UNIVERSIDADE DO GRANDE RIO
Escola de Ciências, Educação, Letras, Artes e Humanidades
Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências
Curso de Mestrado Profissional

UM POUCO ALÉM DOS ALGORITMOS: UM ESTUDO SOBRE O CAMPO CONCEITUAL DE ESTRUTURA MULTIPLICATIVA

EVANDRO ALVES SILVA

Duque de Caxias
Fevereiro/2019

UM POUCO ALÉM DOS ALGORITMOS: UM ESTUDO SOBRE O CAMPO CONCEITUAL DE ESTRUTURA MULTIPLICATIVA

EVANDRO ALVES SILVA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Universidade do Grande Rio, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de mestre.

Área de Concentração: Matemática

Orientadora: *Dra. Eline das Flores Victer*

Duque de Caxias
Fevereiro/2019

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UNIGRANRIO – NÚCLEO DE COORDENAÇÃO DE BIBLIOTECAS

S586p Silva, Evandro Alves.
Um pouco além dos algoritmos: um estudo sobre o campo conceitual de estrutura multiplicativa / Evandro Alves Silva. – 2019.
123 f. ; 30 cm.

Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”, Escola de Educação, Ciências, Letras, Artes e Humanidades, 2019.

“Orientadora: Prof.ª Dr.ª Eline das Flores Victer”.

Referências: f. 110-111.

1. Educação. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Multiplicação. 4. Ensino fundamental. I. Victer, Eline das Flores. II. Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”. III. Título.

CDD – 370

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

EVANDRO ALVES SILVA

UM POUCO ALÉM DOS ALGORITMOS: UM ESTUDO SOBRE OS CAMPOS CONCEITUAIS DE ESTRUTURA MULTIPLICATIVA

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino das Ciências.

Aprovada em 04 de setembro de 2019 pela seguinte Banca Examinadora:

Eline Victer

Profª. Dr ª. Eline Das Flores Victer
Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO – Presidente

Jurema Rosa Lopes Soares

Profª. Drª. Jurema Rosa Lopes
Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO

Profª. Drª. Giselle Faur de Castro Catarino
Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO

Gabriela S Barbosa

Profª. Drª. Gabriela dos Santos Barbosa
Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)

Dedico este trabalho, a minha esposa Gerusa, aos meus filhos Eduardo e Gabriela, que sempre foram fonte de inspiração.

Porque não há uma resposta que caiba em todas as perguntas, nem uma pergunta em que caiba todas as respostas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos amigos Paulo e Ricardo, que em muitas situações me fizeram rir de tudo e continuar. Agradeço a minha orientadora Eline Flores das Flores Victer, por me apoiar, por me orientar e, acima de tudo, se mostrar disponível nos momentos em que precisei, até mesmos fora da universidade.

Evandro Alves Silva. **Título UM POUCO ALÉM DOS ALGORITMOS: UM ESTUDO SOBRE O CAMPO CONCEITUAL DE ESTRUTURA MULTIPLICATIVA. 2019.** Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências – Universidade do Grande Rio, UNIGRANRIO, Duque de Caxias. Rio de Janeiro. 2019.

RESUMO

Sobre ensinar e mais especificamente ensinar Matemática muito tem se discutido. Seguindo a linha de compreender as dificuldades do ensinar Matemática, apresentamos este trabalho. O intuito aqui está em buscamos identificar as possíveis dificuldades apresentadas por professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. O foco da nossa investigação foi as situações propostas pelos professores. Por isso o nosso objetivo é: conhecer quais os tipos de situações problema utilizadas pelos professores do ensino fundamental que desenvolva nos seus alunos o raciocínio multiplicativo. A partir dos resultados da pesquisa, propusemos um produto educacional voltado a auxiliar os professores deste segmento em suas aulas de Matemática, focando nas operações de divisão e multiplicação. Este produto será um livro com roteiros de aula onde abordaremos os temas multiplicação e divisão, campos conceituais multiplicativos, além de apresentar uma série de situações-protótipo envolvendo estas operações à luz da teoria dos Campos Conceituais. O público alvo deste produto serão os professores do primeiro segmento do ensino fundamental. A metodologia utilizada para este trabalho é a pesquisa-ação, onde por sua característica há um envolvimento entre o pesquisador e os participantes da pesquisa, além de ser uma das premissas da pesquisa-ação a mudança da situação investigada. A validação do produto se deu a partir da realização de atividades com algumas turmas dos professores pesquisados. E o depoimento posterior dos professores com relação as mudanças em suas práticas. A pesquisa apontou que as professoras, apesar de declararem não ter dificuldade com a matemática, demostram não ter pleno domínio de muitos conceitos matemáticos e propriedades envolvidas nas operações de multiplicação/divisão. Este trabalho nos levou a concluir que os professores se empenharem em fazer o melhor no que diz respeito a suas práticas. Porém, o que tem sido motivo de entrave são as suas concepções sobre o que são os conceitos envolvidos nas situações matemáticas, por isto as propostas de situações que suscitem a reflexão matemática se limitam a não mais que dois tipos.

Palavras-chave: Estrutura Multiplicativa. Situação. Conceito. Esquema.

ABSTRACT

About teaching and more specifically teaching mathematics much has been discussed. Following the line of understanding the difficulties of teaching mathematics, we present this work. The aim here is to identify the possible difficulties presented by teachers who teach mathematics in the early years of elementary school. The focus of our investigation was the situations proposed by the teachers. Therefore our goal is: to know the types of problem situations used by elementary school teachers who develop in their students the multiplicative reasoning. From the results of the research, we proposed an educational product aimed at assisting the professors of this segment in their mathematics classes, focusing on the operations of division and multiplication. This product will be a book with class scripts where we discuss the themes multiplication and division, multiplicative conceptual fields, in addition to presenting a series of situations-prototype involving these operations in the light of the theory of conceptual fields. The target audience of this product will be the teachers of the first segment of elementary school. The methodology used for this work is the action-research, where by its characteristic there is an involvement between the researcher and the research participants, besides being one of the assumptions of the action-research to change the investigated situation. The validation of the product was performed through activities with some classes of the professors surveyed. And the subsequent testimony of the teachers regarding the changes in their practices. The research pointed out that the teachers, although they declare not having difficulty with mathematics, demonstrate not having full mastery of many mathematical concepts and properties involved in the multiplication/division operations. This work has led us to conclude that teachers strive to do their best in terms of their practices. However, what has been the reason for obstacles are their conceptions about what are the concepts involved in mathematical situations, so the proposals of situations that raise the mathematical reflection are limited to no more than two types.

Keywords: Multiplicative Structure. Situation. Concept. Scheme.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
SME	Secretaria Municipal de Educação
S.N.D.	Sistema de Numeração Decimal
TCC	Teoria dos Campos Conceituais

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS E TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Nosso trabalho caracteriza-se como investigativo, pois busca identificar e conhecer os possíveis entraves, caso haja, encontrados pelos professores do ensino fundamental do CIEP Municipalizado 338 Célia Rabelo ao desenvolver em suas aulas situações problema que suscitem a reflexão multiplicativa e assim sejam ensinados os conceitos e propriedades da multiplicação/divisão.

Esta investigação se embasa nas tendências construtivistas apresentadas nas Estruturas dos Campos Conceituais Multiplicativos, desenvolvidos por Vergnaud (2014, 2009,1996), onde o autor mostra a importância de se buscar nas situações a reflexão para o desenvolvimento dos conceitos, entre eles os multiplicativos.

Diante disto, propusemos junto a um grupo de professores do ensino fundamental da escola citada, uma discussão sobre as situações desenvolvidas por eles para ensinar multiplicação/divisão. O discutir esta situação, ancora-se em MALDANER (2012, p. 26) quando diz: “O conhecimento, a reflexão e o diálogo estão entre os principais recursos dos quais professores, desejosos pela melhoria de vida do cidadão brasileiro, lançam mão”.

O quão importante é a matemática na vida de uma pessoa? Quando fazemos esta pergunta, não queremos de forma alguma hierarquizar qualquer conhecimento, mas apenas levantar a questão sobre um conhecimento que, apesar de estar presente na vida de todas as pessoas, pode ter importâncias diferentemente distintas, levando-se em conta a quem perguntamos.

Se perguntarmos a um adulto, poderemos obter respostas do tipo: “fazer um cálculo de despesas de sua casa”, “valor de um financiamento e o quanto isto pode impactar nas contas mensais” entre tantas outras. Se perguntarmos a uma criança, as respostas podem ser também bastante distintas, pois, “A matemática é uma matéria escolar, porém no que tange as crianças ela é também uma parte importante das suas vidas cotidianas.” (NUNES; BRYANT, 1997, p. 17). Coisas como saber quanto custa um brinquedo ou quantos pontos tem de se fazer para ganhar um jogo ou mesmo quanto tempo falta para o seu aniversário são fatos matemáticos, bastantes relevantes na vida dela.

Muitas respostas para uma mesma pergunta, mas o que está envolvido em cada resposta depende da utilização que cada pessoa faz da matemática, ou todas as experiências vividas por ele com relação a esta ciência. Mas, não pretendemos aqui compreender todas as relações que uma pessoa teve, tem ou terá com a matemática, mas sim observarmos dois grupos específicos. A criança que aprende, o professor que ensina e suas relações com a matemática em ambiente escolar.

Acreditamos que a criança que começa a sua jornada em uma escolar traz consigo uma gama de experiências envolvendo a matemática e que estas experiências permitem a ela envolver-se com o mundo dos números. Não podemos deixar de salientar que estes conhecimentos adquiridos anteriormente a sua vida escolar são rudimentos, e que estas crianças que ingressam na escola, estarão na expectativa de se tornarem numeralizados.

Nos dias de hoje, realizar operações matemáticas do tipo multiplicação/divisão é muito simples, haja vista a grande quantidade de maquininhas que podem realizar esta tarefa com extrema rapidez. Porém saber matemática ou ser "numeralizado" vai muito além, segundo NUNES; BRYANT (1997, P. 31). "[...] ser numeralizado, significa pensar matematicamente sobre situações. [...] precisamos conhecer os sistemas matemáticos de representação que utilizamos". Logo traz para a matemática a importância de sua formalização saindo assim da questão apenas empírica.

Quando apontamos o aluno em nossa investigação, é pelo fato de ser ele o ator o motivo central do ensinar, porém o nosso trabalho focará o professor que ensina, professor este polivalente, que, por lecionar nas séries iniciais, tem por uma das suas atribuições introduzir este aluno no mundo dos números, de uma forma sistematizada, ou torná-lo como já falamos "numeralizado". O que pode ser aos olhos de um leigo uma tarefa pouco desafiadora mostra-se um árduo empreendimento, visto que segundo D'AMBROSIO (2014, p. 16), "[...] todo conhecimento é resultado de um longo processo cumulativo de geração, de organização intelectual, de organização social e de difusão, elementos naturais não contraditórios entre si e que influenciam uns aos outros".

Sem dúvida, os desafios enfrentados por este professor vão muito além de uma simples transmissão de conteúdos, entendemos que é compreendem uma série de ações pedagógicas na trajetória de introduzir essas crianças oriundas de todos os tipos de ambientes sociais, culturais e familiares, com uma gama de vivências a uma formalização de conhecimentos, dentre eles o conhecimento matemático, que se apresenta como um dos grandes desafios para a educação, principalmente nas séries iniciais, pois é a partir dela onde se constroem todo tecido para o desenvolvimento de um conhecimento matemático utilizado ao longo de toda a sua vida escolar.

Segundo os dados apresentados pelo site Q-Educ (2015), o Município de Duque de Caxias apresenta a seguinte proficiência em Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental: Dos 7.475 alunos que realizaram a Prova Brasil, 4% (332) dos alunos foram avaliados como avançado, 24% (2.061) dos alunos se colocaram como proficientes, 50% (4.324) dos alunos ficaram no nível básico e 22% (1.927) dos alunos estão no nível insuficiente. De acordo com estes dados, 28% dos alunos tiveram uma aprendizagem adequada. Quando observados os números para o 9º ano, apenas 6% dos alunos aprenderam adequadamente.

Analisando sobre a ótica pura dos números, em um grupo de 100 alunos, apenas 28 apresentam aprendizagem adequada, isto mostra que, em média para cada três turmas de 5º ano do ensino fundamental, apenas uma tem aprendizagem adequada. E podemos perceber que, nesta escala, há um afunilamento e isto reflete os 6% que tiveram proficiência adequada no 9º ano, o que por si só já justifica realizar um estudo nos primeiros anos. Pautados nestes indicadores é que salientamos a importância de nosso trabalho.

Podemos observar nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) a seguinte questão: “A Matemática deve estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente” (BRASIL, 2001, p. 19). Logo, objetivar o ensino desta Matemática tornando-a cada vez mais acessível deve ser uma das prioridades de quem ensina.

Como vimos pelos dados apresentados, o que deveria acontecer, aparentemente não ocorre, os alunos têm saído do 5º ano com uma grande defasagem de conhecimento matemático, isto por uma série de motivos. Um destes, acreditamos, pode ser as dificuldades encontradas pelos professores em desenvolver aulas que favoreçam os conhecimentos necessários a esta fase de ensino.

Desenvolver em sala de aula os modelos tradicionais onde decorar regras seja uma prática recorrente, onde o professor é o detentor do saber e o aluno o receptáculo onde se deposita o conhecimento, muitas vezes continua sendo uma prática comum. Não queremos aqui criticar ou desqualificar o tradicional, mas em se tratando de educação, o tradicional é algo que não se deve modificar o que ao nosso entendimento não deveria ser assim, pois em educação há sempre algo novo que favoreça a melhor aprendizagem.

Muitos autores, entre eles MALDANER (2012, p. 29) apontam que: “Os altos índices de fracasso mostram que a metodologia baseada na memorização de regras e definições empregadas ainda hoje [...] não suscita o interesse e nem a aprendizagem desses conteúdos”. Logo, veem isto como um dos motivos para o fracasso:

Em outro momento, (BRASIL, 2001), apontam para uma maior atenção ao ensinar matemática, pois os resultados mostram a necessidade de uma mudança no sentido de uma melhora da aprendizagem, principalmente no que diz respeito a uma valorização do refletir do aluno. Podemos observar isto em (BRASIL, 2001, p. 37) quando diz: “Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado”.

Como falado anteriormente, focaremos nossas considerações nas operações de multiplicação/divisão. Um dos motivos para isto, é a tentativa da desmistificação da ideia de que multiplicar é apenas uma soma de parcelas iguais. Pois segundo NUNES e BRYANT (1997, p. 142-143), “A criança deve aprender e entender um conjunto inteiramente novo de situações e um conjunto de invariantes, todas as quais estão à multiplicação e a divisão, mas não a adição e a subtração”. Logo, se de fato fosse simplesmente assim, por que as dificuldades apresentas pelos alunos?

Como falaremos sobre os conceitos da multiplicação, queremos esclarecer que de acordo com a teoria onde ancoramos o nosso trabalho, não se pode dizer que há as operações de multiplicação e divisão e sim multiplicação/divisão, por isto a justificativa de um Campo Conceitual Multiplicativo.

A matemática ensinada nas séries iniciais, mais especificamente as operações de multiplicação/divisão é a base para muitos outros conhecimentos que deverão ser aprendidos por estes alunos. Podemos dizer que se tornaria extremamente difícil para um aluno que não domina estas operações compreender função seja ela de qualquer tipo, análise combinatória ou outros conhecimentos como área das figuras planas e volume dos sólidos geométricos. Haveria também muita dificuldade para intender física e as relações de proporcionalidade existentes nas suas relações.

Como podemos observar, expandir todo um conjunto de relações e conceitos existentes nas operações multiplicativa sobre um pilar tão frágil, que seria a soma de parcelas iguais, pode levar a um simplismo nocivo para o aluno, pois, de acordo com LORENZATO (2010, p. 39).

> O simples, o evidente e o acerto têm sido interpretados, por muitas pessoas, como facilitadores ou indicadores de aprendizagem. No entanto, eles não devem ser subestimados pelo professor, uma vez que podem, também, se tornar complicadores para significativa aprendizagem. Isto porque o certo dos alunos nem sempre é resultado de compreensão, e porque o simples e o evidente podem ser considerados pelo professor como merecedores de pouca ou nenhuma explicação aos alunos.

Por este motivo, reforçamos o nosso interesse nestas operações, por acreditarmos que dentre as quatro operações básicas, são as operações de multiplicação/divisão uma das formadoras do grande tecido norteador que contempla os inúmeros tópicos da Matemática compreendidos desde o ensino fundamental até os níveis superiores.

Como apontado, o ensinar multiplicação/divisão está longe de ser uma tarefa fácil, principalmente no que se refere ao ensino fundamental, onde os alunos que ingressam nas escolas têm uma matemática intuitiva e empírica, “toda criança chega a escola com um saber não só matemático, um saber vivenciado e diferente do saber elaborado ensinado na escola” (LORENZATO, 2010, p. 24).

O que até então tem lhes servido bastante bem nos seus problemas e situações cotidianas, porém, acabar em determinado momento não sendo o suficiente. E é a partir deste ponto onde a matemática intuitiva da criança não é mais o bastante, que entendemos que ação da escola deve se fazer mais efetiva. Por isto o nosso interesse em conhecer: **quais os tipos de situações problema utilizadas pelos professores do ensino fundamental, que desenvolvam nos seus alunos o raciocínio multiplicativo?**

Além de buscarmos resposta para a nossa pergunta, temos também como objetivo deste trabalho: **identificar se as situações desenvolvidas pelos professores, se encaixam dentro das situações protótipos sugeridas por Vergnaud**; **observar como os professores do ensino fundamental avaliam a aprendizagem dos seus alunos**; **identificar, se a avaliação de aprendizagem feita pelos professores estão relacionadas com os esquemas de ações desenvolvidos por eles nas resoluções dos problemas**; **verificar se os professores utilizam as propriedades de divisão e/ou multiplicação mesmo que intuitivamente e com isto fomentem novas formas de resolução de situações**

problemas com seus alunos e **desenvolver um produto educacional voltado, para auxiliar os professores do ensino fundamental no processo de ensino e aprendizagem da multiplicação/divisão pautado nas teorias dos campos conceituais de Vergnaud e suas situações problemas.**

Compreender como a matemática se tornou uma área da ciência com tão grande dificuldade em ser aprendida/ensinar, pode ser algo bastante difícil de ser explicado. O que podemos apontar como hipótese é que ela vem se tornando a matéria escolar do fracasso; o alto índice de reprovação por conta da matemática vem sendo motivo de muitos trabalhos, dentre ele, o nosso.

A matemática, como objeto de ensino, pode ser dividida em três tipos de conhecimento: conhecimento empírico, o conhecimento social e o conhecimento lógico-matemático (KAMII, 2002). De acordo com Piaget as diferenças estão na seguinte questão; no conhecimento empírico, a criança foca apenas em uma propriedade do objeto, podendo ser a cor, tamanho ou formato, ou seja, o observável. No conhecimento social, não há qualquer lógica observável, como o fato de por exemplo “lobo” ser diferente de “cachorro” embora sejam aos olhos de uma criança animais iguais. Resumidamente, não uma razão palpável ou critérios, ele é externo ao objeto. Com relação ao lógico-matemático, ele consiste em relações de coordenações, por exemplo a ideia de maior, menor ou igual que são relações internas.

O ponto em questão é, de acordo com a forma com que vemos a matemática, como relação a objeto de ensino, pode ser que isto sirva como objeto de entrave em relação à sua aprendizagem. Quando acreditamos em uma existência hermética da matemática, cremos em uma matemática inquestionável, que deve ser apenas transmitida. Ao longo da história da educação matemática no Brasil, muitas tendências tentaram tratar a matemática e seu ensino de uma forma diferente, todas elas com a intenção de se melhorar o desempenho do aluno, consequentemente diminuir os altos índices de fracasso escolar. (FIORENTINI, 2014)

Com isto, muitas técnicas de ensino foram difundidas na intenção de se melhorar o ensino de matemática, porém, entendemos que não se trata de uma questão de técnica e procedimento, mas sim de aprendizagem. Desta forma, o problema não está no procedimento, e sim na transformação desta aprendizagem em ferramenta de pensamento. (NUNES; BRYANT, 1997).

Um dos motivos para levantarmos esta questão está no fato de se buscar com relação ao que se ensina em matemática, que ela seja uma ferramenta par ser utilizada pelos alunos para resolução de problemas do seu dia-a-dia. Se assim não for, estamos apenas dando aos alunos uma caixa cheia de ferramentas. Ferramenta esta que ele não sabe sequer para que servem.

Muitos professores das séries iniciais ensinam a matemática a seus alunos como algo inquestionável. Se esquecem, ou na verdade talvez não tenham pleno conhecimento, dos conceitos envolvidos na matemática e o quanto há de reflexão em tudo o que ensinam; logo, dentro deste pensamento, não permitem aos seus alunos qualquer questionamento, pois muitos conteúdos são ensinados "transmitidos" ao aluno no "é assim e pronto".

A matemática e mais especificamente a multiplicação/divisão, dentre os vários conteúdos escolares, deve ser ensinada para a vida do aluno, para mediar a sua relação com o mundo em que vive. Um conhecimento sem relação direta do aluno com este mundo, sem conceitos e significado, não o auxilia nesta leitura e pode vir a se tornar demasiadamente vazio aos olhos dele.

Diante disto, acreditamos que o professor não deve ensinar estes conteúdos (multiplicação e divisão) como ensina conhecimentos sociais, arbitrários ou externo ao indivíduo, ao invés disso deve ensiná-lo como conhecimento lógico, fomentando assim as várias relações criadas entre o aluno e o objeto, levando o aluno à reflexão e à compreensão dos vários conceitos envolvidos nestas operações.

Com relação a forma com que o professor ensina, acreditamos que o professor das séries iniciais em suas práticas ensina matemática da mesma forma como que foi ensinado e acabam por reproduzir uma perpetuação das dificuldades encontradas por eles quando alunos.

Outra questão; haveria o fato de os professores do ensino fundamental, por terem em muitos momentos de sua vida escolar se frustrado com esta matéria? Com isto não mostrarem grande interesse pela matemática, somente à utilizando de forma básica? E, portanto, não se interessem por novas discussões e hipóteses sobre como ensinar matemática?

O que notamos é que, as teorias, dentre elas a *Teoria dos Campos Conceituais*, embora debatida nos meios acadêmicos, não tenha chegado às salas de aula, fazendo com que muitas questões sejam debatidas em nível de pesquisa, porém, não sendo aplicadas ou discutidas em sala de aula, colocando algo que em muito pode auxiliar o professor em sua prática como uma teoria e não uma prática docente comum.

Nosso trabalho não apresenta uma nova teoria com relação ao ensino de matemática, mas se apoia em autores que vêm em suas falas corroborar com este trabalho, tornando-o relevante. E que colocam a questão das situações-problema, que em muito podem auxiliar o ensino de matemática, em um outro patamar, levando a ideia de uma ótica construtivista a aprendizagem da matemática. Pois de acordo com GLOBERT (2009, p. 9).

> Sob o ângulo construtivista, a aprendizagem da matemática, inclusive dos cálculos, deve ser oportunizada através de resolução de problemas. Isto significa que as atividades, necessariamente, enfatizem o que é tradicionalmente considerado como um problema, ou seja, problemas verbais estereotipados, tais como são apresentados nos livros-textos. De fato, a noção geral de que os problemas devem ser apresentados pré-prontos ou prontos para serem resolvidos pela criança é altamente questionável. Ao contrário, o ensino através da resolução de problemas indica que os problemas surgem para os alunos, à medida que surgem situações conflitantes ou desafiadoras, nos projetos em andamento. E os estudantes são os melhores juízes do que eles consideram aceitáveis.

Podemos observar pela fala da autora, a questão da preocupação com uma matemática pautada apenas em sua operacionalidade ou em ações computacionais. Como podemos conceber uma matemática voltada para as ações decoradas sem uma lógica ou um sentido, considerando o aluno como um alguém incapaz de refletir ou tecer considerações? O que reforça, de acordo com a nossa concepção, a importância das situações como meio de ensinar matemática. Ainda como fala KAMII (2001, p. 55).

> [...] defendemos a reinvenção da aritmética pelas crianças porque, primeiro, o conhecimento lógico-matemático é o tipo de conhecimento que cada um pode e deve construir por meio de seu próprio raciocínio, e, segundo as crianças têm que passar por um processo construtivo semelhante ao de nossos ancestrais, a fim de compreender os algoritmos usados atualmente. A terceira razão pela qual acreditamos que as crianças devem inventar procedimentos próprios é que o ensino dos algoritmos nas 1ª séries do primeiro grau é prejudicial [...]

De fato, o inventar ou reinventar da matemática, perpassa por promover uma reflexão através de situações. Situações que permitam ao aluno confrontar-se com sua lógica de raciocínio, validar as suas considerações e com isto, perceber uma matemática que não está mais apenas voltada para as ações de fazer contas, mas resolver problemas cotidianos.

Acreditamos, que muitas vezes o professor está tão focado em cumprir um currículo ou dar conta de uma programação que lhe é exigida, que parece não sobrar tempo para perceber a importância de propor aos seus alunos momentos onde eles possam desenvolver, através de suas vivencias, ações de resolução de problemas. Tal fato poderia em muito favorecer ao professor com relação aos diagnósticos feitos em relação a aprendizagem deste aluno.

Mas como reinventar algo como a matemática? Acreditamos, que só pode ser reinventado algo que seja bem conhecido. Se algo não é de fato dominado com relação ao conhecimento sobre ele, não cabe uma reinvenção e sim apenas uma reprodução deste conhecimento. A importância de conhecer bem a matemática e as suas propriedades e conceitos permite ao professor reinventar não só a própria matemática com relação aos procedimentos computacionais, mas também e em muito a sua prática pedagógica. Sem esta base, o que temos é um dar aula, o que segundo LORENZATO (2010, p. 3).

> Dar aula é diferente de ensinar. Ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento. Vale salientar a concepção de que há ensino somente quando, em decorrência dele, houver aprendizagem. Note que é possível dar aula sem conhecer, entretanto, não é possível ensinar sem conhecer.

Então, o que podemos observar é que, segundo Lorenzato (2010), o não conhecer todos os conceitos e propriedades da matemática não impede um professor dar aula, mas pode sim fazer com que este professor não perceba as várias nuances que envolvem o aprender do aluno. Não se trata de modo algum defender que o professore das séries iniciais seja especialista, mas que seja alguém que compreenda a importância de se conhecer bem os vários conceitos que envolvem a matemática básica, neste caso as quatro operações. Segundo MALDANER (2012, p. 30), quando não isto acontece, o que se tem é:

> [...] passa-se a aceitar estratégias de ensino pouco significativa, notadamente aquelas que se adaptam melhor aos moldes tradicionais de educação. Dessa forma, em vez de desafiar o aluno, exige-se dele, na maior parte do tempo, atitudes repetidas mecanicamente. [...] Como poderiam eles acreditar numa educação que diz prepará-los para vida – que hoje é extremamente desafiadora – com treinamentos em sua maioria mecânicos e desprovidos de desafios?

Diante de tudo o que mostramos em nossa introdução, buscamos construir com o este trabalho, momentos de reflexão sobre o ensino da divisão/multiplicação. Para isto, apresentaremos os tópicos do nosso trabalho. Na introdução, apresentamos um breve apanhado do tema, no caso, Os Campos Conceituais Multiplicativos e as situações que suscitem as reflexões multiplicativas e os motivos de realizá-lo, o que no caso foi o baixo rendimento em matemática dos alunos das séries iniciais do CIEP Municipalizado 338 Célia Rabelo.

Apresentamos a pergunta de partida e os objetivos gerais e específicos, além, de apresentar as hipóteses sobre os motivos dos problemas.

Ainda apresentamos na introdução falas de alguns autores que corroboram com a nossa ideia sobre a questão relacionadas com o ensino de matemática nas séries iniciais e que, ao longo do trabalho nortearam nossas falas, além de esclarecer a questão, nos ajudar a apresentar propostas, como também ajudar na construção de um produto educacional.

Na parte do referencial teórico, apresentaremos a *Teoria dos Campos Conceituais*, mais especificamente o de *Estrutura Multiplicativa*, teoria defendida por Vergnaud (2014, 1996 a, 1996 b) além de Nunes e Bryant (1997). Definiremos os pontos sobre conceito, conceito multiplicativos, abordaremos também a questão dos esquemas norteadores de reflexão.

Mostraremos ainda situações que desencadeiam os pensamentos multiplicativos e as formas nas quais podemos abordá-las. Com isto, apresentaremos as várias situações protótipos que podem ser criadas junto com alunos. Apresentaremos também de acordo com Kamii (2001, 2002), o quanto é importante permitir à criança criar as suas próprias formas de resolver uma situação-problema, desencadeando assim, todas as várias e possíveis formas de reflexão.

Com relação à metodologia, discutiremos os motivos de nossa escolha pela pesquisa-ação, que tem como uma das suas principais particularidades a relação direta da pesquisa e da ação junto ao grupo pesquisado e de que forma a pesquisa foi norteada por esta metodologia.

Apontaremos ainda as várias etapas de nosso trabalho, definidas por Thiollent (2011) e Dionne (2007), levantamentos de dados junto aos professores da escola eleita com questionários de pesquisa, o referencial bibliográfico, os encontros e entrevistas. Apresentaremos, ainda, alguns dados que nos ajudaram quantificar a situação, e com isto, apresentar resultados que buscamos para justificar todo o trabalho.

Outro tópico deste trabalho é a realização de um produto educacional, que pautado na *Teoria dos Campos Conceituais* vem com propostas de desenvolvimento de atividades que serviram para a introdução dos vários conceitos envolvidos nas operações de multiplicação/divisão. O produto educacional tem também por objetivo propor aos professores uma nova abordagem em suas aulas de matemática em tópico como divisão euclidiana.

O produto educacional, ainda busca apresentar as definições de conceito, esquema e situações-protótipos. Cada ponto buscará mostrar aos professores o quanto as estratégias desenvolvidas pelos alunos podem auxiliá-lo em sua aprendizagem e o quanto isto pode auxiliar o próprio professor no diagnóstico do desenvolvimento do aluno e possíveis intervenções.

