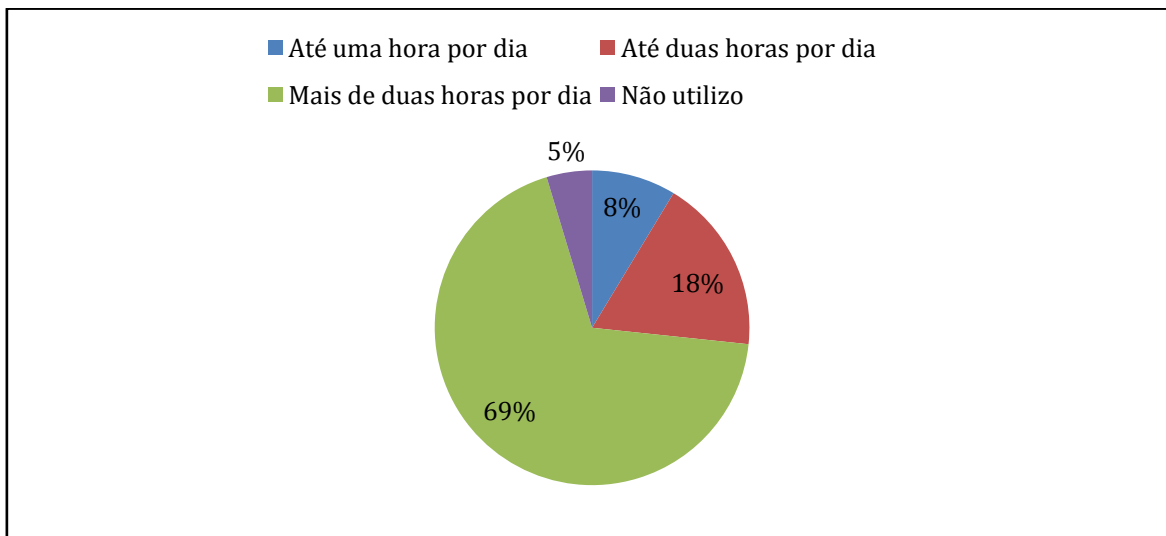


Fonte : questionários respondidos por alunos do Sistema Flama de Ensino.

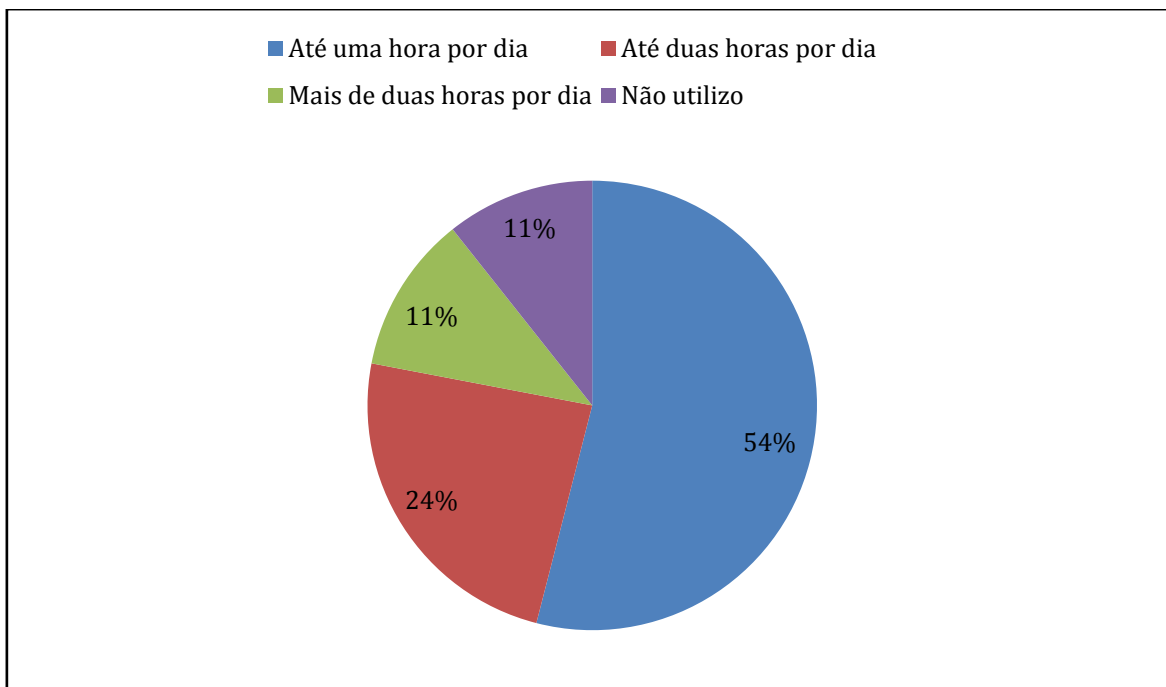
4. Se a resposta anterior for sim. Qual o tipo de acesso?