Outro ponto apresentado serão as discussões realizadas junto aos professores da Escola Municipalizada CIEP 338 Célia Rabelo. A relevância desta discussão tem a ver com as possíveis hipóteses apresentadas pelos professores sobre as dificuldades apresentadas por eles para esta situação, que é o baixo rendimento dos alunos.

Ainda neste ponto, buscaremos mostrar todas as considerações dos professores com relação aos Campos Conceituais de Estrutura multiplicativa e, com isto, compreender as dificuldades encontradas pelos professores em desenvolver aulas pautadas nesta teoria.

Como último ponto deste trabalho, apresentaremos as nossas considerações sobre tudo o que foi discutido, além de também respondermos a nossa pergunta de partida, no caso é: quais os tipos de situações problema utilizadas pelos professores do ensino fundamental que desenvolva nos seus alunos o raciocínio multiplicativo?

Dentro deste ponto, também mostraremos se os objetivos propostos foram atingidos: mostraremos em detalhes todos os pontos que, de fato, foram alvo de nossa pesquisa e assim justificar a relevância do nosso trabalho.

2 ABORDAGENS SOBRE A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E SEUS DESDOBRAMENTOS NOS ANOS INICIAIS

Nesta seção apresentaremos três artigos que mostram, o que é e quais são as principais abordagens que podemos observar com relação aos Campos Conceituais Multiplicativos. Procuraremos mostrar sobre o ponto de vista destes autores o que vem a ser situações, invariantes operatórias e esquemas.

Não se sabe precisar em que momento uma criança aprende matemática, ou qualquer tipo de conhecimento, mas acreditamos que este aprender surge no ponto em que ele necessite de algum tipo de ferramenta que possibilite a sua relação com o mundo, algo que surgiu desde os primórdios da humanidade. Logo, se formos olhar em que momento ela sente esta necessidade, podemos deduzir que surge ao mesmo tempo em que apareça uma situação que a obrigue refletir matematicamente. O que podemos verificar nas palavras de VERGNAUD (1986, p. 76) quando diz:

> Em primeiro lugar nos seus aspectos práticos, bem como nos seus aspectos teóricos, o saber forma-se a partir de problemas a resolver, quer dizer, de situações a dominar. Constata-se isto na história das ciências e das técnicas, e também no desenvolvimento dos instrumentos cognitivos da criança, nomeadamente no domínio do espaço e na compreensão e categorização dos objetos usuais.

Nosso trabalho busca tratar justamente deste ponto, das situações que levam à criança tecer considerações sobre as situações, criando assim ferramentas matemáticas que permitam agir sobre ela, mais especificamente as situações que suscitem as reflexões multiplicativas.

Para identificar as pesquisas e trabalhos que envolvem situações relacionadas à multiplicação/divisão nas séries iniciais, optou-se por realizar uma revisão sistemática, porém, não é esta a metodologia do trabalho. Segundo PAULA; ARAUJO E SILVA (2016, p. 31), revisão sistemática define-se como:

> É uma revisão que tem por objetivo prover uma completa e justa avaliação do estado da evidência relacionado a um tópico de interesse. A revisão sistemática pode ser vista como uma metodologia específica de pesquisa, que obedece a uma sequência de passos metodológicos estrita e bem definida, em acordo com um protocolo previamente desenvolvido. Tal protocolo deve conter uma formulação da questão central, o foco da pesquisa, as bases de conhecimento utilizadas e critérios de filtragem na seleção de trabalhos, entre outras definições.

Em nosso caso delimitamos a pesquisa ou como falado acima a nossa filtragem nas palavras de entrada “situação”, “campos conceituais” e “multiplicação e divisão”, não só no título mas em todo trabalho como forma de nos aproximarmos do ponto de interesse.

Em uma primeira busca, muitos trabalhos foram encontrados, porém, em uma nova filtragem, optamos por limitar nosso trabalho dentro e especificamente nos campos conceituais o que possibilitou um refinamento maior na busca por estes trabalhos.

Um primeiro artigo que selecionamos foi do próprio Vergnaud, intitulado, “A teoria dos campos conceituais”. Neste artigo o autor desenvolve os esclarecimentos sobre a sua teoria e de que forma ela se apresenta. Podemos observar neste artigo que ele não é de uma compreensão imediata devido à sua complexidade, porém, bastante interessante. Em um primeiro momento, Vergnaud apresenta o conceito de esquema e define que não foi Piaget que desenvolveu este conceito, mas foi ele Piaget o primeiro a apresentar exemplos.

> [...] não é apenas a invenção do desenvolvimento cognitivo infantil como um novo campo de pesquisa, mas também a demonstração de que gestos e atos perceptíveis são a base empírica para sua análise. Portanto, a organização sequencial de atividades para uma determinada situação é a referência primitiva para o conceito de esquema. (VERGNAUD, 2009, p. 84)

Como início de discussão com respeito aos campos conceituais, o autor aponta os esquemas como gestos atos perceptíveis que permitem uma relação entre a criança e o seu entorno. Beard (1972) mostra de uma forma clara esta relação, quando descreve na teoria de Piaget os gestos feitos por uma criança quando abre e fecha as mãos em uma tentativa de segurar o peito de sua mãe quando deseja mamar. Mostrando assim desde os primeiros meses seus esquemas para uma situação, neste caso se alimentar.

Como veremos à frente o esquema é uma das ideias cruciais dos campos conceituais, segundo o autor os esquemas são de importância tamanha, que não se deveria falar em interação sujeito/objeto, mas esquema/situação.

De acordo com Vergnaud, esta teoria está ligada diretamente ao conhecimento e o seu desenvolvimento, sendo assim ele apresenta então um exemplo de esquema relacionado ao conhecimento matemático, no caso a contagem.

> Quando as crianças são capazes de contar um pequeno conjunto de objetos, eles usam três repertórios diferentes de gestos: movimento de braços e dedos, movimentos oculares e palavras. A eficiência do esquema depende de correspondência um-para-muitos entre as três atividades e o conjunto de objetos no mundo físico. (VERGNAUD, 2009, p. 85).

O que podemos compreender neste exemplo, os esquemas apresentados são as ações físicas o gesto e as ações mentais a fala, que fazem com que haja uma relação sujeito/objeto ou de acordo com Vergnaud, esquema/situação. No caso desta situação específica, relacionar a situação que se apresenta, definir a cardinalidade de um conjunto, com os conceitos desenvolvidos por ela através de seus esquemas, neste caso os gestos de apontar, seguir com os olhos e falar o nome de caso numeral.

Ainda neste artigo Vergnaud apresenta o que se define por Campo Conceitual, onde ele esclarece que é ao mesmo tempo um jogo de situações e de conceitos amarrados juntos, (VERGNAUD, 2009, p. 86). Como esclarecimento, conceitos segundo Vergnaud (2009) são considerações feitas sobre determinada situação. Ele define conceito como: C = (S, I, R) um tripé de três conjuntos, onde S é o conjunto de situações, I as invariantes como propriedades e relações e R que seriam o conjunto de representação simbólicas, gráficos, algoritmos, diagramas e etc. Estes não são verdadeiras ou falsas e sim pertinentes ou não. Além disto ele traz em seu artigo o que, segundo ele, seria o significado de conceito e como ele se apresenta. Segundo ele:

> [...] quer dizer que o significado de um conceito não vem de uma só situação, mas de uma variedade de situações e que, reciprocamente, uma situação não pode ser analisada apenas com um conceito, mas sim com vários conceitos, formando sistemas. Como os esquemas e as situações são as raízes do desenvolvimento cognitivo, e porque os conceitos-em-ação são partes essenciais dos esquemas, o desenvolvimento de um campo conceitual exige a reunião das crianças e ser enfrentado com contrastantes situações. (VERGNAUD, 2009, p. 86)

Podemos perceber nas palavras do autor que as situações anteriores enfrentadas pelas crianças, permite que elas tenham um ponto de partida sobre novas situações, onde o esquema usado por ela tenha sido pertinente para a solução de determinada situação. Com isto, poder usar o mesmo esquema para verificar a sua eficácia ou não em novas situações, possibilitando uma nova interação com a situação criando assim, novos esquemas e conceitos.

O artigo apresenta ainda que os pesquisadores que investigam o desenvolvimento matemático não devem se satisfazer em se utilizar de situações de livros e comentários dos professores para avaliar a competência de alunos e seus esquemas, mas avaliar isto em situações novas onde eles são levados a adaptar os seus conhecimentos, Vergnaud (2009). Ainda dentro da questão esquema, o autor (2009, p. 88) aponta que "a função dos esquemas, na teoria atual, é tanto descrever formas ordinárias de fazer, para situação já dominada, e dar dicas sobre como abordar novas situações".

O autor mostra também com relação a operacionalidade do conhecimento, que além de apresentar as formas computacionais, que são essenciais para entender o pensamento, também mostra as dificuldades causadas às crianças, determinados tipos de termos usados em textos matemáticos, que não são familiares a eles e que os professores não possuem conhecimento suficiente para transpor esta barreira.

Dentre os trabalhos lidos apresentaremos também a de Etcheverria, Campos e Silva (20015). "Campos Conceituais Aditivos: um estudo com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental". Este artigo mostra as muitas contribuições dos conceitos envolvidos nas estruturas dos Campos Conceituais Aditivos, embora estivéssemos focados nas estruturas multiplicativas, este trabalho chamou a atenção por mostrar a questão das situações que estão envolvidas neste campo. Além das muitas referências a Vergnaud e que contemplam os dois campos o aditivo e o multiplicativo.

Outro ponto a se destacar neste trabalho, embora não seja o foco da pesquisa, é a chamada de atenção para o fato de apesar da existência de vários trabalhos que discutam as práticas ou novidade em relação a propostas de ensino, segundo; ETCHEVERRIE, CAMPOS, SILVA, (2015, p. 1183), acabam ficando distante das salas de aula. Isto fica aparente, quando apontam.

> A pouca ou nenhuma inexistência de discussão de pesquisa que refletem sobre as mudanças no ensino de Matemática (teoria e pratica pedagógicas que as embase) no processo de formação docente fazem com que as novas propostas de ensino não cheguem á sala de aula, o que ocasiona que muitos professores somente reproduzam o modelo de ensino que vivenciaram enquanto estudantes.

Este pensamento se alinha ao nosso com relação às práticas de sala de aula que valorizam somente as práticas de ensino, que não focam na reflexão matemática e sim no fazer matemático, o que mostra onde pode ser um dos possíveis problemas do ensino de matemática nos anos iniciais e que se perpetua nos seguintes.

Um outro trabalho que nos chamou a atenção foi o de Lozano; P. Friedmann e Sá Pinto (2010), com o título “Ensino de métodos e conceitos matemáticos: algumas reflexões”. Embora não se trate dos campos conceituais, este artigo também se alinha com as ideias defendidas em nosso trabalho, no momento que ele mostra um estudo onde se apresenta algumas pesquisas com professores chamados por eles de polivalentes e especialistas.

O trabalho aponta a excessiva valorização de técnicas e procedimentos no ensino da matemática em detrimento dos conceitos envolvidos. A esta valorização de técnicas os autores definem como imediatismo no ensino.

> O ensino torna-se mais imediatista e atinge o seu clímax quando os professores são estimulados a usar, em demasia, a vivência do aluno ou seu conhecimento cotidiano (o que, a nosso ver, é válido como meio, mas não como fim). Em outras palavras, o saber vivido passa a ser encarado como um dos pontos centrais do processo de ensino-aprendizagem da Matemática desde os primeiros anos da Educação Básica e é compartilhado com os alunos como caráter primordial deste aprendizado. (LOZANO; P. FREDMANN; SÁ PINTO, 2010, p. 82)

Diante disto podemos pensar que ensinar matemática estaria relacionado com resolver situações cotidianas, o que tornaria esta ciência em algo extremamente ou exclusivamente prático e desprovido de qualquer conceito. Acreditamos que desta forma os alunos que ingressam às salas de aula já o fazem, por isso nos alinharmos com os autores com relação à ideia de não ser um fim em si mesmo o cotidiano dos alunos, mas uma oportunidade de se propor situações matemáticas, tomando como base o cotidiano do aluno e expandir isto para além.

Em suas considerações, Lozano; Fredmann e Sá Pinto (2010, p. 87), apontam uma questão de grande importância com relação ao ensinar matemática, “a falta de conhecimento de conceitos empobrece a informação e a formação do aluno em geral”. De fato, a matemática como ciência é bastante abstrata e é isto que permite que ela seja explorada em várias áreas do conhecimento, não ficando presa a seu universo, mas dando base logico-formal a outras ciências, permitindo assim inferências e formulação de hipóteses pautadas em conceitos matemáticos.

Dois outros trabalhos que selecionamos abordaram especificamente sobre os Campos Conceituais Multiplicativos. Foram eles; “A estrutura multiplicativa sob a ótica da teoria dos campos conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem” de Magina; Merline e Santos (2010) e “A Concepção de professores de Ensino Fundamental sobre Estruturas Multiplicativa” de De Souza e Magina (2017). Em ambos os artigos a discussão se aprofunda na relação dos professores e esta teoria.

No primeiro artigo os autores, Magina, Merline e Santos, apresentam uma discussão das concepções dos professores sobre os Campos Conceituais Multiplicativos, onde são apresentados dados sobre como os professores elaboram questões que envolvam as operações de multiplicação/divisão. Segundo os autores esta teoria apresenta-se como cognitivista e permite um diagnóstico dos alunos com relação a aprendizagem.

Os autores apresentam a partir das teorias de Vergnaud (1990, 1991, 1994), uma outra leitura dos Campos Conceituais Multiplicativos no que diz respeito às classificações dos problemas do tipo multiplicativos e apresenta um esquema desta leitura sintetizando as ideias centrais, que neste caso seriam as relações quaternárias e ternárias e os seus eixos. Além disto o artigo apresenta 11 exemplos de situações que mostram cada Relação, Eixos, Classes e tipos de situações que podem ser desenvolvidas a partir deste esquema.

Neste trabalho, foram selecionados professores que atuavam em várias escolas do Sul da Bahia: os professores contemplavam os dois segmentos do ensino fundamental, ou seja, estavam entre o 1º e o 9º ano do ensino fundamental. A proposta foi de que cada professor elaborasse 8 questões que envolvessem as operações de divisão e multiplicação. O artigo mostrou que de um total de 466 questões elaboradas, um quarto delas foram consideradas inadequadas:

> as situações-problema inadequada foram as que: (a) sua resolução não exige uma operação de multiplicação ou divisão; (b) a questão não propõe um problema, ou seja, seu enunciado solicita efetuar operações sem relação de grandeza; (c) faltam informações no enunciado, o que pode sugerir várias soluções. (DE SOUZA; MAGINA, 2017, p. 804)

Tal fato mostra que os professores apresentam dificuldades em perceber que apesar de quererem propor situações, os cuidados com os enunciados e com aquilo que se quer conseguir com a situação devem ser também de extrema importância, ou como podemos dizer, alinhar os objetivos com as atividades, tornando assim o seu planejamento algo coerente.

Uma questão que nos chamou a atenção para este artigo foi a apresentada pelos autores com respeito a concepção que os professores têm sobre a multiplicação/divisão e os conceitos envolvidos nesta operação. Segundo os autores;

> Corroboram com as ideias de Gitirana et al (2014) quando considera que as situações-problemas agrupadas nas classes 1pM do eixo Proporção Simples (PS) são protótipos da multiplicação, pois sua resolução comumente se apoia numa relação ternária de tipo a x b = c; c ÷ a = b e c ÷ b = a. Este tipo de resolução nos permite nos fazer uso da soma de parcelas iguais repetidas. Tal estratégia reside numa filiação entre o campo aditivo e multiplicativo. (DE SOUZA; MAGINA, 2017, p. 809).

O que reforça a nossa hipótese com relação à ideia de que os professores tendem a reduzir a multiplicação a somas de parcelas iguais e com isto redundam em um simplismo para este tipo de conhecimento. Conceitualmente isto não está errado pois existe a relação ternária, mas mostra também que os professores necessitam ampliar o seu repertório sobre situações problema para que não haja um empobrecimento do conhecimento ensinado.

Diante disto e de acordo com Souza; Magina (2017, p. 809), “estes dados nos revelam que temos fortes indícios que a concepção deste grupo de professores, no que tange às estruturas multiplicativas, é que adição conduz a multiplicação”. Embora os autores não considerem um erro esta afirmação, isto não contempla plenamente todos os conceitos que envolvem a multiplicação, Souza e Magina (2017).

Em suas considerações os autores apresentam dados que contribuem significativamente com nosso trabalho, quando mostram que:

> Os resultados encontrados revelaram que, apesar do êxito na elaboração da maioria das situações-problema, tanto do ponto de vista conceitual, como do ponto de vista da adequação das situações dentro do Campo Conceitual Multiplicativo, na distribuição das situações-problema os professores não avançam em relação ao nível de dificuldade, considerando os tipos de problemas apresentados [...]. A partir dos estudos realizados no decorrer desta pesquisa e, principalmente, da análise dos resultados, restringindo sempre aos

> limites de nossa amostra, é razoável concluir que a concepção de professores generalista e especialistas está bem próxima em relação á elaboração de situações-problema envolvendo estrutura multiplicativa. (SOUZA; MAGINA, 2017, p. 10).

Com isto, a nossa concepção de que não se trata somente de professores que têm ou não formação em matemática e sim as enraizadas considerações que os professores dispõem sobre a matemática, o que apontamos com um simplismo prejudicial ao aluno.

No segundo artigo, que também apresenta as Estruturas Multiplicativas os autores apontam as estratégias de resolução dos alunos de situações protótipos que envolvem multiplicação e divisão. Embora o nosso foco seja os professores que ensinam matemática, nas palavras de Beard (1972), observar as crianças aprendendo permite a reflexão sobre como ensinar.

Logo no início do artigo, são apontados os resultados de uma avaliação feita pelo Sistema de Avaliação e Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), que aponta que 80% dos alunos avaliados não tiveram o resultado esperado, o que mostra que o problema é nacional e não somente no Município de Duque de Caxias, e mais especificamente do CIEP Célia Rabelo, foco de nosso estudo. Com relação a isto, nos alinhamos com Souza e Magina (2010, p. 2) quando dizem que “é importante não apenas constatar esse baixo desempenho, mas buscar entender como, em que, e porque alunos se saem tão mal nas avaliações de Matemática.”

> [...] o conhecimento emerge a partir da resolução de problemas. Isto é, a partir da ação do sujeito sobre a situação. Porém, entendemos que essa ação precisa de uma reflexão para que não se torne apenas uma competência adquirida, mas sim se encaminhe na direção da formação e desenvolvimento de conceitos. (SOUZA; MAGINA, 2010, p. 2-3).

Por este fato os autores apontam que para este desenvolvimento aconteça isto deve ser em forma de uma espiral, de ação, reflexão e planejamento. Os autores mostram também de uma forma bastante enfática o quanto é importante para o aluno e para o professor a questão de se reconhecer as várias propriedades e conceitos envolvidos nas quatro operações matemáticas, isto porque em muitos momentos podemos observar uma extrema valorização do ensino dos algoritmos em detrimento dos conceitos. É o que fala MAGINA, MERLINE E SANTOS (2010, p. 4):

> [...]para tornar o ensino de Matemática nas séries iniciais efetivo é preciso que o estudante identifique e se aproprie dos invariantes existentes no conceito de números a das quatro operações básicas. Para que isto ocorra, o professor, enquanto mediador entre o conhecimento matemático e o estudante, deve estar atento para o que, como, quando e porque, ensinar um dado conteúdo.

Os autores falam também neste trabalho, as práticas de se ensinar a multiplicação como somas de parcelas iguais, e fazem um importante comentário que também encontramos em Vergnaud (2014), quando afirmamos que multiplicar 3 x 4, é o mesmo que multiplicar 4 x 3. Matematicamente isto não está errado, porém, o cuidado está no fato de se mostrar isto dentro de uma situação lógica, porque se multiplicarmos 3 garrafas por 4 reais, e multiplicamos 4 reais por 3 garrafas, o resultado pode não parecer claro para o aluno, pois ele pode não entender se obteve garrafas ou reais. É que desta forma, não se considera a relação de proporcionalidade e nem a o fato de se perceber quais os conjuntos estão envolvidos nesta relação.

Em suas considerações, os autores trazem um dado importante, quando falam. “Se por um lado os problemas mais difíceis para os estudantes de todos os anos foram o que envolviam a relação terciária, por outro os estudantes obtiveram maior sucesso justamente naqueles problemas da relação quaternária.” (SOUZA; MAGINA, 2010, P. 10).

Neste caso, podemos considerar uma fala sobre a multiplicação, pois, embora os alunos saibam multiplicar, as dúvidas podem surgir com relação às respostas que eles obtiveram. Qual é o resultado esperado.

2.1 Conceito de Multiplicação

Segundo definição de FERREIRA, (2001, p. 475), “multiplicação: ato ou efeito de multiplicar. Operação elementar em que se calcula a soma de n parcelas iguais a um número m.” Porém, segundo Nunes e Bryant (1997), é a ação de usar um replicador, um número sem dimensão, um escalar. Este escalar suscita uma questão, que é o conceito de invariante conceitual que, NUNES et al (2009, p. 84-85), definem da seguinte forma:

> O raciocínio aditivo refere-se à situação que podem ser analisadas a partir de um axioma básico: o todo é igual à soma das partes. Essa afirmativa resume a essência do raciocínio aditivo. [...] por essa

> razão, diz-se que o invariante conceitual do raciocínio aditivo é a relação parte todo. Em contraste, o invariante conceitual do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis (ou duas grandezas ou quantidades). Qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si.

Antes de se falar sobre replicação e soma de valores, devemos determinar em que campo isto acontece e sobre quais circunstâncias a multiplicação é apoiada para ser operada. Como sabemos, quando falamos em operações matemáticas, estamos logicamente falando sobre números e, consequentemente, sobre um determinado local onde estes números habitam, no caso os conjuntos. Como estamos falando de matemática no ensino fundamental, nos posicionaremos dentro dos conjuntos dos números naturais.

> Os números naturais formam um dos conceitos mais antigos concebidos pelo ser humano. Entretanto, a sua evolução de uma noção intuitiva para um conceito mais elaborado foi muito lenta. Só no final do século 19, quando os fundamentos de toda a matemática foram questionados e intensificados, é que a noção de número passou a ser baseada em conceitos da teoria dos conjuntos, considerados mais primitivos. (HEFEZ, 2005, p. 1)

Os números naturais, sobre a sua representação, são mostrados da seguinte forma. N = {0,1, 2, 3, 4, ...}. Deste modo, podemos perceber claramente que a este conjunto pertencem todos os valores inteiros positivos. Embora este tipo de representação não seja usual nos anos iniciais, é uma característica bastante intuitiva.

O conjunto dos naturais possui as suas propriedades bem definidas; embora bem definidas, podem ser desconhecidas por parte de muitos professores dos anos iniciais, isto porque podem não entender a importância delas ou até mesmo não terem sido apresentadas a eles. Estas propriedades são as que nos permitem as operações de adição e multiplicação.

A adição e a multiplicação são comutativas, isto é:

Para todo a e b pertencentes aos naturais, a + b = b + a e a. b = b . a., ou seja, podemos alterar as posições dos números, mas o resultado deverá continuar o mesmo. Aqui fica como nota; “embora acreditemos que está claro que quando falamos de “a”, “b” e “c”, estamos falando de números inteiros positivos, porém, arbitrários”. (HEFEZ, 2005).

A adição e a multiplicação são associativas, ou seja, para todo os valores a, b, c pertencentes aos naturais, vale a propriedade, $(a + b) + c = a + (b + c)$ e $(a . b) . c = a. (b . c)$.

Uma outra propriedade que também é muito importante dentro dos naturais, mas que não vemos com muita frequência, é que existe um elemento neutro para as operações de adição e multiplicação. Ou seja, existe um número que quando somado a qualquer outro ou multiplicado por qualquer outro, não altera o valor deste número. (HEFEZ, 2005).

Outra propriedade que observamos nos naturais é a distributiva da multiplicação com relação a adição. Ou seja, para todos os valores a, b, e c pertencentes aos naturais, segue que $a . (b + c) = a . b + a . c$. (HEFEZ, 2005). É nesta propriedade que se apoia a nossa multiplicação usual ensinada nas escolas, embora não seja percebida por alunos e professores.

> Tal como acontece com a adição e a subtração, muitos dos métodos de cálculo desenvolvidos por alunos não são abordados nos livros didáticos nem no ensino. Muitos textos e professores ensinam multiplicação como se ela fosse uma memorização, sem problematizar fatos isolados, muitas vezes usando associação mecânica. (WALL, 2014, p. 84).

Por este motivo, do desconhecimento com relação às propriedades, que acreditamos que muitos professores ensinam a multiplicação de uma forma mecânica, por não perceber as regularidades e propriedades nas operações. Acreditamos que isto faz com que muitos alunos sintam tamanha dificuldade em aprender matemática: por não compreender o sentido logico operações.

De um modo geral, as operações de multiplicação e divisão são ensinadas em nossas escolas de uma única maneira: usando o algoritmo ternário de $a \times b = c$. Mas esta é, de fato, uma questão que poderíamos dizer *cultural*, pois há várias formas de se realizar uma multiplicação.

> No sentido de matemática, multiplicação é adição repetida, de forma que a noção provavelmente aparece muito cedo na história. No entanto, foi só em cerca de 1650 a. C. que os métodos de multiplicação começaram a aparecer no registro de Rhind – os egípcios estavam usando um método de multiplicar que exigia apenas dobrar números sucessivos e, em seguida somar os múltiplos apropriados (WALL, 2014, p. 79)

Diante desta explicação, vamos mostrar o exemplo de 14 X 15, sobre a forma egípcia. Inicialmente vamos montar uma tabela da seguinte forma:

1 X 15 = 15

2* X 15 = 30

4* X 15 = 60

8* X 15 = 120

16 X 15 = 240

8 + 4 + 2 = 14, logo 14 X 15 = 30 + 60 + 120 = 210

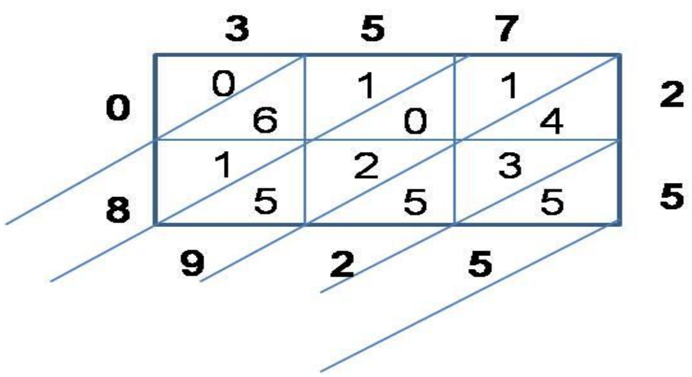
Não é de fato uma forma usual, porém, pode ser uma forma de se explorar a matemática e sair de um padrão estabelecido.

Um outro processo de multiplicação é o do método do retângulo que:

> Na França, algumas escolas ainda hoje utilizando para multiplicação conhecido como multiplicação em reticulado, ou em célula, ou, ainda, em gelosia. Embora não se conheça a origem desse método, sabe-se que desde o século XII, pelo menos, era usado na índia, de onde foi levado para China e de lá para a Arábia. (TOLEDO; TOLEDO, 2009, p. 134)

O princípio é parecido com o nosso, contudo ele evita os possíveis erros como na soma final ou posicionar os valores em colunas erradas.

Figura 1. Multiplicação de gelosia



Fonte: (TOLEDO; TOLEDO, 2009)

Pode-se iniciar a multiplicação por qualquer uma das células e o resultado da operação é colocado na célula correspondente aos dois fatores (TOLEDO; TOLEDO, 2014). Depois das multiplicações, realizam-se as somas que são postas nas diagonais: se o valor da soma for maior ou igual a dez o valor correspondente às dezenas passa para a diagonal seguinte.

O que mostraremos agora e método usual das escolas brasileiras, onde mesmo não sendo óbvio, a propriedade distributiva é utilizada. Porém, antes de iniciarmos a apresentação desta operação, faremos uma ressalva. “Professores habituados a trabalhar com crianças que apresentam dificuldade em “fazer contas” com os números naturais sabem que, na verdade, uma das principais causas do problema está no aprendizado do Sistema de Numeração Decimal (S.N.D). (TOLEDO; TOLEDO, 2009, p. 58).

Comecemos com uma operação de multiplicação, muitas vezes comum em sala de aula; a respeito disto, não faremos muitas considerações com relação às possíveis dificuldades encontradas pelos alunos. Observemos a operação.

```
  124
X 14
------
```

Usualmente o procedimento é o seguinte:

```
   1
 1 2 4
 X 1 4
-------
 4 9 6
```

```
 1  2 4
  X 1 4
---------
   4 9 6
 1 2 4 +
---------
```

Embora não esteja evidente, a propriedade distributiva está presente em todas as operações deste tipo de algoritmo.

Vamos demonstrar: este tipo de operação pode ser bem representado da seguinte forma:

(124) . 14 = (100 + 20 + 4) . 14

(100 . 14) + (20 . 14) + (4 . 14)

1400 + 280 + 56 = 1736

É bastante incomum este tipo de apresentação, porém:

> A ideia-chave do Sistema de Numeração Decimal é utilizar o valor posicional dos algarismos para representar a ação de agrupar e

> trocar, que a humanidade sempre empregou para avaliar grandes quantidades de objetos [...] Embora essas ações sejam intuitivas, é necessário propor as crianças situações variadas em que elas tenham oportunidade de agrupar grandes quantidades de elementos e depois registrá-los, para que aos poucos se conscientizem da operação realizada. (TOLEDO; TOLEDO, 2009, p. 65-66).

Uma boa intervenção ao utilizamos este tipo de forma de operação é poder explorar claramente o valor posicional do algarismo, algo que em muitos casos causa uma grande dificuldade para a criança que inicia as operações. Além de podermos explorar os valores posicionais, podemos também trabalhar a regularidade das multiplicações por 10, 100, 1000, etc.

Mostramos nesta breve apresentação as propriedades operatórias e algoritmos, que são de grande importância com relação à operacionalidade, mas uma questão central, onde residem os conceitos, está também nas representações das operações.

> Dissemos antes que a representação não podia ser funcional a não ser que ela refletisse certos aspectos da realidade e se ela permitisse ao pensamento operar sobre os significados e os significantes. Em outras palavras, toda a representação funcional deve responder a dois critérios: um critério de ordem semântica; ela deve refletir certos aspectos da realidade; um critério de ordem sintática: ela deve prestar-se a operações; (VERGNAUD, 2014, p. 304)

Como podemos perceber, há grande importância da operacionalidade quando um aluno realiza cálculos corretamente se valendo dos algoritmos; podemos dizer que este aluno "sabe fazer contas", porém, quando ele, se valendo de conceitos matemáticos além das questões operacionais consegue encontrar uma resposta, podemos dizer que ele entende matemática.

2.2 Campos Conceituais Multiplicativos

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) surge à luz da teoria epistemológica genética piagetiana, o "construtivismo". Esta teoria parte do "pressuposto piagetiano de que o conhecimento se adapta e se desenvolve com o tempo e em função das situações que o sujeito vivencia, sendo reelaborada a cada situação" (NOGUEIRA; REZENDE, 2014, p. 50). Apoiado nesta teoria, Vergnaud (1986, 1996, 2009, 2014) e avançando em suas análises, desenvolve-se a Teoria dos Campos Conceituais.

De acordo com VERGNAUD (2014, p. 16) em relação a Matemática, ele define que:

> A Matemática forma um conjunto de noções, de relações e de sistemas relacionais que se apoiam uns sobre os outros. Mas a ordem pela qual o matemático expõe essas noções evidentemente não é a mesma pela qual a crianças adquire. A noção de complexidade não é a mesma para o matemático e para o professor, pois o primeiro, procura os axiomas mais gerais e os mais poderosos, enquanto o segundo, procura as noções e as relações mais simples para a criança, as quais não são, aliás, compreendidas, repentinamente, com todas suas propriedades.

Como podemos observar nas palavras do autor, que as relações matemáticas não são de fácil compreensão por parte dos alunos, vejamos o conceito de soma. Até o aluno chegar a compreender que a subtração é uma soma entre valores positivos e negativos ou uma relação de perder ou ganhar, pode demandar um longo período. Com isto muitas outras relações como a de velocidade média, distância entre outras, demanda um longo e árduo trabalho de um professor, o que no caso de um matemático isto pode não acorrer, já que a sua matemática é quase toda formada por axiomas e postulados.

Logo, com relação a esta visão, deve-se buscar comprometimento por parte de quem ensina em facilitar a aprendizagem do aluno com relação a matemática, pois como fala VERGNAUD (1986, p. 75).

> Estudar os processos de transmissão e de apropriação matemática como um domínio científico próprio constitui, atualmente, uma questão cientifica de grande importância e que não é reduzida nem a psicologia, nem às matemáticas, nem a qualquer outra ciência.

Diante disto, por acreditarmos como fala o autor não se pode restringir o ensino da matemática a uma área específica sem a observância de que ela faz parte de inúmeras outras, que apresentamos então a Teoria dos Campos Conceituais como forma de instrumentalizar o professor na sua difícil tarefa de ensinar a matemática. Por definição o campo conceitual, é:

> [...] ao mesmo tempo um jogo das situações e de um jogo dos conceitos amarrados juntos. Por isso, quero dizer que o significado de um conceito não vem de uma só situação, mas de uma variedade de situações e que, reciprocamente, uma situação não pode ser analisada apenas com um conceito, mas sim com vários, formando sistemas. (VERGNAUD, 2009, p. 86)

Logo percebe-se que, quando apresentamos esta definição, vemos surgir, um elemento de ligação entre o ensinar e o aprender: é este elemento a “situação”.

Como bem colocada por Maldaner (2012, p. 28), “a reflexão necessária, portanto, é sobre como interligar o conhecimento matemático com as práticas do dia a dia”. Mas sendo esta a questão, colocar os alunos diante de situações de seu cotidiano, é sem dúvida algo lógico a ser feito. Mas isto por si só não é o suficiente. Para Golbert (2009, p. 8), há de se fazer algo mais:

> Em tese, cabe ao professor ajudar os estudantes a adquirir as ferramentas culturais – linguagem e símbolos – que lhes possibilitem refletir sobre suas próprias intuições e experiências e comunica-las, articulando suas ideias, construindo compreensões mais ricas, isto significa que é de competência do professor encontrar os meios de transpor a distância entre a linguagem usual dos alunos e as convenções matemáticas.

Para diminuir esta distância, não seria o bastante simplesmente uma única situação com a qual poderíamos transpor esta barreira. Ou como de uma forma forçosa dizer, “todas as situações devem ser deste jeito!” Deve-se ter inúmeras situações em que as várias soluções nos ofereçam várias ferramentas. Como dito:

> É necessário destacar que não se pode falar de uma regra que “conduz à uma solução”, exceto se ela leva a tal solução em um número finito de etapas; se o número de etapas não é finito, a regra poderia ser indefinidamente aplicada sem sucesso. (VERGNAUD, 2014, p. 309).

Ainda sobre este tema, devemos acrescentar que segundo VERGNAUD (2009, p. 86), “por isso, quero dizer que o significado de um conceito não vem de uma só situação, mas de uma variedade de situações[...]”.

Por ser a teoria dos Campos Conceituais muita ampla e em essência bastante complexa, iremos nos ater apenas ao Campo Conceitual de Estrutura Multiplicativa, como forma de mostrar o quanto esta estrutura se mostra como um entrelaçado de ações, representações e conceitos. Pode-se definir Campo Conceitual Multiplicativo da seguinte forma:

> O campo conceitual multiplicativo consiste em todas aquelas situações que podem ser analisadas seja com situação-problema de proporção simples, duplas e múltiplas, ou aquelas que envolvem comparações multiplicativas, ou, ainda, os que tratam de produtos de medidas. Vários conceitos matemáticos estão vinculados às estruturas multiplicativas, tais como: função linear e n-linear, espaça vetorial, análise dimensional, fração, razão, combinatória, o número racional, entre outros. (SOUZA; MAGINA, 2017, p. 799 -800)

Podemos notar então, como falado anteriormente, que os conceitos surgem das situações e que, sendo assim, as situações tornam-se uma dualidade situação/conceito, onde essa dualidade fomenta a discussão sobre os Campos Conceituais.

> Por isso, é necessário falar-se de Campo Conceitual. Mas se os conceitos se tornam significativos através de situações, decorre naturalmente, que as situações e não os conceitos são a principal entrada para os campos conceituais". MOREIRA (2002, p. 9).

De fato, as situações que suscitam os conceitos e todas reflexões que nela se encontram. Podemos dar como exemplo a situação encontrada na Física como velocidade média. Se um carro percorre uma distância em uma velocidade constante, a distância percorrida e o tempo se mantem constante. Porém, se decidirmos diminuir o tempo de viagem, não podendo diminuir a distância, o que devemos fazer é aumentar a velocidade. O conceito aqui envolvido, é que o tempo diminui proporcionalmente ao aumento da velocidade.

Como estamos falando de situação e conceito, definiremos o conceito de "conceito", já que este ponto é de grande importância nesta teoria. Pois é o conceito que forma toda a estrutura que permeia o tema.

> Um conceito pode ser definido, com efeito, como um tripé de três conjuntos (S.R.I): S: o conjunto de situações que dão sentido ao conceito; I: o conjunto de invariantes que constituem as diferentes propriedades do conceito; R: o conjunto das representações simbólicas que podem ser utilizadas". (VERGNAUD, 1986, p. 83-84)

Uma outra definição que pode ser bastante pertinente com relação a conceito, é a de Moreira (2002, p. 10) quando diz:

> [...] uma definição pragmática poderia considerar um conceito como um conjunto de invariantes utilizadas na ação, mas esta definição implica também um conjunto de situações que constituem o referente e um conjunto de esquemas posto em ação pelos sujeitos nessa situação.

A definição Moreira (2002) destaca a relevância do conjunto de situação, pois, como é a situação que gera, todo o conflito cognitivo que desencadeia a reflexão e que gera então um dos pontos importantes do nosso tema, os "esquemas". Mas o que é esquema? Ele é, como apontado por Vergnaud (2002) uma representação do mundo físico, e de acordo com Beard (1972), surge logo nos primeiros dias de vida.

> Muito pouco tempo depois do nascimento, cada criança tendia a procurar com a boca algo em que pudesse estabelecer contato com os lábios a agarrar qualquer objeto que lhe tocasse a palma da mão. No caso de Laurente, filho de Piaget, a tendência de agarrar desenvolveu-se muito cedo num hábito de fechar e abrir as mãos. Essas sequencias bem definidas de ações Piaget chama de esquema [...] A criança novinha tem esquemas só de ações e

> percepções, porém, mais tarde, representa uma coisa por outra, empregando palavras e símbolos, e, assim constrói esquemas representacionais. (BEARD, 1972, p. 39-40)

Por que o esquema que surge tão cedo na criança se torna tão importante na teoria de Vergnaud? Isto se dá pela questão levantada por ele, quando coloca; “O problema do ensino então é em grande parte o de levar a criança a se desenvolver em suas competências” (VERGNAUD, 2009, p.12). Esse desenvolvimento se dá de muitas formas, porém, o esquema é uma forma perceptível de observar este desenvolvimento. E, assim, Vergnaud empresta a ideia de esquema desenvolvida por Piaget. Para ele, o esquema é tão importante que poderia se substituir o binômio sujeito-objeto por esquema-situação.

Para deixar claro em relação a afirmação a respeito do binômio sujeito-objeto e esquema-situação, esta afirmação se dá pelo fato do esquema referirem-se especificamente a situações, e como segundo CAMPOS (2002, p. 12), “Decorre daí que o desenvolvimento cognitivo consiste sobretudo, e principalmente, no desenvolvimento de um vasto repertório de esquemas.” Por isto o fato da referência esquema-situação. Pois, além de tudo, estes esquemas geram ações, em nosso caso ações reflexivas sobre a situação.

Como os esquemas são representações de uma interpretação mental de uma situação, um rascunho de um mapa, é uma representação mental de um determinado caminho, assim como um algoritmo é a representação mental de uma situação matemática, ou até mesmos uma verbalização de uma situação pode ser considerada como esquema.

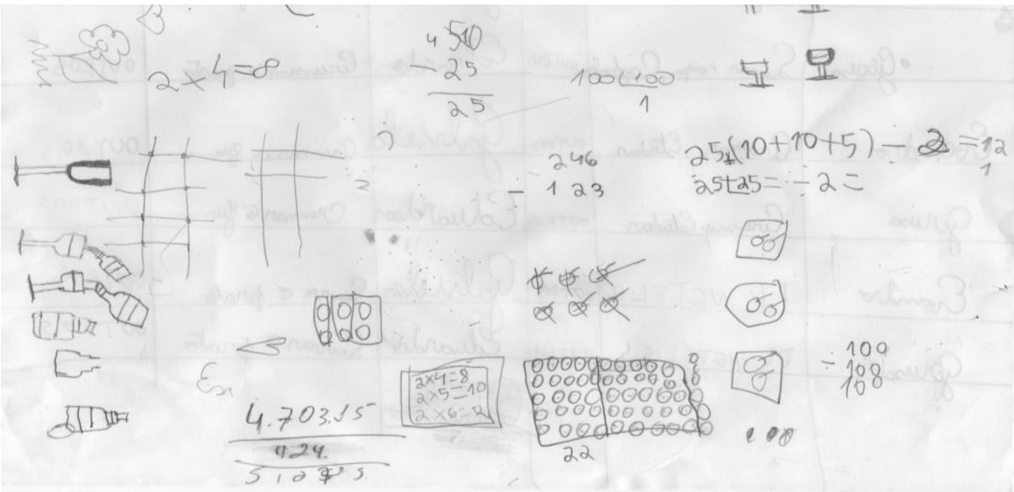
Com relação aos esquemas matemáticos, estão atrelados a algumas noções como homomorfismo, que significa de mesma forma. O homomorfismo, “[...] permite colocar com clareza o problema do ensina de matemática e, de forma mais ampla, o de todo o conhecimento objetivo. (VERGNAUD, 2014, p. 297).

Outra noção importante com relação aos esquemas é a invariante operatória:

> invariante operatória aplica-se ao próprio problema da função simbólica, isto é, a passagem da realidade à representação. Não basta saber que os objetos, as classes de objetos, as relações, etc. se projetam, sob certas formas, nos diversos planos de representação; igualmente é preciso interrogar-se sobre a forma pela qual essa projeção ocorre e sobre as condições que a permite. [...] a representação não podia ser funcional a não ser que ela refletisse certos aspectos da realidade e se ela permitisse ao pensamento operar sobre os significados e os significantes. (VERGNAUD, 2014, p. 303-304).

Como podemos perceber, os invariantes operatórios são mesmo algo de extrema importância e que deve ser bastante explorado. Os invariantes operatórios, são usados como termo para definir duas expressões o conceito-em-ação e o teorema-em-ação. Segundo Campos (2002), um teorema-em-ação e uma ideia tida como verdadeira sobre o concreto, enquanto o conceito-em-ação é uma forma de pensar, refletir sobre a situação e é tida como importante ou adequada.

Figura 2. Criança de 8 anos, realizado uma atividade de casa.



Fonte: Acervo pessoal

Na figura 2, podemos observar claramente todas as tentativas da criança em representar as suas reflexões sobre uma situação problema. Observar estes esquemas, muitas vezes, pode levar a uma interpretação errada da situação por parte de um adulto menos familiarizado com o tema. Porém, a criança necessita apoiar-se em algo que norteie as suas reflexões sobre a situação, é aí que podemos perceber as invariantes operatórias. Podemos observar com muita frequência nas crianças todo tipo de representação, seja de objetos familiares e de situação.

> De um modo mais preciso ainda, pode-se dizer que o pensamento consiste, ao mesmo tempo, em operações conceituais e pré-conceituais sobre os significados, e em operações simbólicas sobre os significantes, significantes estes que formam vários sistemas simbólicos distintos, tendo elos entre si e com o significado. (VERGNAUD, 2014, p. 300).

Significantes estes que de fato são muito claros para a criança que os representa dentro de uma situação, fazendo assim fluir toda forma de conjecturas sobre a situação.

> É com a ajuda simultânea dessas diferentes representações que a criança raciocina, passando de um plano ao outro em função das necessidades e relações com as quais ela tem que tratar. Pensar consiste não apenas em passar de uma situação real à representação, mas em passar de uma representação a outra e a ela retornar. (VERGNAUD, 2014, p. 301)

Por vezes, podemos observar crianças levadas a realizar as suas representações pautadas em formas que não são naturais a elas, mas que são ensinadas como se fossem as únicas formas de representá-las; são os casos dos “algoritmos” ensinados aos alunos. Sobre esta questão, Vergnaud (1996, p. 16) faz um alerta. “Os algoritmos são esquemas, porque os algoritmos matemáticos são a forma de organização da atividade, mas a maior parte de nossos esquemas não são algoritmos”. Diante disto, buscamos mostrar a importância dos esquemas na aprendizagem das crianças.

Segundo Moreira (2002), toda ação consiste em uma parte automatizada e uma parte de consciente, o que torna os esquemas tão importantes, pois um que mostrasse efetivo em determinada situação, pode não ser em outra. Logo, a criança sente-se obrigada a alterar o seu esquema e substituí-lo, levando, assim, a uma evolução em sua reflexão.

2.3 A Estrutura Multiplicativa

As situações que envolvem as estruturas multiplicativas são bastante variadas - evidente que a variação poderá ocorrer, de acordo com o nível de cada criança ou turma ou mesmo a critério de cada professor. O que apresentaremos aqui, são as definições e algumas situações protótipos como exemplo.

Embora para o adulto seja lógico afirmar que multiplicar seja apenas somar parcelas iguais, na cabeça da criança não é tão claro assim. Uma análise bem simples com relação a isto está na seguinte situação: “Em um pacote de iogurte há 4 iogurtes. Quantos iogurtes há em 3 pacotes?”

Nada nos mostra que devemos simplesmente dizer a criança, que basta ela multiplicar 4 vezes 3 e encontrará a resposta, pois, “De qualquer modo, somente esta análise permite compreender que, efetuando-se 4 vezes 3 (ou 3 vezes 4), não se multiplica iogurte por pacote ou pacote por iogurte (por que resultariam então iogurtes e não pacotes?” (VERGNAUD, 2014, 237).

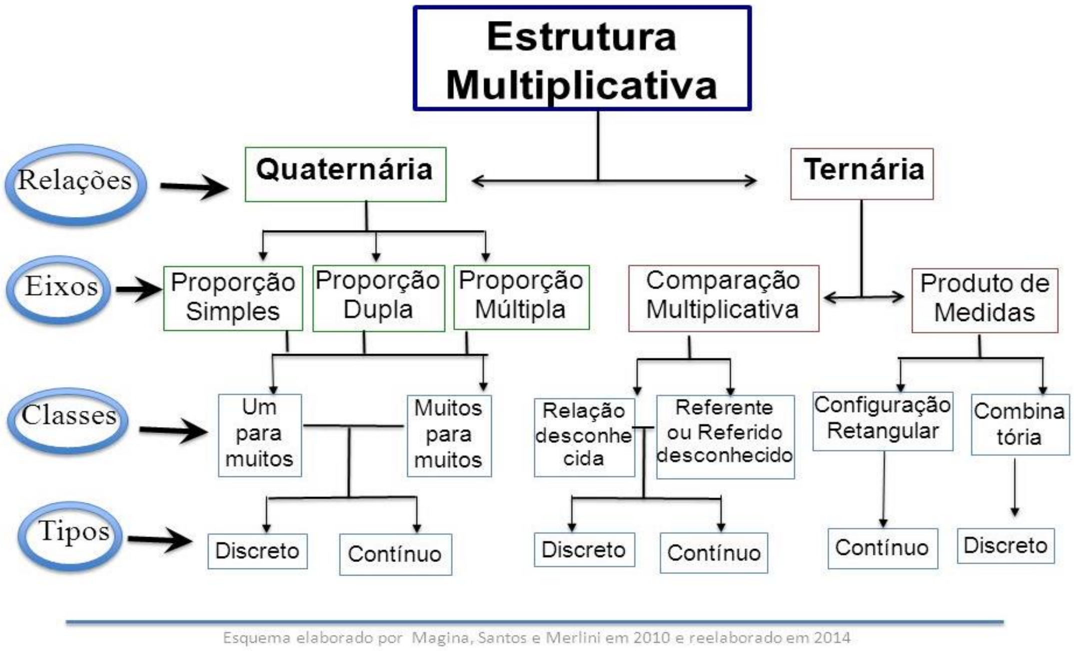
> Podemos distinguir duas grandes categorias de relações multiplicativas, assim designando-se as relações que comportam seja uma multiplicação seja uma divisão. A mais importante dentre elas, que é utilizada para introduzir a multiplicação no ensino básico e que forma o tecido da grande maioria dos problemas multiplicativos é uma relação quaternária e não uma relação ternária: por isso ela não é adequadamente representada pela escrita habitual da multiplicação: a x b = c, pois que essa escrita comporta tão somente três termos. (VERGNAUD, 2014, p. 239)

Não podemos simplesmente levar uma criança a multiplicar “a” por “b” e encontrar c sem que tenhamos a clara definição sobre a natureza de cada um dos elementos envolvidos nesta operação.

> A razão para isso é que há muito mais na compreensão da multiplicação e divisão do que calcular quantidade. A criança deve aprender e entender um conjunto inteiramente novo de sentido de número e um novo conjunto de invariantes, todas as quais estão relacionadas à multiplicação e à divisão, mais não à adição e subtração. (NUNES; BRYANT, 1997, p. 142-143)

Com o objetivo de melhor compreender o campo de estrutura multiplicativa, tomaremos como ponto de partida as ideias de Magina; Merline e Santos (2010), onde dividiram esta estrutura em duas partes: relações quaternárias e relações ternárias e a cada uma, subdividiu em outras partes de forma a contemplar as várias situações que envolvem a multiplicação/divisão, porém não todas, como mostra o esquema na figura 3 a seguir:

Figura 3 Esquema elaborado por Magina, Santos e Merlini 2010 e reelaborado em 2014



Fonte: (MAGINA, SANTOS E MERLINI, 2014)

Para deixar a o esquema apresentado acima mais clara a todos, mostraremos em forma de tabela alguns exemplos que podem torná-los mais simples e compreensível.

Tabela 4 Exemplificação do esquema de Magina, Santos e Merline. (Relação Quaternária)

Eixos	Relações Quaternária		
	Classes	Classes	Tipos
	Um-para-muitos	Muito-para-muitos	Discreto/Contínuo
Proporção Simples	Um carro tem 4 rodas. Quantas rodas tem 5 carros?	Em 4 caixas posso colocar 28 bolos. Quantos bolos posso colocar em 9 caixas	Discreto (valor inteiro, Caixas e bolos.)
Proporção Dupla	Uma pessoa deve consumir 3 litros de água em 1 dia. Quanto deve consumir de água 3 pessoas em 4 dias?	Uma família de 4 pessoas consome 3 quilos de açúcar em 7 dias. Quanto consome de açúcar uma família de 8 pessoas em 21 dias?	Discreto (apesar de o quilo possuir subdivisões, aqui o colocamos como valor inteiro)

Proporção Múltipla		Um grupo de 10 pessoa vai passar 12 dias acampado. Sabendo que 2 pessoas bebem 15 litros de água em 3 dias. Quanto eles devem levar de água para o consumo do grupo?	Contínuo (apesar de não aparecer de imediato, pode-se observar que se trata de um consumo de 2,5 litros de água.)

Fonte: Acervo pessoal

Para a Comparação Multiplicativa e Produto de medidas, temos como representá-los em uma única tabela, já que as classes embora distintas, são parecidas. Porém preferimos apresentá-las separadas. E somente o eixo de comparação Multiplicativa. O motivo para isto, é que apresentaremos todas relações e eixos em exemplos abaixo.

Figura 5: Exemplo de relação ternária

Relação Ternária		
Eixo Comparação Multiplicativa		
Classe	Discreto	Contínuo
Relação desconhecida	Comprei uma caixa bombom por R$ 10,00 e um pacote de MM por R$ 2,00. Quantas vezes a caixa de bombom é mais cara que o MM?	
Referente ou referido desconhecido		Da casa da minha avó até a minha casa são 5 km. A casa do meu primo é cinco vezes mais longe. Qual a distância da casa do meu primo até a casa da minha avó?

Fonte: Acervo pessoal

Os exemplos acima, são apenas como uma introdução e esclarecimento do esquema apresentado por Magina, Santos e Merline, a partir dos próximos parágrafos traremos novos exemplos e esquemas para melhor ilustrar o que foi apresentado.

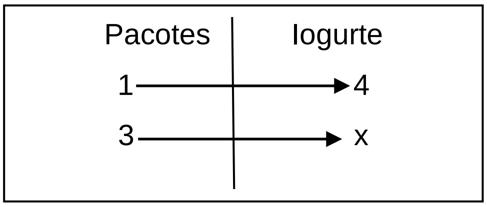
Como podemos observar, o esquema apresentado acima mostra de que forma podem se apresentar as situações do Campo Conceitual de Estrutura Multiplicativa. Como se tornaria difícil apresentar todas as situações possíveis dentro de cada relação, eixo, classes e tipos o esquema apresenta as estruturas das situações. Uma relação quaternária por exemplo, pode se apresentar como proporção simples, de classe um-para-muitos e de medida discreta.

Como forma de esclarecer os leitores menos familiarizados com determinados termos, quando nos referimos a medidas discretas e contínuas, nos referimos a duas situações de medidas, as que permitem subdivisão e as que não permitem. Podemos nos referir a meio quilo ou meio metro, estas são medidas contínuas. Porém, não podemos fazer referência a meio carro ou meia pessoa, estas são as medidas discretas.

Segundo critérios adotados pelos autores, as relações quaternárias foram divididas em três eixos: “proporção simples”, “proporção dupla” e “proporção múltipla” e estas proporções se dividem em “um para muitos” e “muitos para muitos”.

Sobre as relações quaternárias, faremos uma ressalva apenas para não deixar dúvidas sobre ela. “A primeira grande forma de relação multiplicativa é uma relação quaternária entre quatro quantidades: duas quantidades são medidas de certo tipo e as duas outras de outro tipo.” (VERGNAUD, 2014). Na figura 6, temos um exemplo da relação quaternária.

Figura 6: Relação quaternária de estrutura multiplicativa



Fonte: (VERGNAUD, 2014, p. 240).

Podemos perceber que no esquema que representa o exemplo dado logo no início, que de fato são duas grandezas distintas, uma é iogurte e outra pacotes, o que reforça a ideia de o porquê não podermos multiplicar iogurtes por pacotes. Ainda sobre o esquema acima, ele tipifica a classe de um para muitos (MAGINA, 2010). Uma outra questão que podemos apontar, está na no conceito de “invariante operatória” que são os conhecimentos contidos nos esquemas Campos (2002).

Quando se propõe este tipo de situação, deve-se ter em mente o que se busca em relação a aprendizagem. Em todo esquema deve existir os conhecimentos “conceito-em-ação” e “teorema-em-ação”, logo ao propor a atividade o professor deverá buscar junto ao aluno o “conceito-em-ação” que seria, ao aumentar o número de pacotes, aumenta-se na mesma proporção de 4 para um o número de iogurtes.

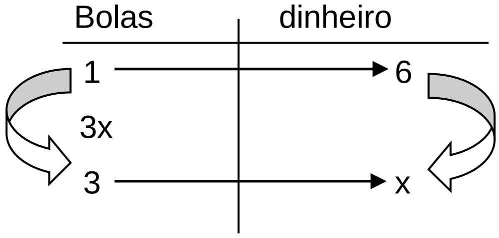
Sendo assim, podemos levar o aluno a questão do “teorema-em-ação”, ou de uma forma mais simples, buscar um operador que faça aumentar o número de pacotes de iogurtes e que também faça aumentar o número de iogurtes. Pode-se fazer isto através de operação “algoritmos”, que pode ser uma multiplicação ou somas de parcelas iguais, mas o mais importante é levar o aluno perceber a proporcionalidade existente entre pacotes e iogurtes. Logo abaixo veremos isto mais detalhado.

As relações ternárias também apresentam dois eixos, “comparação multiplicativa” e “produto de medidas”. Para a comparação multiplicativa, temos as “classes de relação desconhecidas” e “referente ou referido desconhecido”; no caso de produto de medidas temos a “configuração retangular” e “combinatória”.

Em uma análise destas divisões de classes multiplicativas, Vergnaud (2014, p. 260) aponta que “Numerosas classes de problemas podem ser identificadas segunda a forma da relação multiplicativa, segundo o caráter discreto ou contínuo das quantidades em jogo, segundo as propriedades dos números usados etc.”

Por esta questão, passaremos a apresentar algumas situações protótipos e alinhá-las aos seus eixos e representações:

Exemplo 1. (Multiplicação). “Uma bola custa R$ 6,00. Quanto pagarei por 3 bolas?” Podemos observar aqui uma relação “um para muitos”. O tipo mais simples de situação manipulativa é provavelmente no qual há correspondência um-para-muitos entre dois conjuntos. (NUNES; BRYANT, 1997, p. 143). O leitor menos atento pode acreditar que basta multiplicar a quantidade de bolas pelo valor unitário dela, porém, a representação feita por Vergnaud (2014) mostra a seguinte forma:



Outra relação envolvendo as operações dentro da Estrutura multiplicativa são as invariantes operatórias que definimos logo acima, a saber determinam dois termos conceito-em-ação e esquema-em-ação.

> Primeiro, as situações multiplicativas envolvem uma relação constante de correspondência um-para-muito entre dois conjuntos. Esta correspondência um-para-muitos constante é a invariante na situação, um tipo de invariante que não está presente no raciocínio aditivo, A correspondência um-para-muitos é a base para um novo conceito matemático, o conceito de proporção. A fim de manter constante, por exemplo, a correspondência "1-carro-para-4-rodas", cada vez que acrescentamos um carro para um conjunto de rodas, devemos acrescentar 4 rodas para o conjunto de carros – ou seja, somamos números diferentes de objetos a cada conjunto. (NUNES; BRYANT, 1997, p. 143)

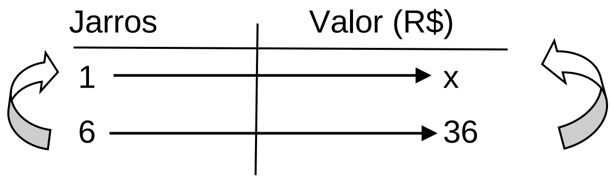
Como podemos observar, 1 e 3 representam uma grandeza "bolas", já 6 e "x" representam outra grandeza, "reais". No caso do valor 3 entre as grandezas, bola é classificada como um "escalar", um valor sem dimensão que faz com que uma grandeza transforme em outra. Ela a escalar, não representa qualquer uma das grandezas apresentadas. Ainda dentro do exemplo, podemos perceber definidamente que para cada bola acrescentada ao conjunto de bolas, devemos acrescentar 6 reais no conjunto de reais.

Exemplo 2. Multiplicação: "Em 3 pacotes de refrigerantes há 18 latas. Quantas latas há em 7 pacotes?". Podemos perceber aqui uma relação "muitos para muitos":

Pacotes	latas
3 $\rightarrow$	18
7 $\rightarrow$	x

Neste exemplo, não cabe tentar multiplicar a quantidade de latas por pacote, o que pode ser buscado é saber quantas latas há em um pacote para depois a quantidade em 7 pacotes. Logo aqui, esta situação pode ter dupla operação: uma divisão e uma multiplicação.

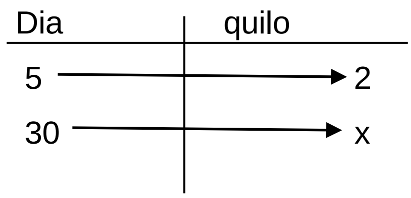
Exemplo 3. Divisão: "Paguei R$ 36,00 em conjunto de 6 jarros. Quanto custa cada jarro?"



A busca aqui é por um escalar “valor sem dimensão”, que transforma seis em um e, a partir daí trinta e seis em x. Ou devemos buscar a relação constante a “invariante” entre jarros e dinheiro. “Distribuir envolve a distribuição equitativa de um conjunto – por exemplo, de doces – entre um número de receptores – por exemplo, crianças.” (NUNES; BRYANT,1997, p. 148).