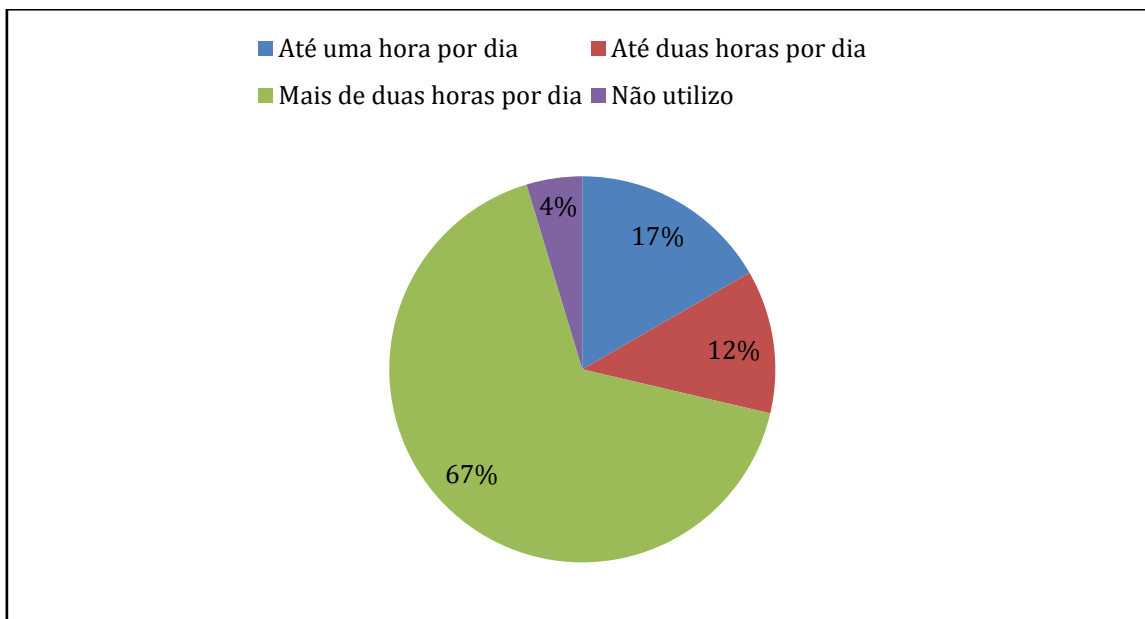
Fonte : questionários respondidos por alunos do Sistema Flama de Ensino.