*Exemplo 4. “*Uma família consome em 5 dias 2 quilos de feijão. Levando em consideração estes valores, quanto consumirá de feijão esta família em 30 dias?”

Observamos, neste exemplo, a relação muito-para-muito e uma grandeza discreta, dias e uma contínua quilo. Porém, com relação ao esquema para solução, podemos organizá-lo da forma acima. O detalhe desta questão é que buscamos a proporcionalidade entre as duas grandezas, por isso este problema é de proporção simples:



Se envolvêssemos mais grandezas, neste caso haveria uma relação de proporções múltiplas: isto acontece quando observamos uma receita onde existem vários ingredientes.

Nos próximos exemplos, trataremos das relações ternárias, o que nos leva a definir o que é esta relação: “as relações ternárias são relações que, como o nome indica ligam três elementos entre si.” (VERGNAUD, 2014). Torna-se importante dizer que estes elementos são de mesma natureza, porém, bem diversos. Eles podem ser pessoas, números, objetos entre outros. A estes elementos, denominamos “referente” e “referido”, havendo entre eles a relação correspondente.

Exemplo 6. (Comparação multiplicativa) - “O pai de Lucas tem 35 anos e Lucas tem 7. Quantas vezes Lucas é mais novo que o seu pai?”

Idade

Pai de Lucas → 35

5 x

Lucas → 7

Uma variação nesta questão pode ser perguntar quantas vezes mais a idade do pais de Lucas é maior que a dele. Nesta questão, vemos expressões que podem ser bastante confusas, para as crianças mais novas, que é “vezes mais”; se esta questão não for bem trabalhada com a criança, pode gerar dúvidas, e leva-lo a não compreender a operação necessária.

Exemplo 7. (Produto de medida – combinatória) “Em uma loja de sorvete, pode-se escolher entre 9 tipos de sorvete e entre 5 tipos de cobertura. De quantos tipos diferentes uma pessoa pode escolher o seu sorvete com uma bola e uma cobertura?”

Esta questão e a próxima se encaixam nas situações de produto de medidas. “Essa forma de relação consiste em uma relação ternária entre três quantidades, das quais uma é o produto das duas outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional.” (VERGNAUD, 2014, p. 253). De acordo com a apresentação, a melhor maneira de representar esta situação é a relação cartesiana. Definiremos cada tipo de sorvete por uma letra e as coberturas por números. Diante disto, podemos formar os pares com as relações.

T = S x C

Figura 7 Exemplo de produto cartesiano Vergnaud (2014)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		(A,2)							
3					(E,3)				
4									
5									

Fonte: Adaptado de Vergnaud (2014)

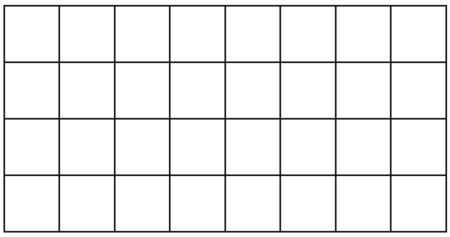
Como podemos observar no Quadro 1, esta não é uma proposta de questão muito usual entre os professores do primeiro segmento, pois este tipo de situação pode não parecer multiplicativa e sim relacional, porém, nada impede de ser utilizada. Claro que resguardando as devidas complexidades da questão proposta.

Outra situação que envolve produtos e medidas diz respeito a uma medida contínua que pode ser apresentada como exemplo; as medidas podem ser metros, centímetros ou outra.

Exemplo 8: (Produto de medidas – configuração retangular) - “Uma sala de aula tem 8 m de comprimento e 4 m de largura. Qual é a sua área?”

Esta também é uma situação pouco explorada no ensino fundamental, porém, nada impede de ser proposta. Com relação a este problema, é de grande importância verificar as inferências e considerações feitas pelos alunos na tentativa de resolver este problema. Uma das primeiras coisas a se observar são os esquemas propostos pelos alunos.

> Se o retângulo é decomposto em quadrados (linha e coluna) de um metro de comprimento) como se costuma fazer, mostra-se que a medida da superfície é o produto da medida da grande dimensão (comprimento) pela medida da pequena dimensão (largura), tanto no plano das dimensões como no plano numérico. (VERGNEUD, 2014, p. 255).



X metros quadrados = 8 metros x 4 metros.

para os números

$x = 8 \times 4$

para as dimensões

metros quadrados = metro x metro

O que procuramos mostrar nesta seção foram algumas questões que envolvem uma operação de multiplicação ou divisão. Enfatizamos que são protótipos de questão e serviram apenas para mostrar as tantas variações que podem ser usadas para fomentar nas crianças as várias possibilidades de refletir sobre estas operações.

3 METODOLOGIA

Diante do que apresentamos sobre as questões envolvendo o mau desempenho dos alunos da rede de Duque de Caxias com relação à aprendizagem da matemática, especificamente as operações de divisão/multiplicação e as possíveis causas que envolvem este mau desempenho, poderíamos em um simplismo nocivo, atribuir a culpa a prática dos professores que poderia se restringir a técnicas computacionais, e a uma desvalorização das considerações e reflexões dos alunos sobre as situações problemas envolvendo estas operações. Porém não queremos repetir discursos.

Buscaremos construir com este trabalho não desculpas ou justificativas, mas respostas ou se menos outras linhas de reflexão sobres a questão e de posse destas respostas queremos construir um produto educacional que vise, servir como uma nova possibilidade no ensino da Multiplicação/divisão.

Desenvolver um produto educacional perpassa pela credibilidade do produto. Logo, esta credibilidade acreditamos depender da escolha de metodologia a ser aplicada na validação do trabalho. Como metodologia para tal, escolhemos a pesquisa-ação, pois de acordo com Tripp (2005, p. 445, 446).

> É importante que se reconheça a pesquisa-ação como um dos inúmeros tipos de investigação-ação, que é um termo genérico para qualquer processo que siga um ciclo no qual se aprimora a prática pela oscilação sistemática entre agir no campo da prática e investigar a respeito dela.

Sobre a pesquisa-ação como metodologia de pesquisa, nos apoiamos em Thiollent (2017) e Dionne (2007) para respaldar-nos em nossa escolha. Com relação a definição do que é metodologia, Thiollent (2017, p. 32), esclarece que:

> A nível mais aplicado, a metodologia lida com a avaliação de técnicas de pesquisa e com geração e experimentação de novos métodos que remetem aos modos efetivos de captar e processar informações e resolver diversas categorias de problemas teóricos e práticas de investigação. Além de ser uma disciplina que estuda os métodos, a metodologia é também considerada como modo de conduzir a pesquisa.

E de uma forma mais específica com relação à metodologia, a nossa escolha estava pautada em uma metodologia que nos permitisse maior interação com os participantes da pesquisa. Como o objetivo era identificar e buscar soluções para as possíveis causas do problema, além de produzir um material voltado para auxiliar os professores em sala de aula, percebemos na pesquisa-ação esta característica, pois como fala o autor: “Em educação, em qualquer nível, da alfabetização à pós-graduação, a pesquisa-ação sempre ocupa um lugar importante tanto para pesquisa e agir sobre os processos educacionais, [...] (THIOLLENTE 2017, p. 120).

Além da nossa escolha nos proporcionar o contato e envolvimento direto com as pessoas da pesquisa, outro fato que influenciou a escola da metodologia, foi o de ser eu um dos professores da escola onde realizaremos a pesquisa.

Segundo Thiollente (2017, p. 20), com relação a definição:

> Entre as diversas definições possíveis, daremos a seguinte: a pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo o no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.

Deste modo, nossa escolha se respalda teoricamente, pois como apontado, sou professor da rede, compartilho das mesmas angústias que os meus colegas, não só sou professor da rede, como dos anos iniciais onde, como mostrado, frequentemente é apontado como um dos principais pontos do fracasso escolar. Estar diretamente ligado me possibilita isto, pois, “na pesquisa-ação os pesquisadores desempenham um papel ativo no equacionamento dos problemas encontrados, no acompanhamento e na avaliação das ações desencadeadas [...]” (THIOLLENT, 2017, p. 21).

Por se tratar de metodologia que se caracteriza por ser um método específico de pesquisa, onde a “pesquisa-ação pretende fundamentalmente reduzir a distância entre teoria e prática, dando conta da distância que se criou, em vários campos, entre reflexão teórica e prática profissional” (DIONNE, 2007, p .31), mas também de uma forma de ação com relação aos problemas observados Dionne (2007), o que, em nosso caso, seria a dificuldade encontrada por professores do primeiro segmento do ensino fundamental em ensinar seus alunos a multiplicar e dividir.

É muito importante observar que nas pesquisas mais comumente utilizadas caracterizam-se por um tipo de estrutura com as questões sobre qual ou em que tipo de raciocínio trabalhar, que papel ocupa a hipótese e como interpretar os resultados. (Thiollent, 2017). No caso da pesquisa-ação, este tipo de questionamento, não se exclui.

> Na linha convencional os pesquisadores valorizam, na estrutura de raciocínio, sobretudo regras lógico-formais e critérios estatísticos que nem sempre respeitam na prática. Na linha alternativa as formas de raciocínios são muito flexíveis. Ninguém pretende enquadrá-las em rígidas regras formais. No entanto, tais formas de raciocínio não excluem recursos hipotéticos, inferências e comprobatórios e também incorporam componentes de tipo discursivo ou argumentativo a serem evidenciados. Esses aspectos são raramente abordados na literatura sobre pesquisa-ação ou pesquisa participativa. (THIOLLENT, 2017, p. 34).

Como podemos observar, na pesquisa-ação não se desenvolve de uma forma desregrada e sem um controle de suas ações, ela é sim uma metodologia bem estruturada que possui regras e etapas bem claras. O fato é: muitas vezes as pesquisas tradicionais, em seus resultados, não desencadeiam uma ação prática, como nosso caso. Porém, "A principal preocupação em pesquisa-ação é solucionar um dado problema ou modificar uma situação específica" (DIONNE, 2017, p. 48).

Como vimos, a pesquisa-ação não é uma metodologia tradicional, porém, mesmo não sendo, também dispõe suas fases bem definidas, porém, não obrigada ao rigor de uma pesquisa tradicional, pois levam-se em conta as situações e circunstâncias que podem influenciar a pesquisa: como veremos, cada fase tem seus objetivos próprios.

Antes de apresentarmos as fases da pesquisa-ação e consequentemente a da nossa pesquisa, queremos inferir sobre a questão do rigor da pesquisa. Quando falamos de rigor nas pesquisas tidas como convencionas, estamos falando de toda tabulação de dados estatísticos, enquanto o rigor da pesquisa-ação se encontra no critério de se ouvir os participantes e aprofundar-se na situação buscando cuidadosamente identificar o problema.

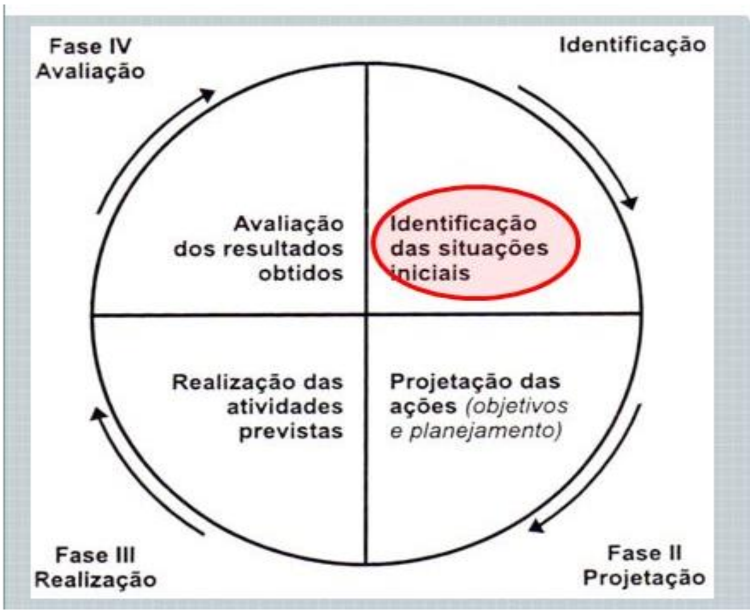
Observamos, de acordo com o autor, que a pesquisa-ação pode se dividir em mais ou menos fases. Dionne (2007) divide o processo em quatro fases. A primeira é a "*identificação das situações iniciais".* Nesta fase aconteceriam as intervenções do grupo, que é onde pode acontecer mudanças, pois ele visa melhor conhecer a situação e, assim, definir o ponto de partida (Dionne, 2007). A segunda fase é a "*projeção da pesquisa e da ação"*: é nela que seriam lançadas as possíveis soluções na tentativa de modificar a situação que foi evidenciada inicialmente.

A terceira fase é denominada "*realização das atividades previstas na pesquisa-ação".* Apesar do nome, já aconteceram ações anteriores a esta fase.

> É ilusório acreditar que a pesquisa-ação só começa a partir desta fase. Vale lembrar-se que as fases de identificação, projeção e planejamento são partes integrantes da abordagem da pesquisa-ação. Tudo está no seu lugar para que se implemente o projeto de pesquisa-ação com todos os participantes. (DIONNE, 2007, p. 109)

A quarta e última fase é denominada, "*avaliação dos resultados obtidos"* e caracteriza-se principalmente por ser a fase da avaliação final com relação aos objetivos traçados inicialmente. É também nela em que há a difusão dos resultados, além de estabelecer a continuidade do trabalho realizado. (DIONNE, 2007).

Figura 8. Fases definidas por Dionne (2017)



Fonte: (DIONNE, 2017)

Esta perspectiva com relação às fases da pesquisa-ação, desenvolvida por Dionne (2007), embora apresente-se em quatro fases, segundo Dionne elas se subdividem em 14 etapas e 35 operações, que não caberia esmiuçá-las, pois nos alongaríamos demais no tema.

3.1 Procedimento Metodológico

A ideia central do nosso trabalho apesar de não estar focada no aluno, mas, surge a partir de um questionamento com relação ao desempenho dos alunos dos anos iniciais em Matemática, pois em um momento de diálogo iniciais com os professores dos primeiros anos desta escola, podemos observar que de uma forma geral todos compartilhavam das mesmas inquietações, a forma para mudar esta situação. “Esse engajamento é constitutivo de boa parte das propostas da pesquisa-ação e pesquisa participativa, tais como são conhecidas na América Latina e em outros países do Terceiro Mundo” (THIOLLENT, 2017, p. 20).

Assim sendo, como toda situação que exige um envolvimento de todos os interessados, cabe então encontrar os que desejam de fato se envolver. Muitas vezes, embora mesmo identificando a situação e percebendo nela algo preocupante, o momento de mudança entre a reflexão com a ação demanda um esforço que nem todos estão dispostos a fazer.

Diante destas primeiras impressões iniciamos o nosso trabalho. Em um primeiro momento, a pesquisa deveria ser autorizada pelo comitê de ética da universidade, o que demandou um tempo razoável pois se tratando de uma pesquisa-ação, há que se observar o cuidado com a integridade dos membros.

De posse da autorização do comitê de ética, passamos a pleitear a autorização da Secretaria Municipal de Educação (SME) o que, embora tenha sido rápido, também demandou certo tempo. Depois desta trajetória, iniciamos a nossa pesquisa, ao final de 2018, aproximadamente em outubro. Ao retornar para a escola, surge um outro problema: a greve dos professores da rede, que reivindicavam o pagamento dos salários em atraso - apesar de nem todos estarem em greve, uma boa parte aderiu e, com isto, havia momentos em que não se encontrava qualquer professor na escola.

Diante deste quadro, o que coube fazer foi encontrar os professores em grupos menores ou até individualmente, a fim de que em um primeiro momento, pudesse ser aplicado o primeiro instrumento de investigação, um questionário. Além destes percalços, os professores tiveram que repor as aulas que não foram dadas e tiveram de abrir mão dos grupos de estudos, o que reduziu em muito os momentos de contato com eles.

Somente no final de novembro deste ano (2018), recolhi os questionários e os registros das poucas conversas com os professores. Apesar dos atropelos, algo ficou mais claro: os alunos de fato apresentavam mais dificuldade em Multiplicação e divisão e os professores não estavam conseguindo resolver isto. Ao final do ano, um encontro de fato foi realizado em um momento de grupo de estudos, neste grupo podemos falar mais sobre a respostas dos questionários. A continuação da pesquisa ficou para o ano seguinte.

3.2 O Campo de Pesquisa: CIEP 338 Célia Rabelo

A escolha desta escola para a realização da pesquisa se deu primeiro pelo fato primeiro de eu ser um dos professores da escola e porque as avaliações tanto internas quanto externas mostravam um quadro preocupante que demandava uma grande atenção, principalmente com relação aos alunos do primeiro segmento.

A escola, na verdade é um CIEP municipalizado, o 338 Célia Rabelo, que está localizado em Xerém, o quarto distrito de Duque de Caxias, Rio de janeiro, em uma área que não é central em relação ao distrito, mas que também não é de difícil acesso.

Duque de Caxias é um dos maiores municípios do estado e fica localizado na Baixada Fluminense. É também um grande arrecadador de tributos e impostos, ficando entre os oito maiores do país, com uma população de aproximadamente 600 mil habitantes; é um distrito que comporta uma grande quantidade de empresas e que ainda abriga uma refinaria de petróleo, a REDUC.

O CIEP 338 Célia Rabelo comporta uma grande quantidade de alunos divididos em dois segmentos, pois atende da educação infantil ao nono ano. Com um ótimo espaço, o CIEP conta com um pátio e uma quadra coberta, além de sala de vídeo, biblioteca, sala de leitura e sala de informática. Apesar da distância relativamente pequena entre o ponto de ônibus e a escola, ela conta ainda com vans e ônibus para o transporte de alunos.

Por ser um município com muitas indústrias e a grande migração de pessoas à procura de emprego, o CIEP 338 sofre com a grande rotatividade de aluno. Além disso, a escola, apesar de sua estrutura, sofre com o estigma de ser um CIEP, escola considerada como “escola de pobre”. Em muitos casos os pais preferem colar seus filhos em outras escolas.

Só como observação, o temo “escola de pobre”, surge no governo Brizola quando se tenta implantar as escolas de tempo integral que seriam as escolas que acolheriam os filhos de trabalhados que não tinham com que deixar os seus filhos pera ir trabalhar. Apesar de ser uma expressão antiga, ainda hoje se ouve.

3.3 Os Professores

Os professores que participaram da pesquisa em sua maioria são do primeiro segmento do ensino fundamental. O motivo disto é o fato de que, como escola funciona em dois turnos, os professores do segundo segmento vão à escola apenas dois dias, dificultando assim o contato, além disso a nossa investigação buscou identificar os possíveis entraves entre nos alunos do primeiro segmento.

Em relação ao grupo, são 7 as professoras que participaram da pesquisa, sendo todas as 7 do primeiro segmento. Dentre as professoras, apenas uma não tem ensino superior, mas com várias participações em cursos de formação oferecidos pela SME (Secretaria Municipal de Educação).

Com relação a formação das professoras participantes a distribuição se definiu da seguinte forma: 2 com formação em Pedagogia, 1 em Biologia, 3 com formação em Letras e 1 sem formação superior, mas com habilitação para os anos iniciais (curso normal). Em relação ao tempo na carreira, varia entre 15 a 25 anos de experiência.

As professoras estão bem divididas com relação às turmas em que atuam, sendo uma atuando no 1° ano, duas atuando no 3°, duas no 4º, uma dos 6º ao 9º e duas na Classe Especial. Apesar de serem 7 as professoras, quatro delas atuam em mais de uma turma, fazendo com que a representatividade com relação às turmas seja bem maior, pois o universo das turmas do primeiro segmento do ensino fundamental da escola gira em torno de aproximadamente 13 turmas.

3.4 Instrumento da Pesquisa

A partir de agora apresentaremos os instrumentos utilizados na nossa pesquisa. Os instrumentos foram, dois encontros com todos os professores, os encontros individuais, um questionário para conhecer o perfil das professoras e um instrumento para conhecer os tipos de situações utilizadas pelas professoras em suas aulas de matemática. Como falado anteriormente, devido à greve dos professores, muitas das ações a serem executadas foram deslocadas para o início do ano.

Uma das ações iniciais que permeiam a pesquisa-ação, com relação à coleta de dados, é o uso de grupo de observadores com a presença do observador que fica no controle do seminário, que no nosso caso foram os encontros em grupo. (THIOLLENT, 2017). "O papel do seminário consiste em examinar, discutir e tomar decisões acerca do processo de investigação" (THIOLLENT, 2017, p. 67). Esta fase foi realizada no início do ano, pois como foi falado a greve impediu a realização. Apesar dos problemas, conseguimos organizar o grupo que conta com a presença de todos os agentes da pesquisa.

Um outro instrumento utilizado na pesquisa são as entrevistas, (apêndice). "As principais técnicas utilizadas são a entrevista coletiva nos locais de moradia ou trabalho e a entrevista individual aplicada de modo aprofundado. (THIOLLENT, 2017, p. 73). Esta ação foi interrompida devido a greve que já foi citada, mas retomada a realização destas ao longo do trabalho. Ao retomarmos a etapa das entrevistas, ficou claro a necessidade de compararmos as respostas dos professores com a situação das turmas, com isto um outro instrumento foi utilizado, este aplicado aos alunos. O instrumento de pesquisa utilizado como forma de comparar as respostas das professoras, consistia em uma folha de atividades aplicada em uma turma do 5º de escolaridade e uma turma do 3º ano do ciclo.

A coleta de dados, também foi realizada com um questionário de pesquisa e como complemento da investigação, foi pedido aos professores que apresentassem entre cinco e oito situações problemas evolvendo as operações de multiplicação e divisão o que segundo Thiollent (2017, p. 73). "Ao lado dessa técnica (entrevista), também são utilizáveis questionários convencionais que são utilizados em maior escala". Embora o autor fale em maior escala e mesmo o grupo não se mostre grande, optamos pelos questionários como forma de auxiliar em questões como a dificuldade em encontrar todos os membros ao mesmo tempo.

O questionário foi organizado com 17 perguntas abertas (apêndice A) que buscam saber sobre a pessoa da pesquisa, como pergunta que buscam identificar e esclarecer as principais dificuldades encontradas para se ensinar as operações de Multiplicação e divisão. "Na concepção de roteiro dede entrevistas, questionários ou de outros [...] consideramos que tais elementos não visam orientar as respostas em função das expectativas dos pesquisadores" (THIOLLENT, 2017, p. 74). Sendo assim, a escolha de um questionário aberto. Como a nossa proposta de metodologia foi a da pesquisa-ação e segundo Dionne (2007, p. 85):

> A última fase da investigação é centrada na avaliação do procedimento e sobre os acompanhamentos a realização. A

> avaliação final de toda intervenção é, de certa maneira, “natural”, para nos revelar o grau de realização e de eficácia da ação projetada. Importa também difundir os resultados obtidos e examinar os possíveis acompanhamento na pesquisa e na ação para se dar continuidade a experiência.

Acreditamos, assim, ser neste ponto em que será apresentado o produto desenvolvido, que é fruto de todos os momentos da pesquisa que poderá ser feita uma análise de todo o trabalho desenvolvido, demonstrando a eficácia de todas as ações planejadas e desenvolvidas.

4 RESULTADO DOS ENCONTROS E DISCUSSÕES

Ao iniciarmos este trabalho, sempre buscamos ter em mente o que poderia estar acontecendo para que o desempenho dos alunos do primeiro seguimento do ensino fundamental do CIEP 338 Célia Rabelo com relação a matemática, mais especificamente com relação as operações de multiplicação/divisão. Acreditamos, que buscar entender o que vem acorrendo pode nos dar uma visão sobre o que também poderia estar acontecendo em outras escolas da rede.

Logo a partir desta visão, acreditamos que seria lógico partirmos do: **conhecer quais os tipos de situações problema utilizadas pelos professores do ensino fundamental, que desenvolvam nos seus alunos o raciocino multiplicativo.** Isto porque de acordo com Vergnaud (1986, p. 76), “nos seus aspectos práticos bem como nos seus aspectos teóricos, o saber forma-se a partir de problemas a resolver, quer dizer, de situações a dominar”. Sendo então as situações que dão origem a um determinado raciocínio. Vemos que segundo esta teoria, é imprescindível buscar desenvolver um conhecimento a partir de um ponto, as “situações”.

Quando focamos o desenvolvimento do conhecimento matemático através das situações, não desconsideramos de forma algumas a questão da operacionalidade do se fazer matemática ou no caso, aprender os algoritmos. Como fala GOLBERT (2009, P. 8) “Os algoritmos merecem ser estudados porque revelam a estrutura do sistema matemático. Ao refletir sobre como ele funcionam, como foram montados, os estudantes fazem uma análise reflexiva de padrões”. Mas acreditamos que uma situação suscite muito mais reflexão do que uma operação matemática realizada. Isto porque, entendemos estar claro que a operação é um caminho percorrido para se resolver uma situação e não o contrário, primeiro faço a operação, para depois verificar em que situação ela se encaixa.

Sobre o ponto de vista das situações, são elas as desencadeadoras dos conflitos cognitivos, provocando desequilíbrio e desencadeando uma imensa quantidade de reflexão, Golbert (2009). Mas quais situações? Podemos dizer que são muitas, porém, nos ateremos, aquelas apresentadas por Vergnaud (20014) em sua teoria e Magina, Merline e Santos (2010) em uma releitura das situações propostas por Vergnaud. Todas estas situações já foram mostradas neste trabalho, o que faremos agora, será uma comparação entre estas situações e as apresentadas pelos professores nesta pesquisa.

4.1 Os Professores e as suas relações com a matemática

Partindo da questão que falaremos, no caso as situações que os professores desenvolvem para propor o ensino de multiplicação/divisão, acreditamos ser interessante, entender a relação destes professores com a matemática, isto porque mostrar o perfil dos professores, pode nos ajudar a entender as suas práticas em sala de aula. Muitas vezes em conversas informais ouvimos dizer que os professores dos anos iniciais não sabem matemática por isso, a dificuldade dos alunos. Mas os professores entrevistados o que dizem? A Professora N respondeu da seguinte forma a esta questão:

> - Eu não posso dizer de todos, mas eu acho que a matemática como sempre foi pintada como bicho-papão é que acaba assustando.
> -Eu acho que os professores acabam optando pelo que eles têm, mais habilidade ou que gostam mais ou da formação deles.
> -Eu sempre gostei muito de matemática sempre procurei trabalhar muito a matemática que é uma coisa que eu sempre gostei, eu gostava de matemática desde a terceira série, até o ensino médio eu sempre gostei de matemática, mas eu acho que existe uma certa resistência, não diria que não saibam, mas tem uma certa resistência. Ou talvez também percebam que os alunos têm muito mais dificuldade em alfabetização letramento que acabam focando mais nisso." (Professora N)

Em um primeiro momento, podemos ver que esta professora não se define como alguém que tenha dificuldade em matemática, mas ao contrário sempre gostou de matemática. em sua fala, o que podemos observar é o fato de algumas professoras priorizarem o letramento em detrimento da matemática, deixando assim uma questão, que seria o tempo dedicado pelos professores dos primeiros anos ao ensino da matemática.

A professora M, respondeu a esta pergunta da seguinte forma:

> - Eu posso ser formada em matemática e fazer um péssimo trabalho.
> - Eu posso ser formada em pedagogia e fazer um ótimo trabalho em matemática, o que acontece, é que o professor não pode ficar muito longe dos estudos o professor tem que se atualizar. (Professora M)

Podemos ainda observar nas palavras da Professora M, que ela também não se sente como alguém que não sabe matemática, mas aponta algo que é bem interessante, que é a questão do professor se manter atualizado o que vem ao encontro com, MARIM e FREITAS (2014, p. 48) quando dizem: “ Na prática educativa desenvolvida pelos professores, percebe-se que quanto mais conhecimento esse professor tiver[...] maior suas possibilidades”.

Ainda dentro desta questão sobre o professor não saber matemática, temos a resposta da Professora K que também nos chamou a atenção. Ela se coloca como alguém que não tem dificuldade em matemática.

> - Eu acho que é bastante relativo, não são todos os professores.
> - Eu gosto muito da matemática, mas há coisas da matemática que eu não sei. Preciso estudar antes de passar para os alunos.
> - Teve as frações que eu tive que estudar métodos de chegar aos alunos.
> - Não acho que a gente não sabe matemática, eu acho que a gente não sabe passar a matemática. (Professora K)

Logo reforçando a questão sobre passa a matemática, nos apoiamos novamente em Marim e Freitas (2014, p. 48), quando diz que: “o docente em exercício necessita dominar os conteúdos a serem trabalhados em sala de aula com segurança e eficácia”. O que pode ser algo que venha influenciar na prática de sala de aula. E que pode recair na fala de Lorenzato (2010) sobre o professor dar aula, mas que isto não significa ensinar a matéria.

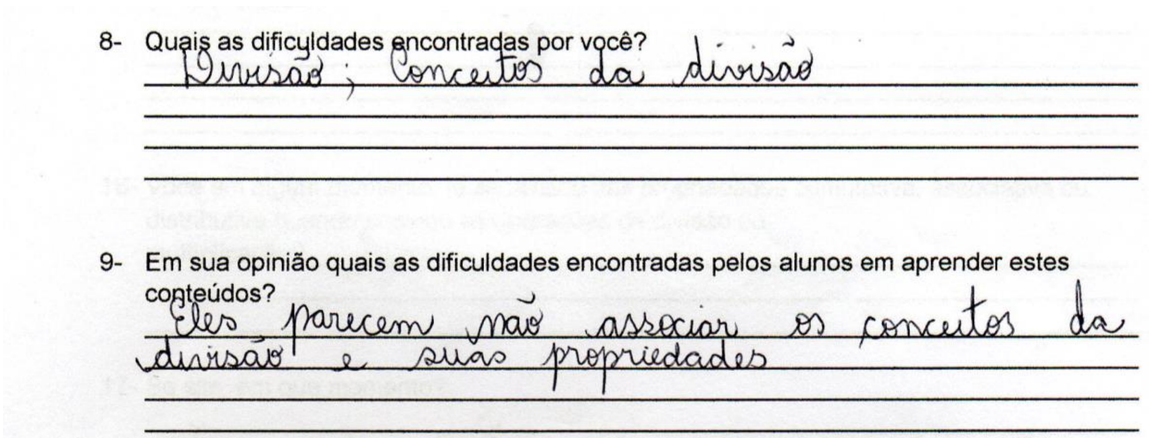
No que se refere a questão de o professor não saber matemática, acreditamos ser importante a discussão, porém não podemos atribuir o fato da matemática estar apresentando o desempenho que apresenta simplesmente pela questão dos professores do primeiro seguimento não saberem matemática. Há de se entender que os professores têm suas preferencias com relação a sua formação, mas isto não demonstra, pelo menos no CIEP 338 Célia Rabelo que os professores não saibam matemática. Acreditamos que estas afirmações estão muito mais na mística do que nos fatos, não encontramos base para acreditarmos que os professores do primeiro segmento não saibam matemática.

4.2 As respostas dos questionários

Após termos analisado as falas dos professores (apêndice E), acreditamos que caberia agora verificarmos as repostas dos questionários, isto porque em uma primeira análise observamos em algumas divergências. Onde nas entrevistas os professores disseram, não achar que os professores dos anos iniciais não saibam matemática, eles mesmos mostraram ter algumas dificuldades em conteúdos elencados para as séries que lecionam.

As perguntas, encontram-se em apêndice e diz respeito aos tópicos de matemática selecionados para turmas que eles os professores lecionariam. Em um primeiro momento, analisaremos a resposta da Professora K (figura 9)

Figura 9 Resposta do questionário Professora K



8- Quais as dificuldades encontradas por você?

Divisão; Conceitos da divisão

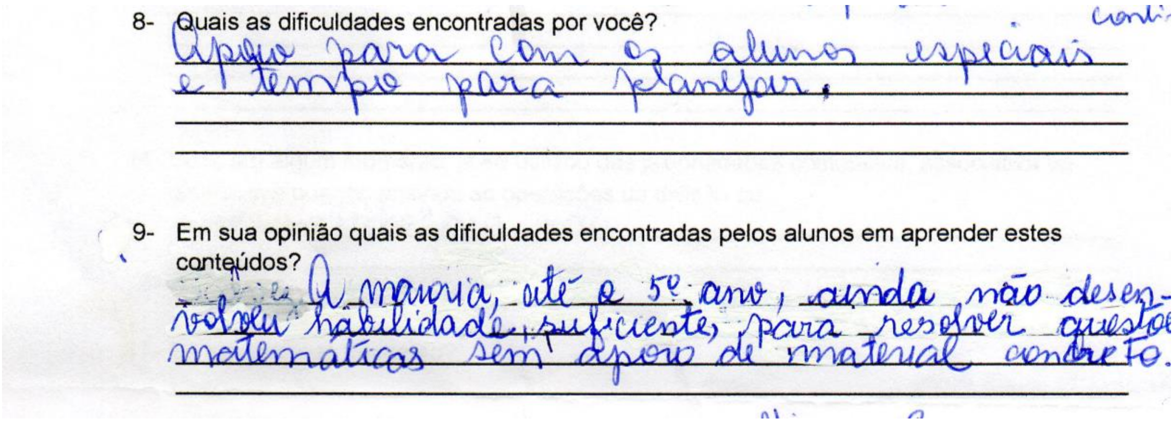
9- Em sua opinião quais as dificuldades encontradas pelos alunos em aprender estes conteúdos?

Eles parecem não associar os conceitos da divisão e suas propriedades

Fonte: Dados da Pesquisa

Ela mostra em sua resposta, que a sua dificuldade está não no conteúdo, mas sim nos conceitos envolvidos na operação e como podemos ver ainda na resposta seguinte, isto reflete-se nos alunos. Pois dizer então que parece-nos haver uma questão, que é a de a Professora K saber sim matemática, mas com relação a ensinar matemática e seus conceitos é para ela um complicador.

Figura 10 Resposta do questionário de pesquisa Professora G


8- Quais as dificuldades encontradas por você?

Apoio para com os alunos especiais e tempo para planejar.

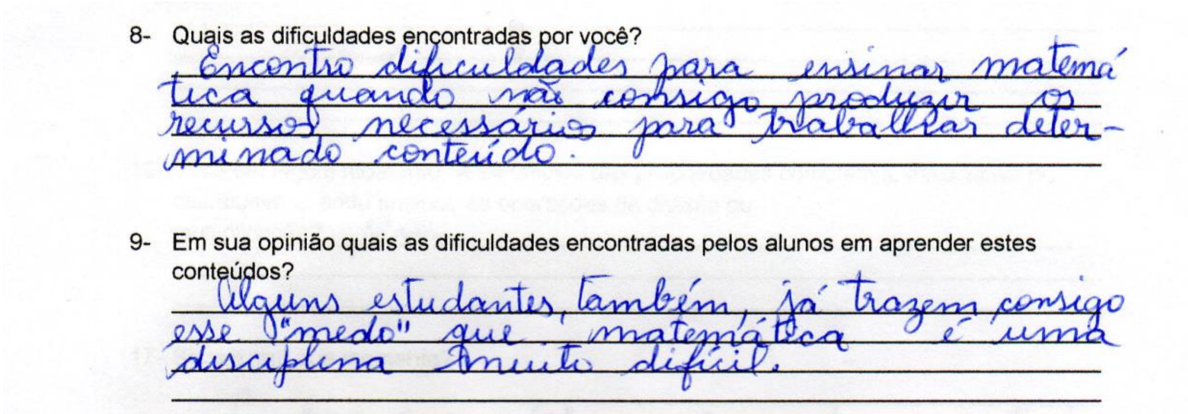
9- Em sua opinião quais as dificuldades encontradas pelos alunos em aprender estes conteúdos?

A maioria, até o 5º ano, ainda não desenvolveu habilidade suficiente para resolver questões matemáticas sem apoio de material concreto.

Fonte: Questionário de pesquisa

Sobre a Professora G (Figura 10), as dificuldades existem, porém, estão ao conteúdo, mas sim sobre o apoio necessário para lecionar e acompanhar os alunos inclusos que na maioria das escolas da rede encontram-se em sala regular. Apesar de ser de fato esterno ao conhecimento da Professora G percebemos sim ser um agravante esta situação. Porém cabe-nos chamara atenção para o fato de os alunos chegarem ao 5º ano ainda dependendo do apoia de material concreto para resolverem situações problema. Para Kamii (2001), existem quatro grandes objetivos para a aritmética nas séries iniciais, entre eles estão: “1. Tenham seu próprio raciocínio e desenvolvam confiança na própria habilidade de raciocinar. 2. Tornem-se capazes de resolver problemas por vários meios diferentes”, logo o que podemos ver com relação aos alunos da Professora G, é a questão da autonomia para resolução de situações problema, o que gera um agravante para o aluno que não confia em suas reflexões e por este motivo ainda apresentam necessidade de estar sempre apoiando-se em materiais concretos.

Figura 11 Resposta ao questionário Professora L



8- Quais as dificuldades encontradas por você?

Encontro dificuldades para ensinar matemática quando não consigo produzir os recursos necessários para trabalhar determinado conteúdo.

9- Em sua opinião quais as dificuldades encontradas pelos alunos em aprender estes conteúdos?

Alguns estudantes, também, já trazem consigo esse "medo" que matemática é uma disciplina muito difícil.

Fonte: Questionário de pesquisa

Com relação a resposta da Professora L (Figura 11), não entendemos bem o ela quis dizer quando fala em "produzir os recursos necessários para trabalhar determinados conteúdos" (Professora L). Acreditamos que os recursos a que ela se refere, diz respeito a matérias de apoio ou material concreto. Mas se colocarmos este material como situações que desenvolva o raciocínio multiplicativo, podemos então observar nesta professora a dificuldade com relação ao domínio dos conceitos matemáticos.

Ao refletirmos sobre a questão vista na fala da Professora L, nós voltamos para Maldaner (2012, p. 90), quando coloca:

> O domínio de técnicas e regras matemática, por si só, não garantem as condições para a resolução de problemas, mas é preciso que essas técnicas sejam construídas por meio de um cuidadoso processo que permita a compreensão dos conceitos envolvidos. A problematização, compreendida como um processo que leva ao cálculo refletido, possibilita que a capacidade de estabelecer relações numéricas, desenvolvida pelas crianças ao longo desse processo, atue de forma significativa no tratamento dos dados dos problemas, permitindo a sua resolução de modo mais fácil.

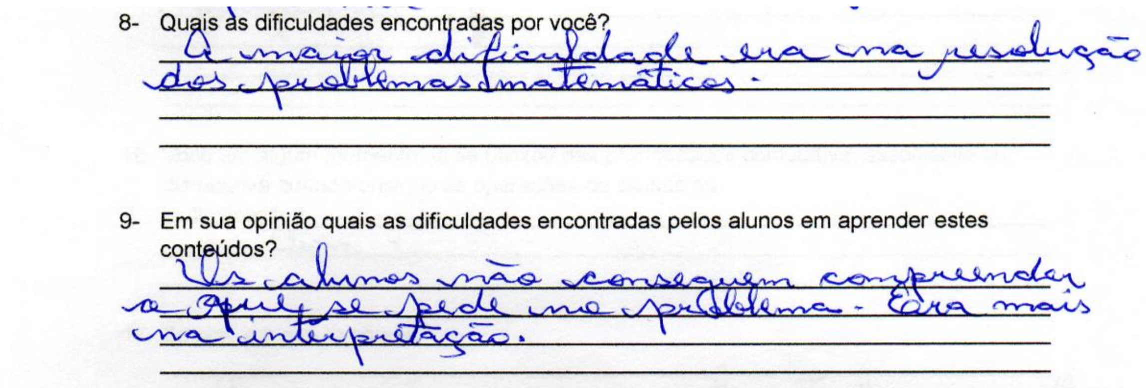
Nesta fala do autor, nos ateremos a questão dos conceitos matemáticos, pois sem entender o conceito envolvido nas situações matemáticas, o professor não tem como propor situações, pois o conceito não está entendido pelo professor, como ele pode avaliar a aprendizagem. Uma outra questão, em toda ação de ensinar existe uma intencionalidade, a mais óbvia, o aprender por parte do aluno. Quando por parte do professor a intenção não está clara, por ele não saber o conceito que o aluno deve aprender, como ele pode verificar a aprendizagem.

Ainda sobre a resposta da Professora L, ela coloca que os alunos trazem com sigo o “medo” da matemática. Tudo o que é novo pode trazer medo, porém, com o tempo e o domínio da situação este medo vai diminuindo. De acordo com Lorenzato (2010, p. 81):

> A descoberta é fundamental no ensino da matemática, pois, como sabemos, essa disciplina inspira medo aos alunos e fogem dela quem pode. No entanto, quando o aluno consegue fazer descobertas, as quais, na verdade, são redescobertas, então surge o gosto pela aprendizagem... e nenhuma área tem precisado mais que a matemática fazer com que seus alunos gostem delas.

O medo sempre haverá diante de situações novas, porém quando sentimos confiança em quem nos orienta, ficamos mais calmos e mais confiantes diante das situações. Quando apontamos o medo como um obstáculo, devemos lembrar que nós também sentimos medo. Logo cabe muitas vezes ao professor acalmar seus alunos e passar para eles confiança.

Figura 12 Resposta ao questionário Professora H



8- Quais as dificuldades encontradas por você?

A maior dificuldade era na resolução dos problemas matemáticos.

9- Em sua opinião quais as dificuldades encontradas pelos alunos em aprender estes conteúdos?

Os alunos não conseguem compreender o que se pede no problema. Era mais na interpretação.

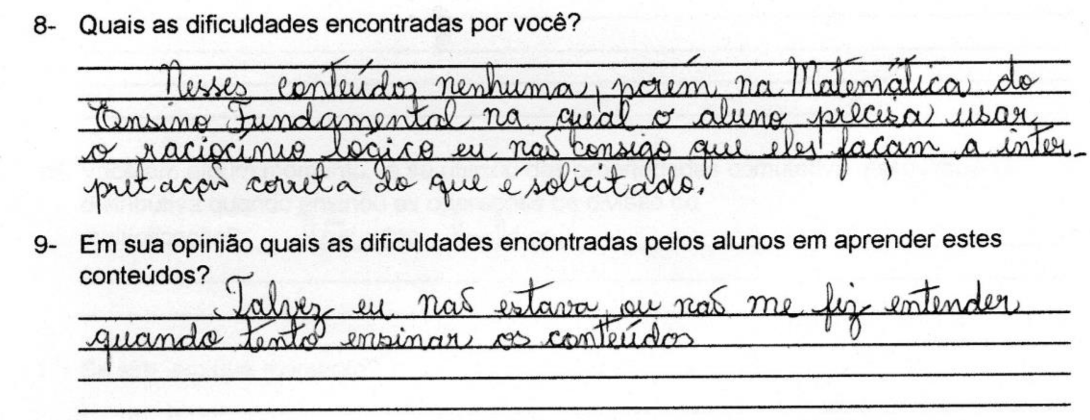
Fonte: Questionário de pesquisa

Mesmo em seu simplismo de resposta, observar a resposta da Professora H (Figura 12), nos deixa bastante inquietos, pois acreditamos ser a matemática uma ferramenta, que pode ser usada para ler o mundo, então seriam as situações a serem lidas e interpretadas por meio da matemática. Com isto acreditamos ser de competência do professor conhecer estas ferramentas e entender como funcionam e com isto possibilitar ao aluno utilizá-la para fazer esta leitura.

Entendemos aqui nestas respostas, que seria difícil determinar qual seria a dificuldade do aluno, se esta dificuldade está afirmativamente no professor.

Acreditamos que aqui cabe uma colocação. “O movimento faz sossegar as inquietações, faz enxergar mais a frente, faz ver com outros olhos. Enquanto a inércia pode ser o primeiro passo para o retrocesso” (SOUZA, LOPES, 2012, p. 99). Em certos casos reconhecer o problema deve gerar na pessoa um movimento, no caso desta professora acreditamos que sem dúvida caberia a ela um movimento, pois este tipo de situação não está diretamente ligado a um problema em si, mas em uma deficiência a ser resolvida.

Figura 13 Resposta ao questionário Professora N


8- Quais as dificuldades encontradas por você?

Nesses conteúdos nenhuma, porém na Matemática do Ensino Fundamental na qual o aluno precisa usar o raciocínio lógico eu não consigo que eles façam a interpretação correta do que é solicitado.

9- Em sua opinião quais as dificuldades encontradas pelos alunos em aprender estes conteúdos?

Talvez eu não estava ou não me fiz entender quando tento ensinar os conteúdos

Fonte: Questionário de pesquisa

A resposta desta Professora N (Figura 13), pode ser dividida em dois momentos. Em um primeiro momento, ela diz não ter dificuldade com relação ao conteúdo elencado, o que mostra que na opinião desta professora ela não tem dificuldade, ela sabe a matemática que se dispôs a ensinar. Em um segundo momento, ela diz não conseguir fazer o aluno raciocinar logicamente. O que demonstra uma grande semelhança com a Professora H (Figura 12). Nos dois casos podemos observar a questão de não conseguir fazer o aluno compreender as situações problema proposta.

Diante destas afirmações, apoiamos nossas considerações nas palavras Lorenzato (2010), sobre a questão de o professor dar aula ao contrário de ensinar. Para ensinar há uma necessidade de ter um domínio sobre o que se ensina, pois cobra-se do professor conhecer os vários conceitos envolvidos, isto não requer do professor ser especialista na área a ser ensinado, neste caso a matemática, mas aprofundar-se na conceitos e não nos procedimentos.

Uma outra pergunta incluída no questionário referia-se basicamente as operações matemática, logo as perguntas 16 e 17 do instrumento de pesquisa referiam-se as propriedades comutativa, associativa e distributiva. Estas perguntas se justificam, por entendermos que estas propriedades, são facilitadores do cálculo, levando ao aluno a ideia de que não há uma única maneira de se efetuar uma operação matemática e que estas propriedades permitem ao aluno, refletir sobre formas de realizar suas operações matemática. Permitindo a ele um recriar seus cálculos para uma forma que seja mais inteligível a ele.

Vergnaud (2014), trata destas propriedades ao falar dos Campos Aditivos, quando apresenta as operações de estado e transformação e elemento e relação. Porém em nossas perguntas, estávamos interessados em saber se as professoras utilizavam estas propriedades como facilitador do cálculo, buscando assim instrumentalizar melhor seus alunos.

Somente como forma de localizarmos o nosso trabalho, apresentaremos estas propriedades, lembrando que estas propriedades se encontram dentro do conjunto dos naturais (N) e que são validadas para a adição e multiplicação. A propriedade “comutativa”, diz respeito ao fato de se somarmos a com b, ou b com a, ou ainda se multiplicarmos a por b ou b por a, isto não alterará o resultado. Quando Vergnaud (2014) apresenta esta propriedade ele se refere ao cálculo relacional, ou como podemos falar, ele se refere a perda e ganho no Campo Aditivo, onde ganhar sete bolas de godê e perder quatro bolas de gude em partidas distintas, ou ao contrário disto não altera o que aconteceu no final das duas partidas.

Uma outra propriedade é a associativa, a qual se refer a questão de que entre três números (Valores) ou mais, tanto na soma como na multiplicação, não importa a ordem em que se faça estas operações, o resultado permanecerá o mesmo. Com relação a distributividade, ela refere-se a seguinte questão: quando se multiplica uma soma por um valor qualquer, a ideia é multiplicar primeiro cada parcela e depois efetuar a soma. Embora não pareça algo tão simples, esta é a forma da nossa multiplicação usual, mesmo não sendo explicita na primeira explicação.

Das oito professoras que responderam a estas questões, cinco disseram que sim, que utilizam destas propriedades para ensinar multiplicação e divisão, e três disseram que não. Destacamos então duas respostas como forma de ilustras as afirmações das professoras.

Figura 14 Resposta da Professora L nas questões 16 e 17

16- Você em algum momento, já se utilizou das propriedades comutativa, associativa ou distributiva quando ensinou as operações de divisão ou multiplicação? SEMPRE.

17- Se sim, em que momento?

NO ENSINO DA PROVA REAL; EXPRESSÕES NUMÉRICAS; FRAÇÕES.

Fonte: Questionário de pesquisa

Observamos na resposta desta Professora L (Figura 13), a ideia das propriedades sendo utilizada como forma de comparação de respostas, isto fica explicito quando em sua resposta cita a ideia da prova real, uma forma de apresentar ao aluno um meio de conferir a sua resposta. Podemos perceber também nos exemplos dados, que a propriedade distributiva não aparece.

Figura 15 Resposta da Professora H questões 16 e 17

16- Você em algum momento, já se utilizou das propriedades comutativa, associativa ou distributiva quando ensinou as operações de divisão ou multiplicação?

Sim.

17- Se sim, em que momento?

Com após em que eles tenham melhor entendimento. Por exemplo:
Comutativa: A sequência das operações não altera o produto. "Passar batom e pentear o cabelo / Pentear o cabelo e passar batom".

Fonte: questionário de pesquisa

Nesta outra resposta, embora a Professora H (Figura 15), diga usar as três propriedades, ela apresenta apenas um exemplo que no caso seria a da propriedade comutativa. Mesmo assim percebemos em seu exemplo uma forma bem lúdica de explicar a propriedade, algo que facilita a compreensão e consequentemente a aprendizagem.

Não ficou claro nas respostas das professoras, se elas conseguem entender as propriedades citadas em suas respostas, mas acreditamos que sim e com isto acreditamos que com relação aos cálculos ou com relação aos algoritmos as professoras demonstram conhecimento. A ideia de propor estas duas perguntas, se justifica, quando se busca compreender onde as professas localizam as suas práticas ao ensinar matemática. De uma forma mais clara queríamos perceber se haveria alguma incoerência das respostas dadas pelas professoras nas questões 9 e 10. Isto como podemos ver não foi mostrado, nos fazendo crer que de fato as professoras não demonstram dificuldade nos conteúdos matemáticos.

Uma outra intenção com estas questões, está no fato de se buscar perceber se as professoras priorizam os algoritmos em detrimento de se buscar fazer o aluno compreender a operacionalidade do número.

> O algoritmo é conveniente para os adultos, se já compreenderam o valor posicional dos números. Para as crianças no primário, contudo, que têm tendência para pensar em cada coluna como uma unidade, o algoritmo acaba por reforçar essa ideia. Em contra partida, se as crianças são incentivadas a inventar maneiras próprias de resolver problemas, [...] aos quais se permite o exercício do raciocínio dessa forma fortalecem e ampliam suas ideias. (KAMII, 2001, p. 58)

Concordamos com a autora em relação a questão sobre o algoritmo, pois, quando acreditamos ser simples compreender as operações, com isto desconsideramos a forma com que o aluno aprende acreditando ser ele alguém que raciocina como um adulto. Acreditamos que o ensinar as propriedades da multiplicação, dá ao aluno outras formas de refletir sobre a própria operação criar nele a possibilidade de desenvolver o seu próprio algoritmo. Desenvolvendo assim não só o seu raciocínio como também sua autonomia.

4.3 As situações matemáticas desenvolvidas pelos professores do CIEP 338 para ensinar multiplicação/divisão

Neste tópico, passaremos a analisar as situações desenvolvidas pelos professores do CIEP 338 Célia Rabelo, quando em suas aulas de matemática buscam desenvolver o raciocínio multiplicativo. Buscaremos verificar nestas situações os diversos conceitos ou relações que podem ser exploradas buscando assim compreender o entendimento das professoras sobre o que é a multiplicação/divisão.

Quando definimos claramente o que vem a ser multiplicação/divisão, isto nos leva a compreender segundo Nunes e Bryant (1997), um outro sentido que o número passa a ter. Onde ele antes era um identificador de quantidades nas relações parte todo existente nas operações de soma/subtração, agora ele entra em outro nível, passando a ser um operador um escalar. O que queremos compreender, é se os professores em suas situações conseguem compreender este tipo de mudança.

> [...] o estudo das relações multiplicativas mostra que há diversos tipos de multiplicação e de divisão, ou melhor, várias classes de problemas cuja solução pede uma multiplicação ou uma divisão. [...] A distinção destas diferentes classes e sua análise devem ser cuidadosamente abordadas a fim de ajudar as crianças a reconhecer a estrutura dos problemas e a encontrar o procedimento que levará a sua solução. (VERGNAUD, 2014, p. 265)

Por este motivo, analisar as situações problemas desenvolvidas pelas professoras em suas aulas de matemática, nos leva a reconhecer os conceitos multiplicativos explorados por elas. Com isto, podemos então compreender os conceitos que os professores intendem existir nas relações multiplicativas. Para Vergnaud (2014) as duas grandes categorias operacionais envolvendo a multiplicação, são as de relação ternária e quaternária. Segundo ele a maior parte destas relações multiplicativa é a relação quaternária. Ou como ele mesmos define, relaciona duas quantidades de um conjunto com duas outras de um outro conjunto. Vergnaud (2014). E a cada forma de relacionar estas grandezas envolve um tipo de dificuldade diferente para as crianças.

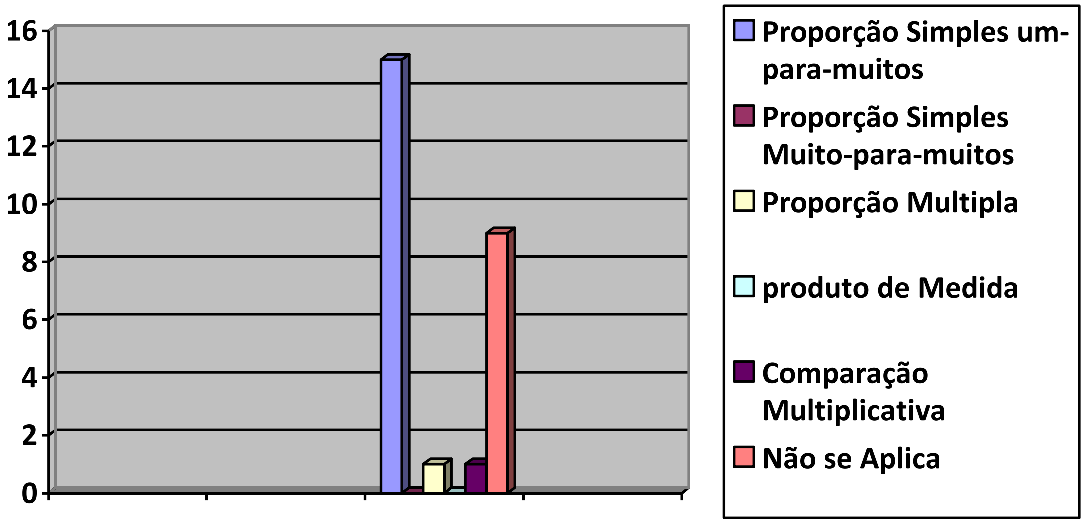
Segundo Souza e Magina (2010) e Magina, Merline e santos (2011), em seus estudos sobre a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), de Vergnaud (1990, 1991, 1994), pode-se fazer uma releitura das relações multiplicativas, as dividindo em eixos e classes. Com isto iremos analisar as situações desenvolvidas pelos professores do CIEP 338, a luz desta releitura. Todos estes eixos e classes, já foram devidamente apresentas em um capítulo anterior, mas de uma forma suscinta, os apresentaremos agora.

O primeiro eixo de das estruturas multiplicativas, é o de proporção simples de um-para-muitos, onde se relaciona grandezas distintas de dois conjuntos. Um exemplo é um carro para quatro rodas Nunes e Bryant (1997). O segundo eixo é o de proporções múltiplas, este eixo envolve ao menos duas proporções simples. Exemplo, dias pessoas e consumo de determinada coisa. O terceiro eixo, é o de comparação multiplicativa, neste caso as relações são ternárias pois as variáveis são de uma mesma natureza, e o que se busca, é uma comparação de tamanho destas duas variáveis, um exemplo é: quantas vezes um copo de 200 ml água é menor que um litro?

O quarto eixo é o de produto de medida, que também é uma relação ternária. “Essa forma de relação consiste em uma relação ternária entre três quantidades, das quais uma é o produto as duas outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional.” (VERGNAUD, 2014, p. 253). Como este tipo de situação não é muito explorada nos anos iniciais, cabe um esclarecimento, este tipo de situação divide-se em duas ideias, a configuração retangular e a combinatória. Um exemplo para relação retangular, é se um terreno mede 30 m de comprimento e 12 m de largura, quanto é a área deste terreno? Para combinatória, podemos dar o seguinte exemplo; com seis cores diferentes, de quantas formas eu posso pintar um abandeira usando duas destas cores?

Foi pedido as professoras que desenvolvessem entre cinco e oito situações, que normalmente elas utilizariam para trabalhar com os seus alunos os conceitos multiplicativos. Sendo assim apresentaremos os dados quantitativos que mostram quais situações as professoras, normalmente propõe para os seus alunos e se elas se encaixam nos eixos apresentados acima.

Figura 16- Gráficos das situações propostas pelos professores



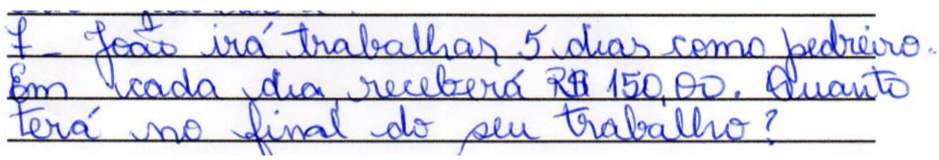
s

Fonte: Instrumento de pesquisa situações desenvolvidas pelos professores

O gráfico acima, representa a classificação des situações propostas pelas professoras. Das 26 questões apresentadas, 18 foram classificadas como pertencentes aos eixos definidos por Magina e Santos (2011), as outras 8 foram consideradas como não aplicáveis, não pela situação proposta, mas por ser colocada como definição de conteúdo e não situação.

Das 17 situações que foram classificadas como pertencentes aos eixos, 15 foram definidas na classe de um-para-muitos. Segundo NUNES e BRYANT (2997), "O tipo mais simples de situação manipulativa é provavelmente um no qual há correspondência um-para-muitos entre dois conjuntos". Embora simples esta é situação que segundo a autora, é a base para o conceito de proporção. Podemos observar este conceito no problema abaixo.

Figura 17 Situação problema do tipo um-para-muitos multiplicação.


1 – João irá trabalhar 5 dias como pedreiro. Em cada dia receberá R$ 150,00. Quanto terá no final do seu trabalho?

Fonte: Instrumento de pesquisa situações propostas pelos professores

Podemos observar na situação apresentada o conceito de um para muitos, onde um dia de trabalho equivale a um valor fixo. Esquematicamente poderíamos apresentar esta situação da seguinte forma.

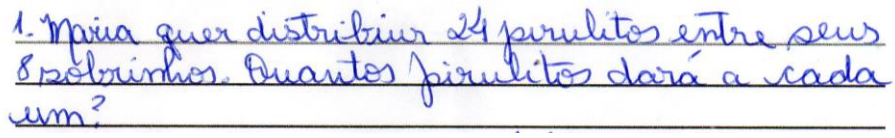
Dia Salário

1 → R$ 150,00 5 x

5 → X

Embora nesta situação possa parecer que basta apenas uma multiplicação, e isto não está totalmente errado, não podemos desconsiderar conceitos, um a questão da do fator escalar. O operador sem dimensão que torna a proporcionalidade verdadeira. O que no caso seria o cinco. Outro conceito que não está explicita mais que está inserida na situação, é a própria proporcionalidade onde ao se aumentar os dias trabalhados aumenta-se em uma mesma proporção o salário recebido.

Figura 18 - Situação Multiplicativa um-para-muitos, divisão.


1. Maria quer distribuir 24 pirulitos entre seus 8 sobrinhos. Quantos pirulitos dará a cada um?

Fonte: Instrumento de pesquisa situações propostas pelos professores

Como podemos ver nesta situação, a ideia e se buscar o valor pelo qual manteríamos constante a proporção entre e sobrinhos, ou a escala. Esquematicamente a representação e bem parecida com a situação anterior.

Sobrinho Pirulitos

1 → X

8 → 24 8 ÷

O que esta representa aqui de acordo com Vergnaud (2014) é uma função inversa a da multiplicação, passando da linha de baixo para linha de cima. O temos aqui continua sendo uma proporcionalidade, pois os pirulitos serão divididos igualmente. Uma outra forma de resolver esta situação, pode ser da seguinte maneira.