5- Você acessa a internet principalmente para: Lazer

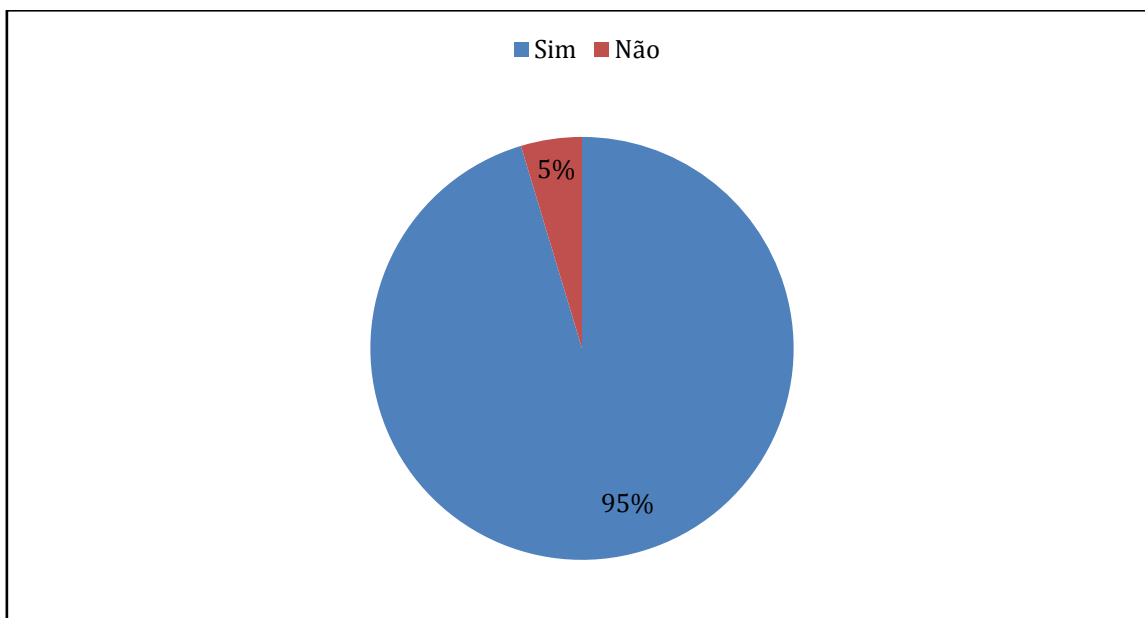
Fonte : questionários respondidos por alunos do Sistema Flama de Ensino.

5- Você acessa a internet principalmente para: Pesquisa escolar

Fonte : questionários respondidos por alunos do Sistema Flama de Ensino.

5- Você acessa a internet principalmente para: Redes sociais

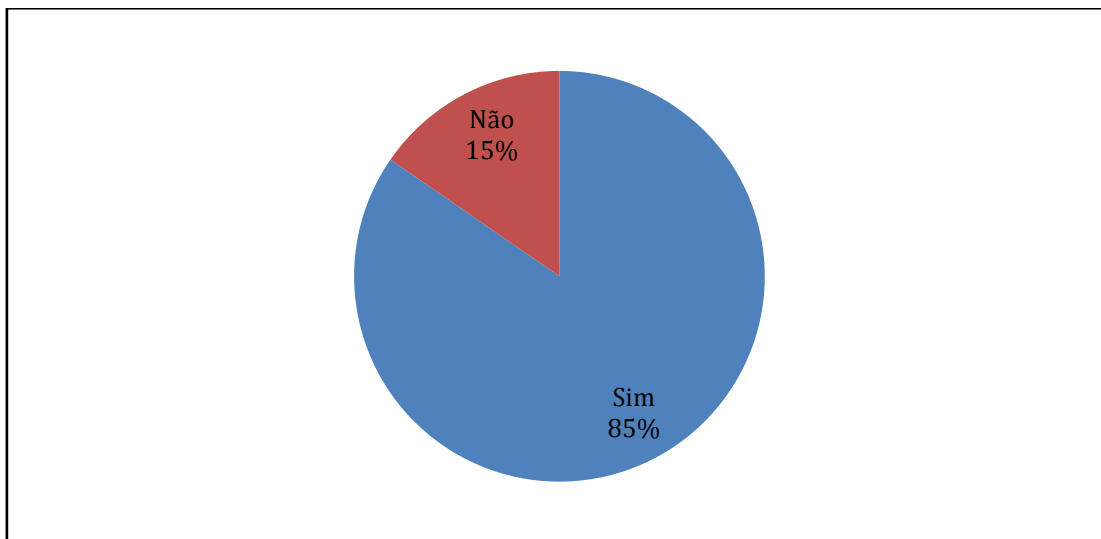
Fonte : questionários respondidos por alunos do Sistema Flama de Ensino.

6- Você possui aparelho de telefonia móvel ?

Fonte : questionários respondidos por alunos do Sistema Flama de Ensino.