Sobrinhos Pirulitos

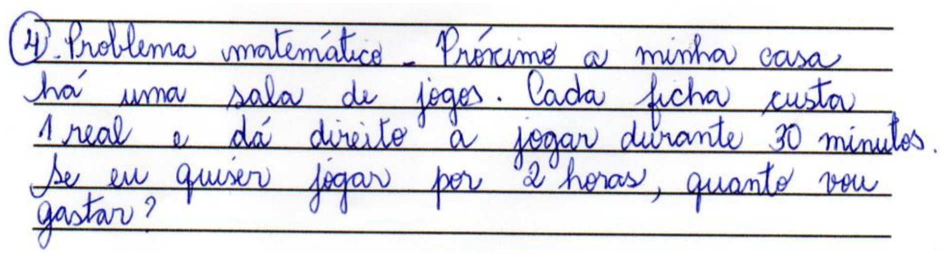
1 → X

8 3 x → 24

De acordo com Vergnaud (2014, p. 244). “Os operadores horizontais representam funções e expressam a passagem de uma categoria de medida a outra. Esta duas demonstram que de acordo com a situação, os esquemas desenvolvidos para sua solução, depende de como a criança reconhece as invariantes operatórias Campos (2002). Com isto o modo de realizar a operação necessárias para solução do problema pode variar.

A situação abaixo refere-se a uma proporção múltipla e apareceu apenas uma vez. Este tipi de situação, apareceu apenas uma vez como proposta de problemas. Acreditamos ser pelo fato de ser uma situação mais complexas que as usualmente utilizadas pelas professoras e com isto possivelmente ser julgada muito complexa para as turmas do primeiro segmento. Proporção múltipla, “como próprio nome já diz, trata-se de várias proporções. Portanto ele envolve pelo menos duas proporções simples.” (MAGINA, MERLINE e SANTOS, 2011, P. 7). Este tipo de situação, envolve perguntas intermediárias que possibilitam reflexões em busca da resposta para a pergunta principal. De acordo com Vergnaud (2014, p. 276); “Um exercício desse gênero favorece a busca por perguntas intermediárias e, de forma mais geral, de perguntas que tenham sentido em relação ao enunciado”. O que podemos então perceber, é que este tipo de situação não envolve apenas uma única operação para ser resolvida, mais várias operações intermediárias.

Figura 19 Problema de Proporção Múltipla


4) Problema matemático - Próximo a minha casa há uma sala de jogos. Cada ficha custa 1 real e dá direito a jogar durante 30 minutos. Se eu quiser jogar por 2 horas, quanto vou gastar?

Fonte: Instrumento de pesquisa situações propostas pelos professores

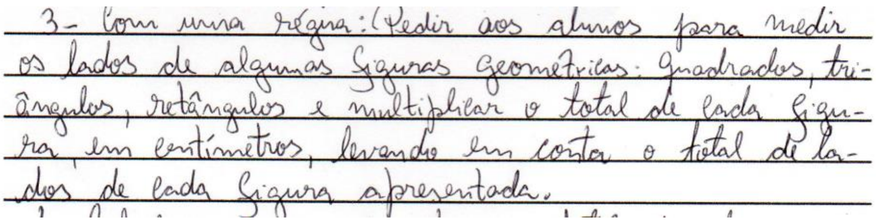
Esquematicamente, podemos apresentar este problema da seguinte forma.

Ficha	Valor	Tempo
1 →	R\$ 1,00 →	30 min
X →	X →	2 h

Embora pareça complexa a situação, podemos perceber neste problema a questão de se buscar informações intermediárias para sua solução o que demanda várias reflexões. Este tipo de situação, permite evidenciar o conceito de Invariante Operatória, pois os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação, são bastante utilizados, pois cabe aqui não apenas saber se determinada inferência e verdadeira ou falsa, mas se é pertinente. Este é um dos motivos de se propor este tipo de situação, avaliar o gral de complexidade do raciocínio dos alunos. Infelizmente, apenas uma situação desta foi proposta.

Esta outra situação que passaremos a mostrar, que aparece também uma única vez, foi classificada como produto de Medida, embora tenhamos, algumas observações.

Figura 20 Situação Problema produto de Medida


3- Com uma régua: (Pedir aos alunos para medir os lados de algumas figuras geométricas: quadrados, triângulos, retângulos e multiplicar o total de cada figura, em centímetros, levando em conta o total de lados de cada figura apresentada.

Fonte: Instrumento de pesquisa situações propostas pelos professores

Embora tenha sido classificada como produto de medida, temos como observação a própria classificação. Segundo VERGNAUD (2014, p. 253); “Essa forma de relação consiste em uma relação ternária entre três quantidades, das quais uma é o produto das duas outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional.” Como podemos ver a ideia de produto está explicitada na palavra “multiplicar”, porém, não se observa a questão de a multiplicação dar origem a uma outra medida. Notemos aqui, uma questão também bastante relevante, a ideia de valores contínuos, que no caso são as medidas.

O que podemos inferir sobre a situação apresentada, é que se a professora sugerir que os alunos calculem a área a partir das medidas feitas, sim esta é uma situação de produto de medidas. Mas como não ficou claro se os alunos fariam apenas uma multiplicação ou o cálculo da área, queremos acreditar que é uma situação de produto de medida.

A próxima e última situação, refere-se a Comparação Multiplicativa. Somente uma foi apresentada. Embora os marcadores verbais não estejam explícitos.

Figura 21 Situação Problema Comparação Multiplicativa

2) Antônio tem 6 dezenas de bolas de gude e seu irmão tem o quádruplo. Quantas bolas de gude tem o irmão de Antônio?

Fonte: Instrumento de pesquisa situações propostas pelos professores

Os marcadores verbais a que nos referimos, são as expressões “vezes mais” ou “vezes menos”. “As expressões linguísticas “três vezes mais”, “três vezes menos” estão inevitavelmente presentes no enunciado dessas formas de relação. Elas não são utilizadas evidentemente no estudo dos isomorfismos de medida,” (VERGNAUD, 2014, p. 263). No caso desta situação o termo “quádruplo” pode sim expressar o marcador como “quatro vezes mais”.

Embora o marcador escalar quatro esteja entendido quando se coloca a palavra quadruplo, esta situação pode ser explorada de forma diferente se perguntarmos quantas vezes mais bolas de gude um irmão tem a mais que outro ou ao contrário quantas vezes menos bolas de gude um irmão tem a menos que o outro. O que de acordo com VERGNAUD (2014, p. 264). “A forma verbal das perguntas[...] arca a diferença entre a noção de medida e a de escalar.” Isto porque os conjuntos têm a mesma natureza, bolas de gude, e que se busca é comparar quanto um conjunto é maior ou menor que o outro.

Não podemos identificar outras situações como produto de Medidas Combinatória, Produto de Medidas Configuração Retangular ou Proporção Simples muito-para-muitos. O que nos mostra um repertório reduzido de situações explorada palas professoras. Acreditamos que elas têm buscado dar maior atenção as operações matemáticas “algoritmos” e suas regras operacionais.

Como exemplo disto, iremos mostrar algumas situações que não se adequaram aos eixos.

Figura 22 Situações que não se aplicam

· Iniciando a divisão costumo utilizar material concreto como lápis de cor, tampinha de garrafa entre outros, assim os alunos fixam com maior facilidade.

· Na multiplicação inicio fazendo agrupamentos, parcelas iguais e somando, utilizando a adição os alunos aprendem melhor.

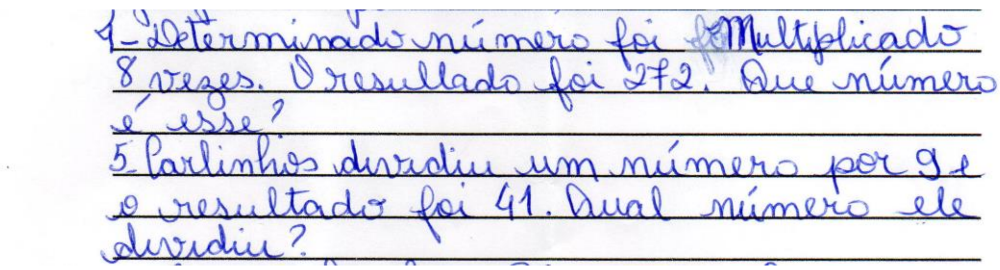
Fonte: Instrumento de pesquisa situações propostas pelos professores

Nestas situações apresentadas, observamos a preocupação da professora em primeiro desenvolver, os esquemas de ação. Segundo Moreira (2002, p. 12). “[...] esquema é a organização invariante do comportamento para uma dada classe de situação.”. O que no caso seria a ação de separa objetos. Já Vergnaud (1996), define que esquema, como forma organizada de comportamento para uma determinada situação.

Um outro ponto que nos chama atenção, é a afirmação da professora quando diz que para multiplicação, ele se utiliza de somo de parcelas iguais, definindo assim que o conceito básico de uma multiplicação, é a soma de parcelas iguais. Embora já tenhamos falado sobre isto neste trabalho, não seria muito ressaltar que este tipo de conceito não é o único contido na operação de multiplicação.

Outro exemplo sobre as situações que não se encaixaram nos eixos referidos, mas, nos mostra que as professoras têm buscado desenvolver com os alunos outras relações com respeito a multiplicação/divisão.

Figura 23 Situação que não se encaixa nos eixos de situação multiplicativas


1- Determinado número foi Multiplicado 8 vezes. O resultado foi 272. Que número é esse?
5 Carlinhos dividiu um número por 9 e o resultado foi 41. Qual número ele dividiu?

Fonte: Instrumento de pesquisa situações propostas pelos professores

Como podemos observar, a situação acima não se classifica como multiplicativa, isto pelo seu próprio enunciado. Mas como podemos observar ela propõe um tipo de resolução que sugere uma divisão do tipo Euclidiana. Segundo (HEFEZ, 2005, p. 35). “Mesmo quando um número natural “a” não divide o número natural “b”, Euclides, nos seus Elementos, utiliza, sem enunciá-lo explicitamente, o fato de que é sempre possível efetuar a divisão de b por a, com resto. Logo embora não fique claro, se há resto na divisão, esta proposição pode suscitar um outro tipo de divisão, aquela onda há resto.

> Em um plano conceitual, enquanto a adição, a subtração e a multiplicação são sempre exatas, no sentido de que o resultado resulta efetivamente da aplicação do operador ao operando, a divisão, por sua vez, não é sempre exata e o quociente não é, por si só, o resultado da aplicação do operador ao operando. O verdadeiro resultado é o par (quociente, resto), podendo o resto ser nulo. (VERGNAUD, 2014, p.189)

Como podemos observar a situação proposta, suscita uma outra reflexão sobre a divisão, o que é bem interessante, pois afinal as divisões nem sempre são exatas. Ao nosso entendimento, esta situação proposta vem responder a um questionamento feito com relação aos nossos objetivos; verificar se os professores utilizam as propriedades de divisão e/ou multiplicação mesmo que intuitivamente e com isto fomente novas formas de resolução de situação problema com seus alunos.

Como podemos observar, esta professora mais do que propor atividade voltadas para as propriedades, introduz conceitos novos. Ao propor esta situação, a professora propicia aos seus alunos novos tipos de reflexão. Embora ao nosso entender, esta situação poderia ser apresentada dentro de um enredo, devemos tem a humildade em acreditar que nem sempre nós mesmos estamos completamente voltados para propor sempre situações, quando buscamos trabalhas os conceitos matemáticos com nossos alunos.

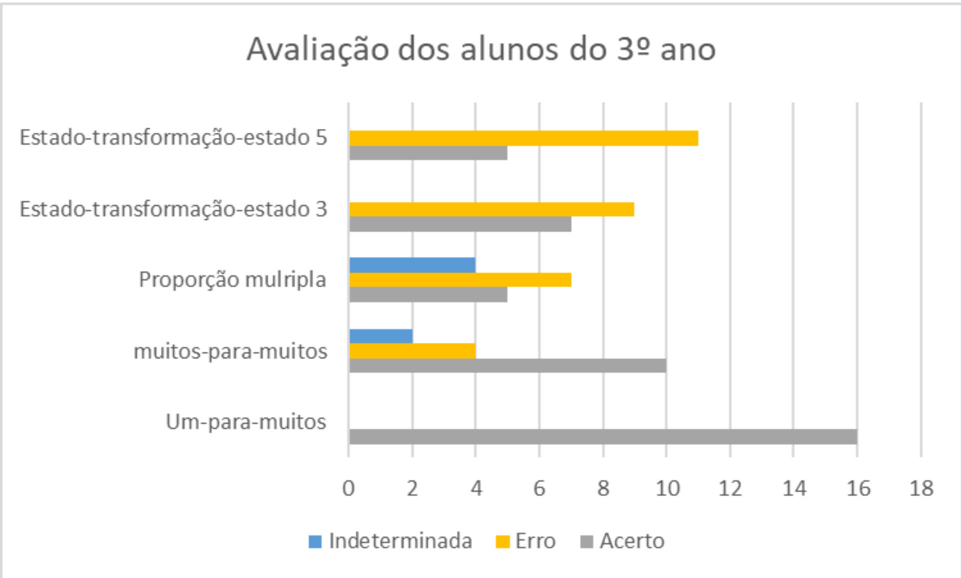
4.4 Os alunos do 3º e 5º ano e as suas resoluções para problemas do Campo Multiplicativo

Após termos feito o levantamento das situações propostas pelos professores, percebemos que as situações em sua maioria se concentravam no eixo de proporção simples, um-para-muitos. Situações do tipo proporções múltiplas, produto de medida, comparação multiplicativa e combinatória, apareceram uma ou nenhuma vez. Então, surgiu um questionamento; como os alunos se comportariam resolvendo outros tipos de situações do Campo Multiplicativo que não as que eles estavam habituados?

Diante deste questionamento, propusemos aplicar a alunos de uma turma do 3º ano do ciclo de escolaridade e a alunos de uma turma do 5º ano de escolaridade uma atividade de matemática contendo situações problema enquadradas nos eixos dos Campos Multiplicativos. O motivo para isto foi o fato de que nas entrevistas, (Apêndice E) surgiu a questão de os professores priorizarem a alfabetização nos primeiros anos do ciclo, diante disto, em sendo o 3º ano do ciclo o ponto onde teoricamente as crianças já estariam alfabetizadas, logo seria ali o início de uma maior ênfase em matemática. Por sendo assim, seria no 5º ano o final desta aprendizagem matemática básica.

A atividade proposta para o 3º ano, consistia em uma avaliação composta por cinco situações, uma de proporção simples uma-para-muitos, uma de proporção simples muito-para-muito, uma de proporção múltipla, além de duas do campo aditivo que seria para, dando o estado inicial e o estado final, descobrir a transformação. As do Campo Aditivo, foram colocadas apenas para comparação, embora não tenha sido o foco da nossa pesquisa, queríamos observar as estratégias de resolução destes alunos para este tipo de situação. Esta atividade foi realizada por 16 alunos. E o gráfico abaixo mostra o desempenho destes alunos para atividade.

Gráfico 1 Tabulação das atividades realizadas pelos alunos do 3º ano

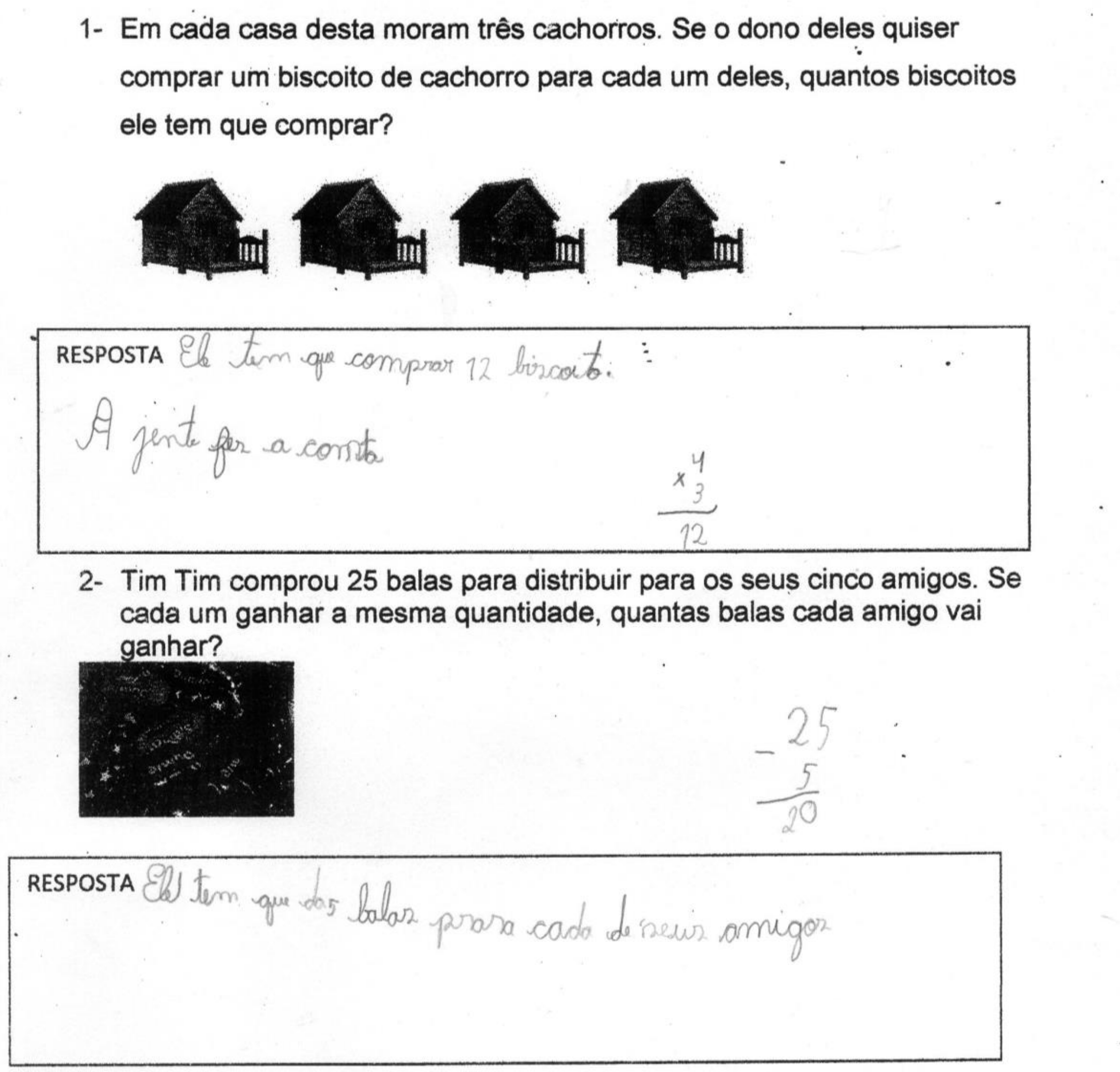


Fonte: Levantamento das respostas dos alunos do 3º ano

Em um primeiro momento podemos observar que os alunos do terceiro ano não tiveram qualquer problema em resolver a situação do Campo Multiplicativo envolvendo a relação um-para-muitos, todos os 16 alunos acertaram a questão. Com relação a questão muitos-para-muitos foram 10 acertos. Já a questão de proporção múltipla, houve 7 acertos. De acordo com Nunes; Bryant (1997, p. 143), “O tipo mais simples de situação manipulativa é provavelmente um no qual há correspondência um-para-muitos entre dois conjuntos”. Como podemos observar isto se prova, pois neste caso toda a turma acertou a questão. Já a relação muitos-para-muitos, os acertos não foram tantos, mas, bastante consideráveis, pois, 10 acertos, significa aproximadamente 63% de toda a turma, levando-se em conta que esta turma é um 3º ano e que o foco com relação a matemática ainda está na soma e a subtração, e que a situação envolvia uma divisão, podemos considerar um ótimo desempenho.

Com relação ao problema citado acima, este tipo de relação não é visto pelos alunos do 3º ano com muita frequência e segundo NUNES at (2009, p. 89), “A divisão, como a multiplicação, envolve duas variáveis numa relação constante. Porém, é muito mais difícil perceber essa estrutura nos problemas de divisão do que nos problemas de multiplicação”. De fato, estas situações podem envolver as crianças em situações que normalmente acostumadas. Mas como as crianças reagiram diante das situações?

Figura 24 Resposta do Aluno M de 8 anos para duas situações multiplicativas


1- Em cada casa desta moram três cachorros. Se o dono deles quiser comprar um biscoito de cachorro para cada um deles, quantos biscoitos ele tem que comprar?

RESPOSTA Ele tem que comprar 12 biscoito.
A jente fez a conta

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times\ 3 \\ \hline 12 \end{array}$$

2- Tim Tim comprou 25 balas para distribuir para os seus cinco amigos. Se cada um ganhar a mesma quantidade, quantas balas cada amigo vai ganhar?

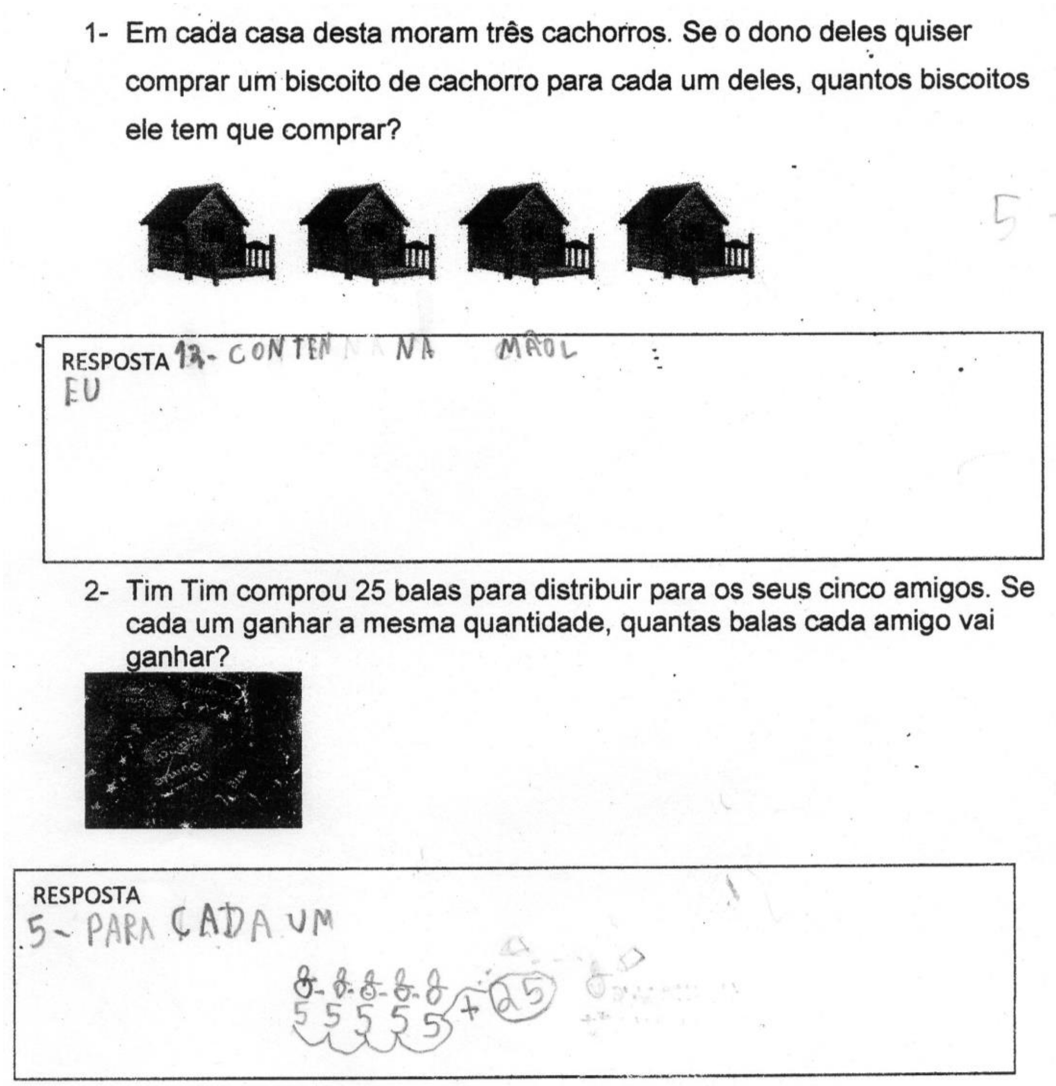
$$\begin{array}{r} 25 \\ -\ 5 \\ \hline 20 \end{array}$$

RESPOSTA Ele tem que das balas prara cado de seus amigos

Fonte: Respostas dada por um aluno do 3º ano

Como podemos observar, o Aluno M (Figura 24) já se apropria dos algoritmos na resolução de situações problemas, porém, na segunda situação o seu esquema de ação envolve uma relação parte todo e não distribuição. Já na resolução abaixo, os algoritmos não aparecem, mas podemos observar bem claro os “invariantes operatórios”.

Figura 25 Respostas dadas pelo Aluno L para situação do tipo Multiplicativa



1- Em cada casa desta moram três cachorros. Se o dono deles quiser comprar um biscoito de cachorro para cada um deles, quantos biscoitos ele tem que comprar?

RESPOSTA 12- CONTEN NA MÃO EU

2- Tim Tim comprou 25 balas para distribuir para os seus cinco amigos. Se cada um ganhar a mesma quantidade, quantas balas cada amigo vai ganhar?

RESPOSTA
5- PARA CADA UM
5 5 5 5 5 + 25

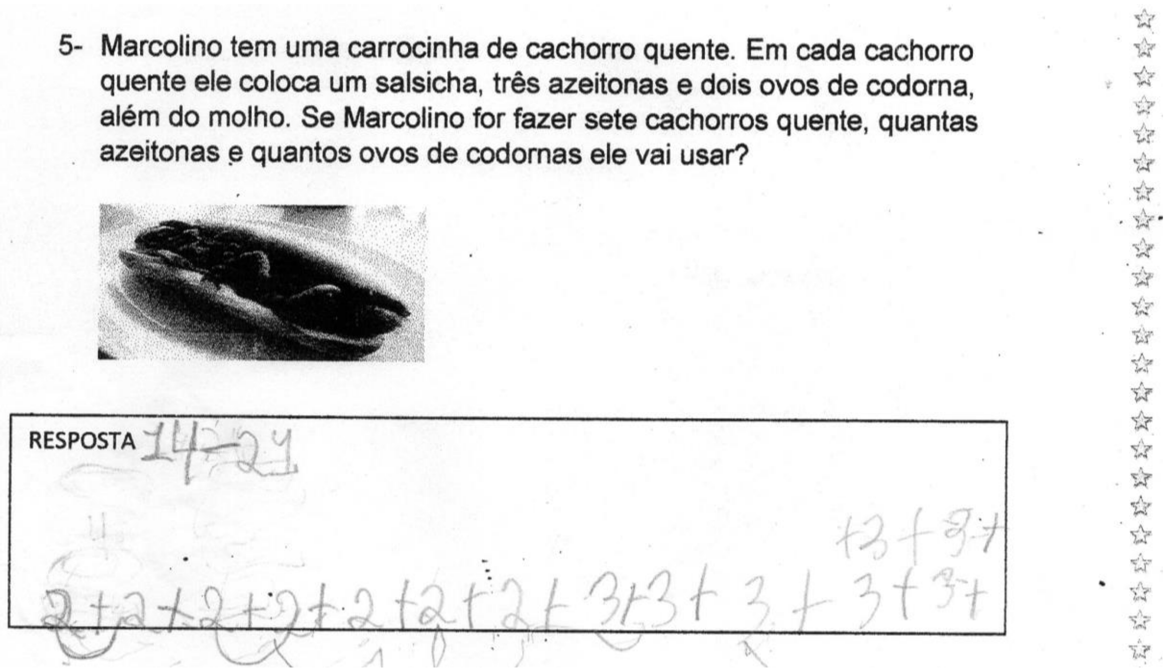
Fonte: Respostas dada por um aluno do 3º ano

Como podemos ver, o “conceito-em-ação” aqui identificado pelo Aluno L (figura 25), foi o de distribuição equitativa, onde tanto os amigos e os cachorros deveriam receber quantidades iguais. Já com relação ao “teorema-em-ação”, foi distinto em cada situação. Na primeira situação o Aluno L contou nos dedos agrupamentos de três, já na segunda situação, a sua representação embora tenha tido o mesmo princípio, contar agrupamentos de cinco, a representação foi diferente.

Nas palavras de CAMPOS (2002, p. 13); “são os invariantes operatórios que fazem a articulação essencial entre a teoria e prática,” logo observar a conduta dos alunos nas suas resoluções, pode nos dizer muito sobre como estão refletindo.

Com relação as respostas dadas pelos alunos para a situação número 5 nos surpreendeu bastante, pois foram 7 acertos para uma situação, que como vimos pelo levantamento feito, é pouco explorada pelos professores.