7- Se a resposta à pergunta anterior for positiva, responda:

7.1 No seu aparelho há acesso à internet ?



Fonte : questionários respondidos por alunos do Sistema Flama de Ensino.

QUESTIONÁRIO RESPONDIDO PELOS PROFESSORES PARTICIPANTES:

(Histórico profissional dos professores participantes)

- 1- O que ou quem o influenciou a ser professor?
- 2- Qual ou quais aspecto(s) familiar (es) mais influenciou(aram) na sua formação acadêmica?
- 3- Como as condições econômicas de sua família contribuíram para a sua formação acadêmica?
- 4- Quando você começou a trabalhar, qual era o seu nível de escolaridade?
- 5- Alguns dos seus professores tiveram influência na sua forma de ensinar? Caso positivo: de que forma isso aconteceu?
- 6- Como você vê a valorização do professor em nosso país?
- 7- Há quanto tempo você leciona?
- 8- Qual a sua carga horária semanal?
- 9- Qual ou quais os níveis de escolaridade que você leciona?
- 10- Quantos alunos, aproximadamente, você tem?
- 11- Qual a sua idade?
- 12- O que mais o motiva na sua profissão? O que menos o motiva? Por quê?
- 13- Você exerce outra profissão, além do magistério? Caso afirmativo você poderia detalhar?

Atividade desenvolvida após interatividade via aplicativo.

1) O que é uma função matemática?

2) Considere as tabelas abaixo assinie a resposta correta.

0	2	4	6	8
0	20	40	60	80

() Representa uma função

() Não representa uma função

Justifique sua resposta

b)

-2	-1	0	1	2	3
-3	-1	1	3	5	7

() Representa uma função

() Não representa uma função

Justifique sua resposta

3) Observe na tabela a medida do lado (ℓ) um quadrado e seu respectivo perímetro.

Medida do lado (ℓ) do quadrado (cm)	1	2	3	4	5	6	...	10	...
Medida do perímetro p do quadrado (cm^2)	4	8	12	16	20	24	...	40	...

Responda

a) Qual medida (lado do quadrado / perímetro) é função de quê ? O lado l do quadrado é função do perímetro ou o perímetro é função da medida do lado e do quadrado?

.....

b) Qual é a variável dependente?

.....

c) Qual é a variável independente?

.....

.....
 d) Qual é a lei da função que associa – a medida do lado l do quadrado com seu respectivo perímetro (p)?

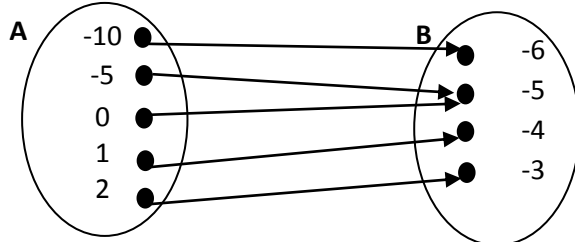
.....
 e) Qual a é o perímetro (p) de um quadrado cujo lado (l) mede 15cm?

.....
 f) Qual é a medida do lado de um quadrado cujo perímetro é 80cm^2 ?

4) Considere os dados registrados na tabela abaixo, escreva a lei da função que relaciona esses dados.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-19	-14	-9	-4	1	6	11	16	21

5) Considere a função $A \rightarrow B$ dado pelo o diagrama e responda .



- a) Qual é o domínio da função D (f)?
- b) Qual é o conjunto imagem da função , Im (f) ?
- c) Qual é o contradomínio da função CD(f)
- d) Qual o valor de Y, quando $x = - 5$?

Qual o valor de x, quando y

FUNCIONALIDADE

O aplicativo FUNCIONALIDADE é o produto da dissertação de Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica da Universidade do Grande Rio – UNIGRANRIO. Desenvolvido para auxiliar professores e alunos na construção do conceito de função matemática. Sendo um dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino Ciências na Educação Básica.

Orientador: Professor Dr. Herbert Gomes Martins

Co-Orientadora: Professora Dra. Eline das Flores Vicer

Mestrando: Hugo José Nascimento