Figura 26 Resposta dada pelo Aluno M para situação de proporção Múltipla

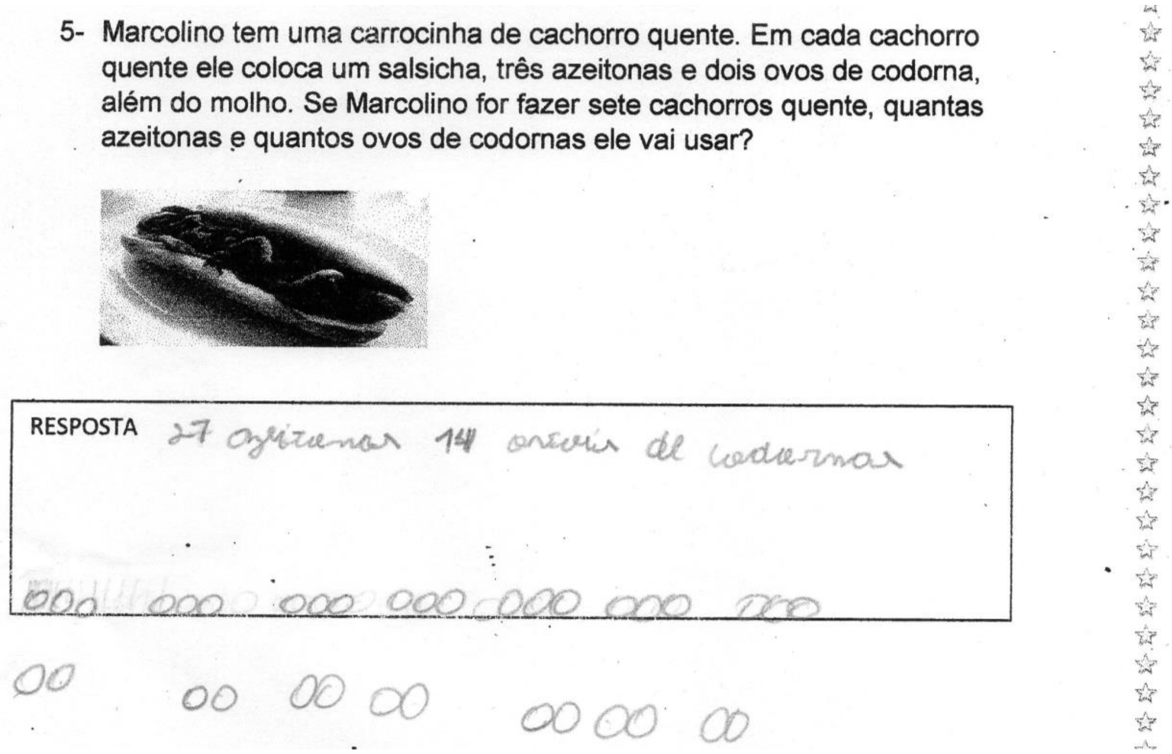


Fonte: Respostas dada por um aluno do 3º ano

Embora, tenhamos classificado esta situação como proporção múltipla, onde deveríamos apresentar a relação entre avos a azeitonas, acabou que nos pareceu ter ficado como duas situações de proporção simples. Porém o que nos ateremos, são as respostas dadas. Como podemos ver a estratégia utilizada pelo Aluno M (Figura 17) para a resolução desta situação, é parecida com as utilizadas nas outras situações. De certa forma não poderia ser diferente, mas neste caso, ao aluno, foi pedido duas respostas, requerendo dele uma reflexão mais atenta.

Uma outra resposta dentre as que foram consideradas certa, foi a do Aluno P (Figura 19), para suas respostas, a representação foi diferente, porém o conceito foi o mesmo, separar em partes os avos e as azeitonas, levando-se em conta a relação dois para três.

Figura 27 Resposta do Aluno P (Invariante operatória)

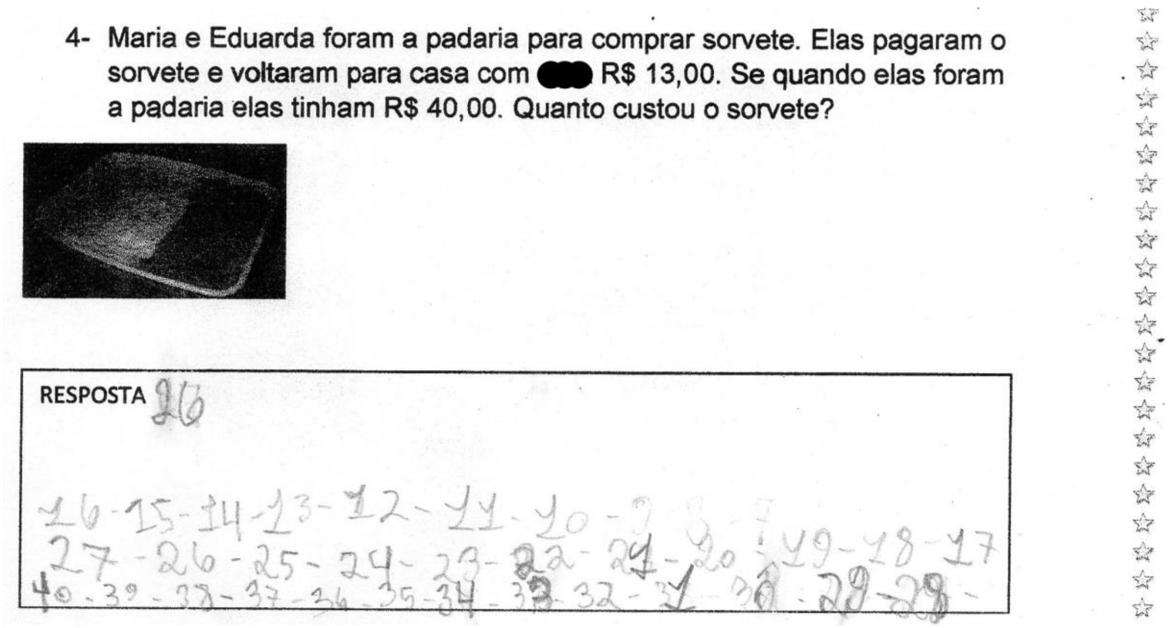


Fonte: Respostas dada por um aluno do 3º ano

O que podemos observar em todas as respostas, é a tipificação da definição de conceito. O que é definido como um tripé de situação, invariantes e representação Vergnaud (1996, a), assim o que reforça, afirmação do próprio Vergnaud. “Em primeiro lugar nos seus aspectos pragmáticos, bem como nos aspectos teóricos, o saber forma-se a partir de problemas a resolver, que dizer, de situações a dominar.” (VERGNAUD, 1986, p. 76). O mais interessante, é que os alunos não se furtaram de buscar as respostas, mesmo não tendo familiaridade coma situação.

Como podemos observar, os alunos do 3º ano, de um modo geral não apresentaram dificuldade em resolver problemas do Campo Multiplicativo, porém, no que se refere as situações do Campo Aditivo, notamos uma condição inversa. Em sua maioria os alunos não acertaram os problemas. Não só por uma questão conceitual, como por uma questão procedimental. O que reforça a ideia de que apesar de acreditar na existência de uma estreita semelhança entre a multiplicação e soma, nem sempre as suas resoluções são semelhantes.

Figura 28 Resposta do Aluno P para situações da Campo Aditivo



4- Maria e Eduarda foram a padaria para comprar sorvete. Elas pagaram o sorvete e voltaram para casa com [redacted] R$ 13,00. Se quando elas foram a padaria elas tinham R$ 40,00. Quanto custou o sorvete?

RESPOSTA 26

16-15-14-13-12-11-10-9-8-7

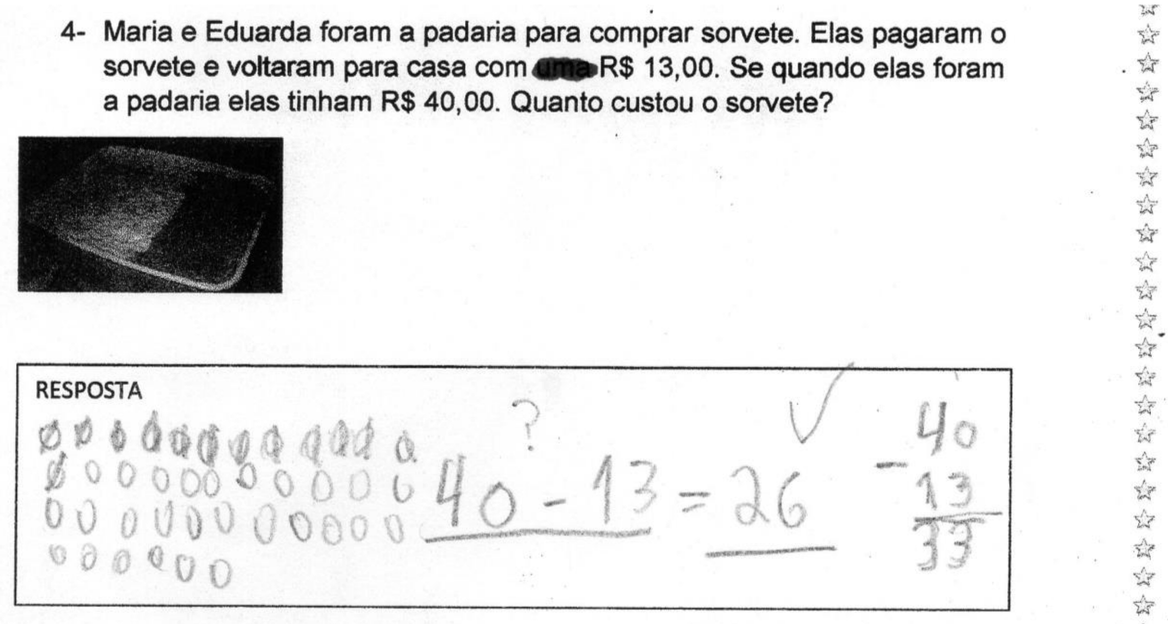
27-26-25-24-23-22-21-20-19-18-17

40-39-38-37-36-35-34-33-32-31-30-29-28-

Fonte: Respostas dada por um aluno do 3º ano

A situação aqui apresentada, sugere uma transformação com valores relativos, o que no caso sugere uma perda. Segundo Vergnaud (1986, p. 76), "A primeira concepção da subtração, para uma criança pequena, consiste na diminuição de uma quantidade inicial, por consumo, perda ou venda, porá exemplo". O que podemos ver aqui, é que o aluno apesar da estratégia, demonstrou uma dificuldade com relação a contagem. Apesar de compreender que o valor pago deveria ser maior que o valor que foi levado, o Aluno P (Figura 20), esbarra na questão de registro e da contagem.

Figura 29 Resposta do Aluno LF referente a questão 4 Campo aditivo



Fonte: Respostas dada por um aluno do 3º ano

A resposta do Aluno L.F (Figura 29), não só pelos cálculos que não levaram em consideração a operação com reserva, mas também, pelo aluno não a incoerência em seus cálculos mesmo tendo se utilizado do registro pictórica[1]. Para VERGNAUD (1986, P. 79); "Os problemas de ensino das matemáticas não se resolvem por definição, e as concepções erradas dos alunos só podem mudar verdadeiramente se entrarem em conflito com situações que elas não permitem tratar." Diante desta afirmação, as respostas devem servir para confrontar o aluno, com as suas certezas permitindo a eles as avaliarem com relação ao certo e ao errado.

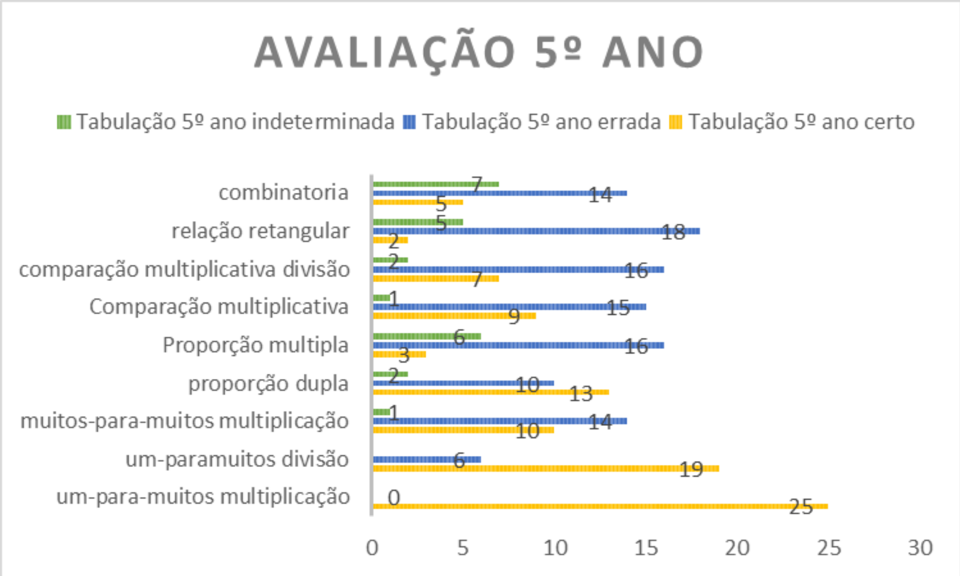
Não nos deteremos nesta questão, mas nos chamou a atenção para o fato de que se por concepção os alunos iniciam a aprendizagem dos conceitos matemáticos pelas operações de soma/subtração, acreditamos que o desempenho destes alunos deveria ser melhor nestas situações.

Passaremos agora a apresentar os resultados da turma de 5º ano. O gráfico abaixo, refere-se ao desempenho da turma. Esta avaliação, contou com 9 questões, e todas buscavam entender o raciocínio multiplicativo destes alunos. A avaliação

[1] Pictograma: ilustra tanto a numerosidade quanto a aparência dos elementos. Os elementos são uma tentativa de cópia da realidade.

que encontrasse em anexo, contou com uma questão para cada classe de situação dentro dos dois eixos, os quais se referem Magina e Santos (2011).

Gráfico 2 Tabulação das respostas do 5º ano



Fonte Tabulação das respostas dadas pelos alunos do 5º ano

Como podemos ver, os alunos em sua totalidade acertaram a questão 1 que era da classe um-para-muitos multiplicação, porém, esta questão foi a única em que a turma demonstrou total compreensão. As demais o desempenho se mostrou bastante diferente.

Durante a avaliação, aproveitamos para entrevistar a professora da turma para saber de que forma ela iniciava a introdução dos conceitos envolvidos na multiplicação/divisão. A nossa pergunta foi:

- De que forma você inicia o conteúdo de multiplicação e divisão?

- Eu início a multiplicação e a divisão através de situações.

Como a resposta da professora foi de que ela buscava ensinar por meio de situações problema, acreditamos em um primeiro momento que não haveria dificuldade para os alunos em um primeiro momento compreender as situações propostas. Porém, durante a aplicação das avaliações, a professora nos relatou que ainda não tinha trabalhado com os alunos o conceito de área e volume. Isto já nos mostrou que o desempenho dos alunos na questão 8 que tratava deste assunto não seria obviamente acertada pelos alunos. O que foi comprovado pelo resultado apresenta no gráfico.

Mesmo sendo a relação retangular o conceito que não foi trabalhado pela Professora C e que poderia trazer dificuldade para os alunos, podemos observar que fora a questão 1, os alunos mostraram dificuldade em todas as outras questões. Principalmente nas situações de muito-para-muitos, comparação multiplicativa, proporção múltipla e combinatória. O que acaba por reforçar os levantamentos feitos com relação as situações propostas pelos professores que em sua maioria e da classe de um-para-muitos.

Embora os resultados tenham mostrado o que nós já havíamos verificado, o que seria o baixo desempenho dos alunos em matemática. O que nos chamou a atenção foram as respostas dadas e algumas falas dos alunos. Um dos primeiros questionamentos do Aluno J foi;

> - É de mais ou é de menos?
> Eu respondi – você pode escolher.
> - Veja a que for mais lógica.
> O aluno J – Pode fazer duas contas para dar a resposta?

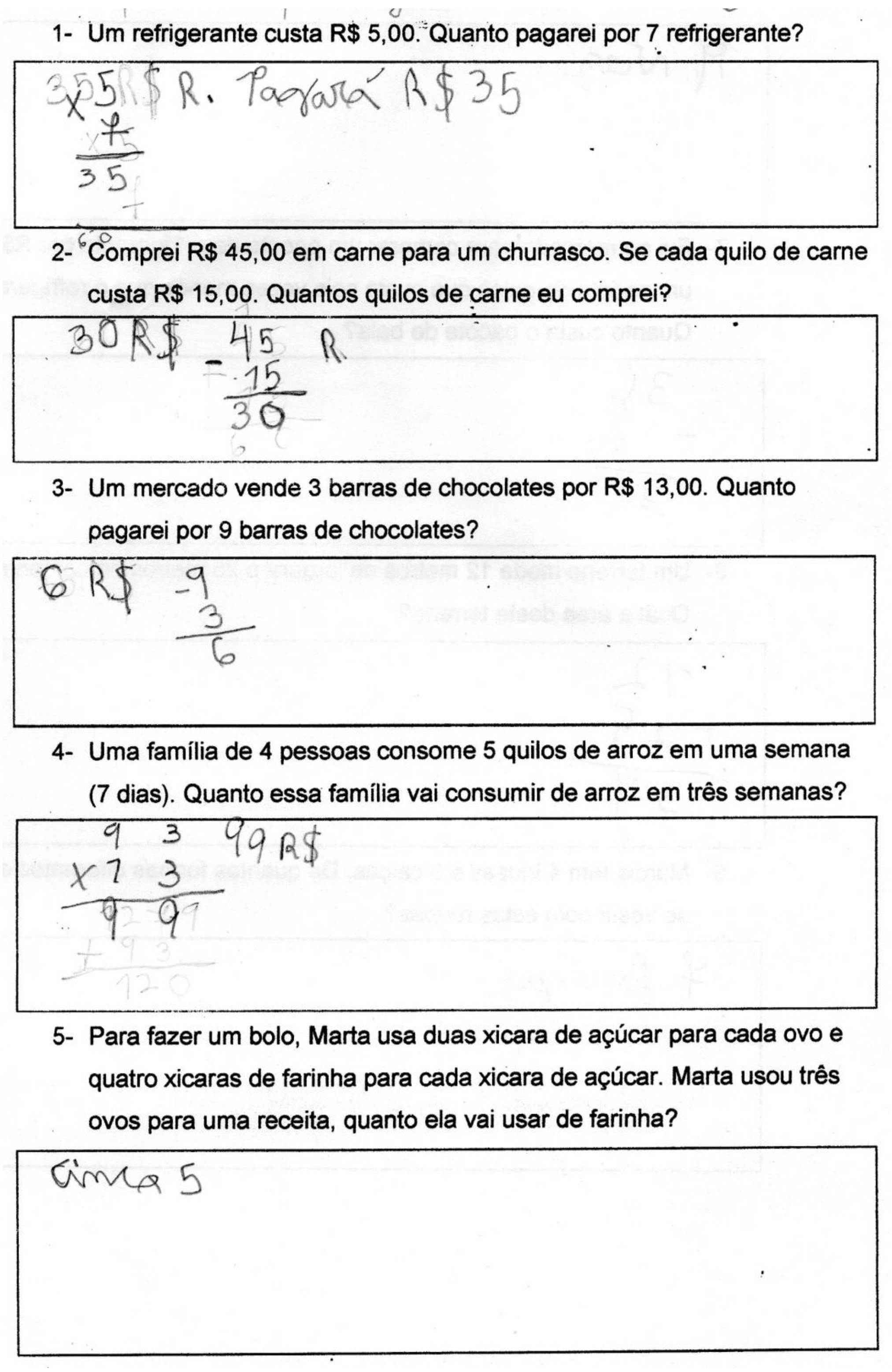
Segundo Kamii (2001), a autonomia é um dos principais objetivos para a educação. De acordo com a autora.

> Autonomia é a capacidade de pensar por si mesma e decidir entre o certo e o errado na esfera moral, e entre o verdadeiro e o falso na esfera intelectual, levando-se em conta todos os fatores relevantes, independente de recompensa ou punição. (KAMII, 2001, p. 92)

Logo quando observamos a fala do aluno, isto nos leva a crer que este aluno ainda busca na professora a certeza de que o que está fazendo ou pretende fazer é certo ou errado, o que nos mostra que ele ainda necessita de autonomia para realizar a atividade. O mesmo, podemos observar no Aluno J, quando busca na professora o consentimento para realizar o que ele julga ser necessário.

Um outro ponto que nos chama a atenção com relação a turma, foi o fato de todos os alunos terem realizado uma operação matemática para resolver a questão, ou como iremos mostrar, sempre se utilizavam do algoritmo para a resposta. Boa parte da turma, escolhem uma operação para resolver a questão não sem considerar a situação em si.

Figura 30 Resposta do Aluno C 12 anos do 5º ano



1- Um refrigerante custa R$ 5,00. Quanto pagarei por 7 refrigerante?

35 R$ R. Pagará R$ 35

2- Comprei R$ 45,00 em carne para um churrasco. Se cada quilo de carne custa R$ 15,00. Quantos quilos de carne eu comprei?

30 R$ 45 − 15 = 30 R.

3- Um mercado vende 3 barras de chocolates por R$ 13,00. Quanto pagarei por 9 barras de chocolates?

6 R$ 9 − 3 = 6

4- Uma família de 4 pessoas consome 5 quilos de arroz em uma semana (7 dias). Quanto essa família vai consumir de arroz em três semanas?

9 3 99 R$

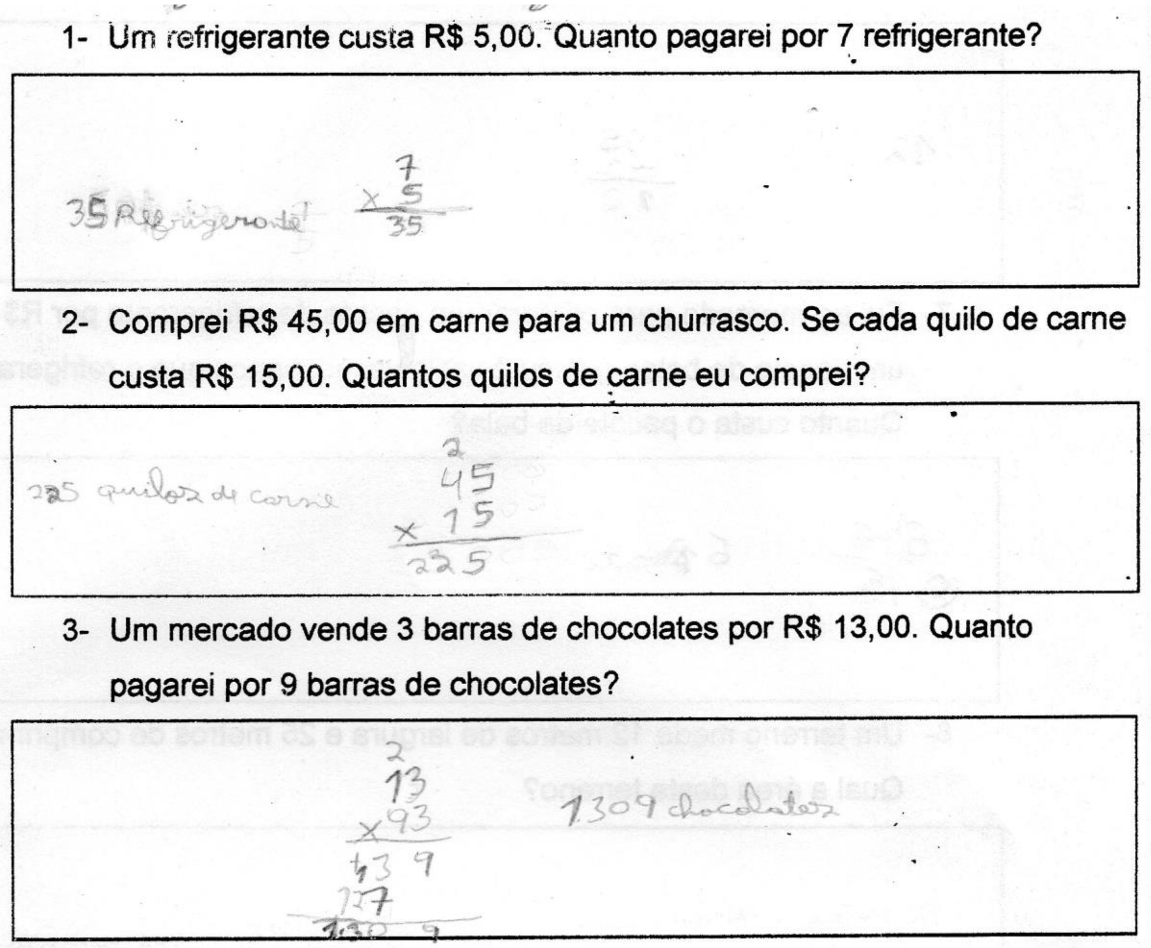
5- Para fazer um bolo, Marta usa duas xicara de açúcar para cada ovo e quatro xicaras de farinha para cada xicara de açúcar. Marta usou três ovos para uma receita, quanto ela vai usar de farinha?

Cinca 5

Fonte: Resposta do aluno do 5º ano

É o que podemos observar nas respostas do Alunos C (figura 18). o que nos parece, é que o aluno não se ateve na situação apenas nos números, não analisou o que deveria ser feito. Além disto, como a primeira resposta foi dada em reais, as outras três seguiram o mesmo modelo.

Figura 31 Resposta do Aluno M 10 anos



1- Um refrigerante custa R$ 5,00. Quanto pagarei por 7 refrigerante?

35 Refrigerante

$7 \times 5 = 35$

2- Comprei R$ 45,00 em carne para um churrasco. Se cada quilo de carne custa R$ 15,00. Quantos quilos de carne eu comprei?

225 quilos de carne

$45 \times 15 = 225$

3- Um mercado vende 3 barras de chocolates por R$ 13,00. Quanto pagarei por 9 barras de chocolates?

1309 chocolates

13×93

Fonte: Resposta do aluno do 5º ano

O que vemos aqui nas respostas do Aluno M (Figura 31), é a sua concepção de que deveria usar uma operação para todos os problemas, no caso a multiplicação. O aluno não se ateve a situação apenas em realizar uma “conta”. Mesmo os valores sendo muito alto isto não ficou evidente para ele, o que ele fez foi considerar o algoritmo. O que então fez o Aluno M foi generalizar, ou atribuir que tudo se resolve multiplicado.

O algoritmo é muito conveniente para o adulto no caso o professor, que já sabe compreenderam o valor posicional do número. Para as crianças, elas devem ser levadas a construir este conhecimento. Kamii (2001). Quando ensinamos aos alunos apenas algoritmos, estamos generalizando o conhecimento, ou dizendo aos alunos que tudo requer uma operação matemática segundo isto, VERGNAUD (1996, p. 15) afirma;

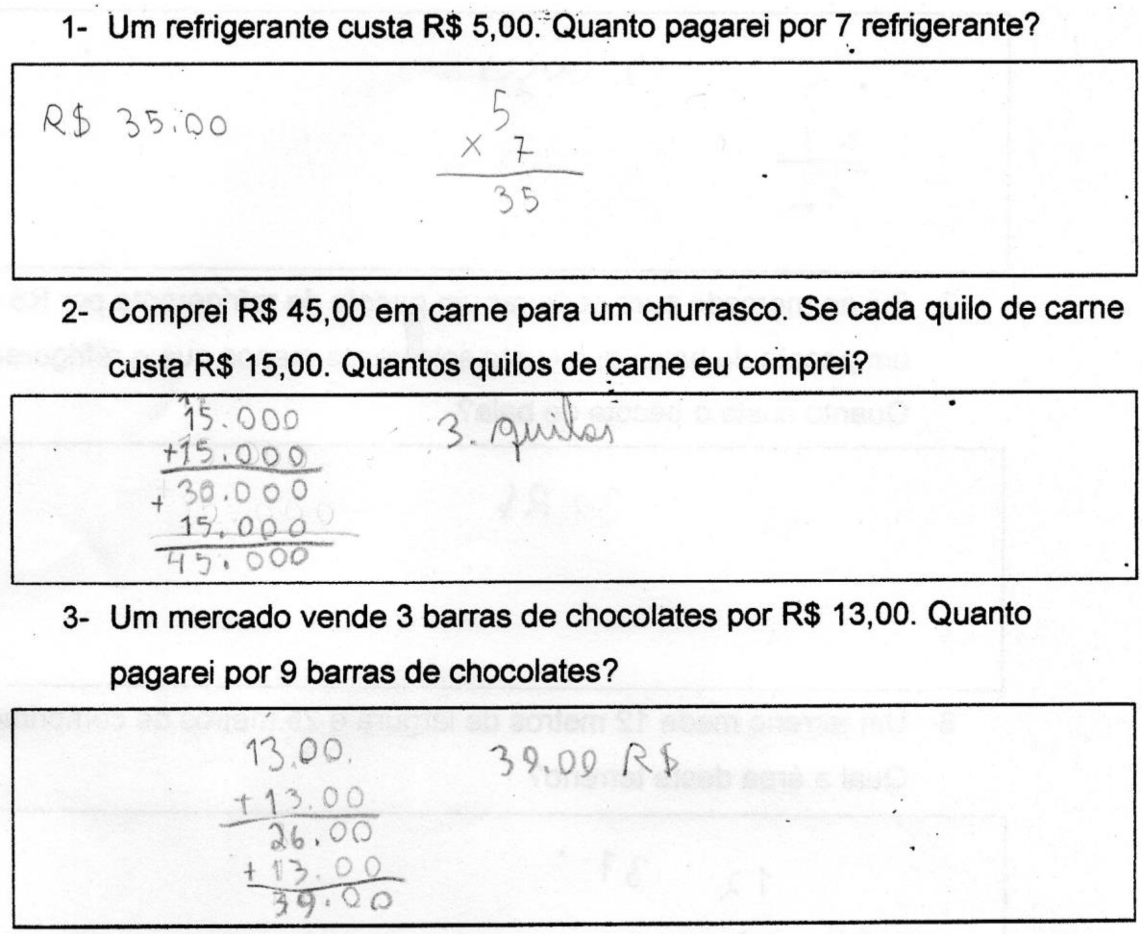
> Um dos problemas é generalizar o conhecimento, mas nesse momento é preciso dar a criança a oportunidade de construir o conhecimento. Isso quer dizer que o processo de conceitualização não se faz apenas por simples generalização. A generalização só é possível porque nós vamos pagar o preço de certas operações de pensamento.

O que vemos nesta afirmação nos mostra que se o aluno acredita que tudo se resolve por multiplicação, algo está acontecendo, ou ele ainda não construiu o conhecimento necessário para entender o conceito envolvido na situação acima, ou pode ser que ele tenha sido levado a isto. Quando Vergnaud fala sobre pagar o preço de certas operações, acreditamos que isto só ocorre se o aluno é autônomo suficiente para analisar suas respostas.

Mas nem todas as respostas foram erradas. A avaliação abaixo mostra que quando o aluno demonstra desenvolver uma autonomia, isto se reflete nas suas respostas. Podemos ver as estratégias da Aluna M A, soluciona es situações. Como falam NUNES at (2009, p. 89). “A divisão, como a multiplicação, envolve duas variáveis numa relação constante. Porém é muito mais difícil perceber essa estrutura nos problemas de divisão do que nos problemas de multiplicação.” É o que vemos nas situações 1 e 2, e mesmo sendo de graus de dificuldades diferente, a aluna consegue identificar a relação entre as duas variáveis.

Como podemos perceber, a Aluna M A (Figura 32), consegue em seus esquemas mostrar os conceitos-em-ação e aplicar os teoremas-em-ação. Isto fica claro, quando na situação 2 ela identifica que replicando o valor por quilo, identificaria a quantidade de quilos. Já na situação 3 ela se utiliza do mesmo artificio da situação 2, porém, ela coloca o valor de três unidades como uma única unidade.

Figura 32 Resposta da Aluna M.A questões 1, 2 e 3



1- Um refrigerante custa R$ 5,00. Quanto pagarei por 7 refrigerante?

R$ 35.00

5
x 7
35

2- Comprei R$ 45,00 em carne para um churrasco. Se cada quilo de carne custa R$ 15,00. Quantos quilos de carne eu comprei?

15.000
+15.000
30.000
+15.000
45.000

3. quilos

3- Um mercado vende 3 barras de chocolates por R$ 13,00. Quanto pagarei por 9 barras de chocolates?

13.00
+13.00
26.00
+13.00
39.00

39.00 R$

Fonte Resposta da aluna do 5º ano

Embora não tenha sido em um primeiro momento a nossa principal intenção, no caso, observar o desempenho dos alunos do 3º e do 5º ano do CIEP 338, isso nos permitiu ter uma visão sobre a questão, que seria de que forma os alunos se comportariam diante de situações que normalmente não são apresentadas a eles. Percebemos inicialmente que não devemos subestimar os alunos, e acima de tudo, não devemos privá-los de experiencias novas, com relação a matemática.

Com isto queremos mostrar que, ao buscar sempre propiciar aos alunos novas situação a serem dominadas, estamos dando a eles asas para alçarem voos bem mais altos. Ao contrário disto; “Se a classe é governada pela autoridade do professor, as crianças são encorajadas a submeter-se às vontades do professor, sem separar aquilo que é de cunho socio-moral do puramente intelectual.” (KAMII, 2001, p. 97). Quando o aluno acredita que é o professor quem de fato tem a condição de arbitrar sobre a forma de se realizar uma tarefa, acreditamos que ele simplesmente ignora as suas convicções e passa a realizar a tarefa nos moldes do professor.

Ao observarmos as atividades realizadas pelas duas turma, o que nos parece, é que os alunos mais novos no caso os do 3º ano, quando se deparam com situações ainda desconhecidas do seu cotidiano escolar, não se furtam em resolve-las, porém, como ainda não dispõe de todas ferramentas necessárias para isto, no caso um cálculo que satisfaça, ele busca de uma representacional lúdica solucionar a situação. Ou mesmo quando dispõe de algumas ferramentas, mesmo que não aquela que talvez seja a esperada pelo professor, ele mesmo assim adapta este seu conhecimento a situação e com isto encontra a provável solução.

Ao contrário dos alunos do 5º ano, que querem sempre encontrar uma operação que acreditam se encaixar na situação, ou mesmo realizar um cálculo, mesmo sem compreenderem qual é a situação. O que nos parece, é que com o passar do tempo, os alunos vão sendo levados a acreditar que o importante é o cálculo e não a resposta. Nos parece que a causa deste fenômeno, é a insistência dos professores em priorizar a operação em detrimento da situação.

5- PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional, (Figura 33), é fruto dos encontros e discussões entre o pesquisador e o grupo de professores envolvidos na pesquisa, seu conteúdo está pautado nas falas dos professores sobre algumas situações enfrentados por eles em relação as suas aulas de matemática. logo o produto educacional é um material para os professores se apoiarem na hora de planejarem as suas aulas de matemática para as séries iniciais. Não se trata de um livro de regras, mais sim material de apoio. O produto educacional traz uma série de conceitos matemáticos que acreditamos ser de grande utilidade para os professores na hora de iniciar a apresentação de alguns conteúdos de matemática.

Figura 33 Capa do Produto Educacional

Fonte: Acervo própria

Acreditamos que produzir um material que propicie aos professores do primeiro segmento um maior embasamento teórico, permite uma melhor escolha de estratégias de ensino que favoreça o aluno. Mais do que isto, que permita ao professor um melhor diagnóstico com relação a questão da aprendizagem do seu aluno e consequentemente poder melhor realizar as intervenções necessárias.

O nosso produto, como se mostra pela capa é um livreto. Nele encontram-se inicialmente algumas considerações sobre número suas finalidades e o que é ser numeralizado. A multiplicação vem logo após, de uma forma mais histórica, onde são apresentadas algumas formas de multiplicação. O fato desta colocação histórica, se justifica quando queremos mostrar que não uma única for de se realizar uma operação de multiplicação, mostrado assim mostrar aos professores que se pode permitir aos alunos criarem suas operações, respeitando as propriedades da multiplicação. Apesar de iniciarmos este livro pelos algoritmos, no caso os procedimentos, deixamos bem claro que há uma diferença entre os algoritmos e os conceitos.

Após apresentarmos historicamente os procedimentos, ou no caso a forma como os vários povos realizam ou realizavam suas multiplicações, passamos a apresentar o Campo Conceitual de Estrutura Multiplicativa, uma teoria desenvolvida por Gérard Vergnaud. Como o nome mesmo diz, se trata de conceitos, não de conceitos matemáticos já inúmeras vezes demonstrados, mas de conceitos enquanto raciocínio matemáticos dentro de situações matemáticas.

Logo de início esclarecemos o que vem a ser o tripé (S.R.I), ou situação, representação e invariantes. O motivo para isto, é que ele se apresenta como base para os Campos Conceituais, pois sem situação não há representação e muito menos as invariantes. Isto é importante, pois nos permite mostrar ao professor que os algoritmos por si só não são suficientes para “ensinar” matemática.

Diante da afirmação acima, é que continuação o livreto para apresentarmos as situações que suscitam a reflexão matemática, deixando bem claro que não se trata tão somente de multiplicar mais também de dividir, logo os Campos Conceituais Multiplicativos envolvem as duas coisas, multiplicar e dividir. As situações dividem-se em relações, eixos, classes e tipos. Sendo assim passamos a apresentar cada tipo de situação.

Para cada situação eixo de situação, foi dado um exemplo e dentro de cada exemplo um esclarecimento de quais os esquemas de raciocínio envolvido nela. Não se trata de esquema algoritmo, mas esquema de representação. As situações foram colocadas como situação protótipo, pois podem servir aos professores como modelos para desenvolverem com os seus alunos outras situações.

Após a apresentação das situações, dedicamos uma parte do livreto aos esquemas, isto porque são os esquemas desenvolvidos pelos alunos que dão conta de como eles estão pensando sobre a situação. Como falado nesta parte os esquemas são “a mola sensorial de nossas mentes”. A importância dos esquemas, está diretamente ligado ao diagnostico que pode ser feito pelo professor para verificar a aprendizagem do aluno. Isto porque quando identificamos de que forma o aluno está refletindo sobre a situação, isto nos permite as interferências necessárias no sentido de orientarmos os alunos em sua aprendizagem.

A última parte do nosso livro, é dedicado aos conceitos envolvidos em cada situação protótipo. O motivo para isto, foram as discussões as entrevistas e as situações desenvolvidas pelas professoras. Percebemos ao analisarmos todo material coletado, que de fato as professoras não têm dificuldade com a matemática, porem elas têm dificuldade nos conceitos envolvidos nas situações matemática. o que isto quer dizer? Quer dizer que as professoras mesmo quando ensinam matemática por meio de situações sejam elas do tipo que for, sempre tentam levar a descobrir o algoritmo que leva a resposta correta, isto faz com que o aluno se sinta sempre obrigado a realizar uma operação, pois é isto que ele acredita que seja solucionar o problema.

Por sua vez, a professora, avalia a aprendizagem do aluno pela resposta que ele dá, se certa ou errada, mas não avalia o pensamento de aluno sobre a situação. Por este motivo, retomaremos cada situação além de apresentarmos outros exemplos, e dentro de cada situação os conceitos envolvidos. Isto permitirá as professoras criarem outras situações e entenderem que tipo de aprendizagem buscar em cada situação.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O fazer escolar atualmente tem sido alvo de inúmeros questionamentos: muitos dizem respeito a como ocorre o ensino nas escolas. É frequente creditarmos que tais questionamentos à estereótipos de como deve ser o ensino, ou por saudosismo de quem acreditam ser a escola do passado melhor que a de hoje.

Tanto um questionamento quanto o outro existe em decorrência do senso comum; contudo, a busca por respostas para questões sérias não pode recair em especulações. Acreditamos que o fazer escolar deve ser fundamentado em teorias que respaldem suas ações. Logo, o objetivo deste trabalho foi investigar as práticas dos professores dos anos iniciais do CIEP 338- Célia Rabelo, ao lecionarem matemática, mais especificamente as operações de multiplicação e divisão.

Buscamos investigar se tais práticas, encontravam-se alinhadas à Teoria dos Campos Conceituais Vergnaud (1986, 2009, 2014). Essa teoria defende que a aprendizagem da matemática deve ser desenvolvida por meio de situações que suscitem a reflexão da disciplina Vergnaud (1986). Além disso, afirma que tais situações inseridos em campos de reflexão, aqueles que desenvolvem os conceitos matemáticos da multiplicação e da divisão.

Sendo assim, como primeiro objetivo a questão investigada foi: conhecer os tipos de situações-problema utilizadas pelos professores do ensino fundamental, que desenvolvem nos seus alunos o raciocínio multiplicativo; também buscamos demonstrar que essas situações desenvolvidas dentro do Campo Conceitual de Estrutura Multiplicativo, principalmente nas situações desenvolvidas para alunos do ensino fundamental, devem seguir um enredo que favoreça a reflexão multiplicativa.

Assim buscamos em Magina, Santos e Merline (2009) identificar quais seriam estas situações: o que podemos verificar é que os Campos Conceituais apresentam-se em várias áreas das ciências, mas, em relação à matemática - e principalmente aquela das séries iniciais - deve dispor de algumas características referentes aos eixos de relação quaternária e ternária; também em relação às classes, elas podem ocorrer de proporção simples, proporção dupla, proporção múltipla, comparação multiplicativa e produto de medidas.

Como podemos verificar, são inúmeras as possibilidades de situações que favorecem as reflexões multiplicativas, e, dentro de uma perspectiva do desenvolvimento da aprendizagem pautada em situações-problema, seria plausível acreditar que diante desta variedade, as situações seriam muito mais bem exploradas. Porém, após nosso levantamento, chegamos à conclusão de que o repertório das professoras do CIEP 338, em sua maioria, restringe-se às relações quaternárias de classe de proporção simples “um-para-muitos”.

Apresentar somente situações deste tipo limita os conceitos envolvidos na multiplicação e divisão. Ao que nos parece, este tipo de prática reforça a concepção de que as professoras entendem a multiplicação dentro de um único aspecto, como soma de parcelas iguais, pois isso se verifica mesmo quando as professoras propõem as situações: o que buscam é a realizar apenas uma operação matemática que solucione o problema.

Diante disto, o que se investigou como segundo objetivo, seria: identificar se as situações desenvolvidas pelos professores se encaixam dentro das situações-protótipo sugerida por Vergnaud. Embora as situações se encaixem, isso ocorre apenas na de proporção simples um-para-muitos: acreditamos que isso se dá em decorrência desse ser o tipo mais comum entre as situações. Mesmo grande a variedade, o que se vê é que, apesar das professoras declararem não ter dificuldades com relação a matemática - ou seja, sabem matemática - elas demonstram dificuldade no que diz respeito aos conceitos envolvidos nas situações.

Ao abordarmos aprendizagem, não podemos tratar esse tema sem nos ancorarmos na afirmação: “Para que se identifique a aprendizagem, há de se ter um parâmetro para detectar esta aprendizagem”. Ensinar é diferente de dar aula Lorenzato (2010): ensinar traz em si a noção de conhecimento, mas dar aula significa apenas passar um conteúdo ou não identificar os conceitos envolvidos no conhecimento ministrado.

Uma das questões levantadas, no caso o terceiro objetivo neste trabalho dizia a respeito da avaliação, que seria observar como os professores do ensino fundamental avaliam a aprendizagem dos seus alunos. Quando falamos em avaliar, devemos ter como foco os objetivos envolvidos no conteúdo a ser ensinado. No caso, os objetivos conceituais, que diz respeito ao que se ensina; os objetivos procedimentais, que são as formas como os alunos representam e operam o conteúdo ensinado; e o objetivo atitudinal, que se refere a como tal aprendizagem se aplica no cotidiano do aluno.

De acordo com MALDANER (2012, p. 108) “Para desenvolver estratégias problematizadoras com seu aluno, a clareza e a segurança do professor em relação aos conceitos matemáticos a serem construídos são imprescindíveis”. Logo podemos observar que, onde não há clareza em relação aos conceitos, o que se prioriza passa ser o procedimento. Logo, como os professores não demonstram em suas falas e nas situações propostas conhecer plenamente os vários conceitos envolvidos nas situações matemáticas, fica evidente que o fazer matemático apenas acontece por meio dos algoritmos, fato que limita o processo de avaliação dos alunos a respostas certas ou erradas de cálculos.

Nem todo esquema é um algoritmo, porém, todo algoritmo é um esquema, Vergnaud (2009). O que podemos entender é que o uso dos algoritmos se apoia nas invariantes operatórias, os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação. Sendo assim, quando buscamos resposta para a questão “a avaliação de aprendizagem feita pelos professores está relacionada aos esquemas de ação desenvolvidos por eles (alunos) nas resoluções dos problemas?” O que podemos diante deste questionamento é que não ficou claro, pois como os professores demonstram não conhecer esta teoria, o avaliar, segundo ela, seria aquilo que ocorreria apenas em determinadas situações.

Porém, ao avaliarmos as formas com que os alunos resolvem as situações multiplicativas pautadas no Campo Conceitual - uma das ações desenvolvidas dentro deste trabalho - podemos verificar que nos primeiros anos, os alunos buscam esquemas para representar os conceitos tidos como pertinentes à situação; assim, as suas soluções então mais voltadas para a situação em si do que para a operacionalidade, ou no caso, os algoritmos a serem usados.

Já nos anos finais, observou-se que o aluno buscava com mais frequência o cálculo em detrimento do conceito envolvido na situação. O que podemos destacar é que esse movimento de buscar o cálculo não é algo inato no aluno, mas sim uma implícita imposição do professor, que cobra do aluno uma resposta que esteja refletida na operação. Dessa maneira, o que se deduz é que pela falta de conhecimento sobre os campos Conceituais, os professores têm por prioridade o cálculo como forma de resposta, o que nos leva a acreditar que os professores não pautam suas avaliações em esquemas de ação desenvolvidos pelos alunos, mas sim em procedimento.

Sobre esse aspecto, o que temos é uma ideia da valorização do cálculo em detrimento do conceito, como mencionado. Logo, isso pode levar o aluno a acreditar que a matemática está somente ancorada no procedimento. Quando observamos tais atitudes dos professores, podemos perceber que, se os procedimentos são a prioridade na aprendizagem da matemática, o que se tem é que os alunos deveriam, então, ser levados a conhecer todos os tipos de propriedades que envolvem o cálculo. Sendo assim, haveria dúvidas em relação a isso, ou que os professores se utilizam de todas as propriedades envolvidas na multiplicação e divisão.

Deste modo, a resposta afirmativa para tais questões reside em verificar se os professores utilizam as propriedades de divisão e/ou multiplicação, mesmo que intuitivamente e, assim, fomentar novas formas de resolução de situação problema com seus alunos. Entretanto, tal ideia ocorreu de forma que não podemos afirmar neste trabalho, mas sim outros mecanismos e estratégias pouco eficientes por parte dos docentes. Apesar de estar implícito nos cálculos de multiplicação a propriedade distributiva, o que vemos nas respostas dadas pelos alunos do 5º ano é que isso não está evidente para eles, pois um número considerável demonstra dificuldades em organizar até mesmo as operações.

O que podemos verificar é que, nas respostas das professoras ao questionário, afirmam não ter dificuldade com a matemática, além de algumas afirmarem que conhecem tais propriedades, embora não apresentassem isso explicitamente nos algoritmos. Sendo assim, esta é uma questão que não responder com clareza, mas o que que podemos observar é que nas respostas dos alunos do 5º ano, as propriedades não ficaram evidenciadas. Nossa intenção era que as propriedades estivessem nas estratégias utilizadas pelos alunos em suas respostas, o que não aconteceu.

Ao propormos este trabalho, um dos intuitos foi, além de discutirmos a importância e a complexidade dos Campos Conceituais de Estrutura Multiplicativa, propor um produto educacional que pudesse auxiliar os professores do CIEP 338-Célia Rabelo em suas aulas de matemática das séries iniciais, sendo uma das nossas intenções, que o instrumento deveria ser simples em sua utilização e aplicação, mas seguro e embasado em seu conteúdo.

Como proposta de produto, surge então a ideia de um livro que pudesse ser utilizado pelos professores como material de apoio. Não se trata de um livro com muitos exemplos de situações, mas onde, com ele, possa ser apresentado o conceito total envolvido em dada situação. Assim, ao idealizarmos o livreto, obtivemos um produto onde são apresentados conceitos como proporção múltipla muitos-para-muitos, proporção simples muitos-para-muitos, comparação multiplicativa e combinatória entre outros.

Uma das nossas principais observações neste trabalho reside na questão sobre a dificuldade dos professores do CIEP 338 Célia Rabelo em desenvolver as suas aulas de matemática. Nossa pesquisa nos mostrou que os professores não se veem com dificuldades em ensinar matemática, que dependendo da forma como olharmos a situação, pode ser uma afirmação verdadeira. Maldaner (2012) afirma que os professores têm em suas práticas o ensinar da forma como foram ensinados.

Assim, tal aspecto pode ser considerado como um importante questionamento: se reproduzir a prática antiga significa uma matemática sem contexto ou conceitos, isso nos mostra que os professores de tempos passados também tinham dificuldade com a matemática e seus conceitos. Logo, o problema está na formação de professores. E mais uma questão importante é: todos os professores tiveram este tipo de formação? Isto não parece ser frequente, pois o que temos é que os professores pesquisados não observam nas operações que ensinam os conceitos existentes nelas.

Outras questões que envolvem o Campo Multiplicativo, não puderam ter sua discussão aprofundada, dentre elas a questão dos esquemas utilizados pelos alunos dos anos iniciais na resolução de situações. Segundo Vergnaud (2009), os esquemas são uma das grandes questões que envolvem os raciocínios tanto do Campo Aditivo como os do Campo Multiplicativo. Acreditamos ser de grande importância a compreensão sobre como as crianças menores aprendem os conceitos envolvidos nas situações, pois é preciso compreender a formas de representação das crianças pequenas em suas respostas e as representações das invariantes operatórias contidas nelas.

Os esquemas utilizados pelas crianças nas suas respostas para situações do campo Multiplicativo são de extrema relevância nos estudos para identificar as formas operacionais. Quando um aluno atribui a um traço ou a uma bolinha um significado, isso diz muito sobre o seu pensar matemático. Deste modo, não podemos dar conta de uma questão tão importante com apenas um momento e um instrumento de pesquisa. Sendo assim, esta é uma investigação que deverá ser muito mais explorada e aprofundada.

Ao final de toda investigação em um ultimo encontro, já após a qualificação e o final de quase toda escrita dessa dissertação tivemos a oportunidade de apresentarmos as nossa considerações as professoras da pesquisa, em um dos momentos do encontro, tivemos a felicidade de contarmos com o depoimento das duas professoras onde as atividades foram aplicadas aos alunos. Nas suas falas elas apontaram o quanto a visão delas com relação as suas aulas de matemática mudaram depois dos encontros.

Por fim, acreditamos ter cumprido o nosso objetivo, embora ao iniciarmos tivéssemos outro objetivo, e em seguida mais desafios surgiram inesperadamente, o que nos leva a crer que, quanto mais se busca por respostas, muitas outras aparecem. E este o grande prazer de se pesquisar: o saber que nada se esgota em uma simples resposta, mas acaba nos levando ao desejo e à curiosidade em responder novas questões.

REFERÊNCIAS

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências Da Natureza e Matemática e suas tecnologias.** Brasília: MEC, 2001

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática Da Teoria à Prática**. Campinas S.P: Papiros, 2014.

DE SOUZA, Emília Isabel Rabelo; MAGINA, Sandra Maria Pinto. A Concepção de Professor do Ensino Fundamental sobre Estruturas Multiplicativas. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 10, n. 24, 2017.

ETCHEVERRIA, Teresa Cristina; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; SILVA, Angélica Fontoura Garcia. **Campo Conceitual Aditivo: um estudo com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Boletim de Educação Matemática, v. 29, n. 53, p. 1181-1200, 2015.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Mini Aurélio: o dicionário da língua portuguesa**. Curitiba: Positivo, 2001.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké**, v. 3, n. 1, 1995.

GOLBERT, Clarissa Seligman. **Novos rumos na aprendizagem da matemática.** Porto Alegre: Mediação, 2009.

HEFEZ, Abramo. **Elementos de Aritmética.** Textos Universitários. Rio de Janeiro R.J: Sociedade Brasileira de Matemática, 2015.

KAMII, Constance. **Desvendando a Aritimética:** Aplicações da Teoria de Piaget. Campinas S.P: Papiros, 2001.

KAMII, Constance. **A Criança e o Número**. Campinas S.P: PAPIROS, 2002.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática.** Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

MAGINA, Sandra; SANTOS, A.; MERLINI, V. A estrutura Multiplicativa sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. **3º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará**, v. 1, p. 1-12, 2012.

MALDANER, Anastácia. **Educação Matemática**: Fundamentos teórico-prático para professores dos anos iniciais. Porto Alegre: Editora Mediação, 2012.

MOREIRA, Marco Antônio. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. Investigações em ensino de ciências**. Porto Alegre. Vol. 7, n. 1 (jan./mar. 2002), p. 7-29, 2002.

MOREIRA, Marco Antônio. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em ensino de ciências.** Porto Alegre. Vol. 7, n. 1 (jan./mar. 2002), p. 7-29, 2002.

NUNES, Terezinha et al. **Educação Matemática: números e operações numéricas**. São Paulo, 2005.

SERRAZINA, Lurdes. A formação para o ensino de Matemática: Perspectivas futuras. In: **A Formação para o Ensino da Matemática na Educação Pré-Escolar e no 1.º** Ciclo do Ensino Básico, Chapter: 1, Publisher: Porto Editora e INAFOP, pp.9-19 2002.

THIOLLENT, M. **Metodologia da Pesquisa-ação.** 18. ed. São Paulo. Cortez, 2011

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Teoria e Prática de Matemática**: Como dois e dois. São Paulo. Editora FTD.2009.

VERGNAUD, Gérard. **A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos**. Revista do GEEMPA, Porto Alegre, Nº 4: 9 – 19. 1996.

VERGNAUD, Gérard. **Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáctica das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas**. **Análise psicológica**, v. 5, p. 75-90, 1986.

VERGNAUD, Gérard**. The theory of conceptual fields**. **Human development**, v. 52, n. 2, p. 83-94, 2009.

VERGNAUD, Gérard. **A teoria dos campos conceituais. Desenvolvimento humano**, v. 52, n. 2, p. 83-94, 2009. Tradução Pessoal.

VERGNOUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade**. Curitiba: Editora UFPR, 2014.

WALL, Edward S. **Teoria dos números para professores do ensino fundamental**. AMGH Editora, 2014.

APÊNDICE

APÊNDICE A

UNIVERSIDADE DO GRANDE RIO
Escola de Ciências, Educação, Letras, Artes e Humanidades.
Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências
Curso de Mestrado Profissional

Você está sendo convidado(a) para participar, voluntariamente, da pesquisa “A MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: Um debate sobre as dificuldades em ensinar multiplicar e dividir” sob responsabilidade de Evandro Alves Silva, mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Universidade do Grande Rio - Unigranrio (PPGEC-Unigranrio), sob orientação do Profª. Dra. Eline das Flores Victer. Trata-se de estudo para a elaboração de uma dissertação de mestrado, na validação de um produto educacional. Caso não aceite participar da pesquisa você não sofrerá nenhum prejuízo ou dano.

Caso você concorde em participar da pesquisa, leia com atenção os seguintes pontos: a) você é livre para, a qualquer momento, recusar-se a responder às perguntas que lhe ocasionem constrangimento de qualquer natureza; b) você pode deixar de participar da pesquisa e não precisa apresentar justificativas para isso; c) sua identidade será mantida em sigilo; d) caso você queira, poderá ser informado(a) de todos os resultados obtidos com a pesquisa, independentemente do fato de mudar seu consentimento em participar da pesquisa.

Questionário Diagnóstico Para professores

1- Em qual escola leciona? E a quanto tempo leciona?
____
____

2- Em que serie atua atualmente?
____
____

3- Qual sua formação?
____
____
____

4- Descreva de uma forma sucinta, alguns conteúdos matemáticos elencados para e série em que leciona atualmente.
____
____
____

5- A partir de que série, em sua opinião se deve ensinar divisão e multiplicação aos alunos?

6- Você acredita que há dificuldades por parte dos professores em ensinar estes conteúdos elencados por você?

7- Você se encaixa neste grupo?

8- Quais as dificuldades encontradas por você?

9- Em sua opinião quais as dificuldades encontradas pelos alunos em aprender estes conteúdos?

10- Descreva uma situação ocorrida com você que ilustre isto.

11- Quando você ensina multiplicação e divisão, em que tipo de materiais teóricos se apoia?

12- Você se utiliza de algum material de apoio pedagógico?

13- Quais?

____
____

14- Em sua opinião, quais seriam os conceitos básicos em matemática necessários para um aluno que ingressa no 6º ano de escolaridade?

____
____
____
____
____
____

15- Você já conhece ou já ouviu sobre a teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud? Sabe do que se trata?

____
____
____
____
____
____

16- Você em algum momento, já se utilizou das propriedades comutativa, associativa ou distributiva quando ensinou as operações de divisão ou multiplicação?____

____
____

17- Se sim, em que momento?

____
____
____
____
____

APÊNDICE B

PPGEC
Programa de Pós-graduação em
Ensino de Ciências
UNIGRANRIO
10 anos

As colegas colaboradoras

Antes de tudo gostaria de agradecer a todos vocês pela colaboração e salientar a importância de desta colaboração, não neste trabalho como também em todo o processo de pesquisa que em muito tem contribuído para a melhora da qualidade do ensino de Matemática em nossa escola.

Nesta etapa da pesquisa, queríamos pedir a vocês como forma de compreendermos as questões que envolvem o ensino de matemática nas series iniciais da nossa escola, que elaborassem entre 5 e 8 situações problema que normalmente seriam usadas por vocês para ensinar aos alunos multiplicação/divisão.

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

APÊNDICE C

Atividade de Matemática

1- Em cada casa desta moram três cachorros. Se o dono deles quiser comprar um biscoito de cachorro para cada um deles, quantos biscoitos ele tem que comprar?

RESPOSTA

2- Tim Tim comprou 25 balas para distribuir para os seus cinco amigos. Se cada um ganhar a mesma quantidade, quantas balas cada amigo vai ganhar?

RESPOSTA

3- Lucas foi jogar bola de gude com os seus amigos. Quando o jogo começou, ele estava com 25 bolinhas agora ele tem 37. O que aconteceu no jogo?

RESPOSTA

4- Maria e Eduarda foram a padaria para comprar sorvete. Elas pagaram o sorvete e voltaram para casa com uma R$ 13,00. Se quando elas foram a padaria elas tinham R$ 40,00. Quanto custou o sorvete?

RESPOSTA

5- Marcolino tem uma carrocinha de cachorro quente. Em cada cachorro quente ele coloca um salsicha, três azeitonas e dois ovos de codorna, além do molho. Se Marcolino for fazer sete cachorros quente, quantas azeitonas e quantos ovos de codornas ele vai usar?

RESPOSTA

APÊNDICE D

Atividade De Matemática

Aluno:____ turma:__________

1- Um refrigerante custa R$ 5,00. Quanto pagarei por 7 refrigerante?

2- Comprei R$ 45,00 em carne para um churrasco. Se cada quilo de carne custa R$ 15,00. Quantos quilos de carne eu comprei?

3- Um mercado vende 3 barras de chocolates por R$ 13,00. Quanto pagarei por 9 barras de chocolates?

4- Uma família de 4 pessoas consome 5 quilos de arroz em uma semana (7 dias). Quanto essa família vai consumir de arroz em três semanas?

5- Para fazer um bolo, Marta usa duas xicara de açúcar para cada ovo e quatro xicaras de farinha para cada xicara de açúcar. Marta usou três ovos para uma receita, quanto ela vai usar de farinha?

6- Uma caixa de bombom custa R$ 15,00 e um pacote de biscoito por R$ 3,00. Quantas vezes o bombom é mais caro que o biscoito?

7- Fui ao mercado para comprar um pacote de refrigerante por R$ 36,00 e um pacote de balas que custa seis vezes menos que o refrigerante. Quanto custa o pacote de bala?

8- Um terreno mede 12 metros de largura e 25 metros de comprimento. Qual a área deste terreno?

9- Marcia tem 4 blusas e 3 calças. De quantas formas diferentes ela pode se vestir com estas roupas?

APÊNDICE E

Roteiro de Entrevista

1- A última avaliação da prova Brasil mostra que o ensino de matemática em nosso estado está em um nível bem baixo. Qual a sua opinião sobre esta situação?
2- A que você atribui o baixo desempenho dos alunos do ensino fundamental em matemática?
3- Você acredita que este é um problema que diz respeito a quem?
4- Você saberia dizer se este é um problema também da nossa escola?
5- A uma opinião que se tornou um senso comum, que o professore do ensino fundamental não sabe matemática. Qual a sua opinião sobre este assunto?
6- Você acredita que tem pleno domínio do conteúdo de matemática que você ensina?
7- Em algum momento você já se sentiu com dificuldade em ensinar matemática para as turmas em que já lecionou?
8- De que forma você inicia o conteúdo de divisão e multiplicação para os seus alunos?
9- Em sua opinião, quais os principais conceitos envolvidos no ensino de Divisão e Multiplicação?
10- Você tem dificuldade em ensinar divisão ou multiplicação?