**UNIVERSIDADE DO GRANDE RIO “Prof. José de Souza Herdy”**
**UNIGRANRIO**
**MESTRADO PROFISSIONAL NO ENSINO DAS CIÊNCIAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

**CLEVERSON VIDAL ESTEVES**

# A VIRTUALIZAÇÃO COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO: UMA ABORDAGEM HIPERTEXTUAL NO CONTEXTO ALGÉBRICO

**Duque de Caxias-RJ**

**2015**

**MESTRADO PROFISSIONAL NO ENSINO DAS CIÊNCIAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

**CLEVERSON VIDAL ESTEVES**

# A VIRTUALIZAÇÃO COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO: UMA ABORDAGEM HIPERTEXTUAL NO CONTEXTO ALGÉBRICO

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, do Curso de Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica da Universidade do Grande Rio.

Orientador: Prof. Dr. Herbert Gomes Martins
Coorientadora Profa. Dra. Chang Kuo Rodrigues

**Duque de Caxias – RJ**

**2015**

## CATALOGAÇÃO NA FONTE/BIBLIOTECA - UNIGRANRIO


E79v Esteves, Cleverson Vidal.

A virtude como estratégia de ensino: uma abordagem hipertextual no contexto algébrico / Cleverson Vidal Esteves. – 2015.
105 f. : il. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy", Escola de Educação, Ciências, Letras, Artes e Humanidades, 2015.
"Orientador: Prof.º Hebert Gomes Martins".
"Co-Orientadora: Prof.º Chang Kuo Rodrigues".
Bibliografia: f. 96-97.

1. Educação. 2. Matemática – Estudo e Ensino. 3. Inovações educacionais. 4. Educação - Matemática. 5. Matemática (Ensino

CLEVERSON VIDAL ESTEVES

# A VIRTUALIZAÇÃO COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO: UMA ABORDAGEM HIPERTEXTUAL NO CONTEXTO ALGÉBRICO

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, do Curso de Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica da Universidade do Grande Rio.

Aprovada em 14 de 09 de 2015
Banca Examinadora

______________________________
Prof. Dr. Herbert Gomes Martins (Orientador)
Universidade do Grande Rio - UNIGRANRIO

______________________________
Prof.ª Dr.ª Chang Kuo Rodrigues (Co-orientadora)
Universidade do Grande Rio - UNIGRANRIO

______________________________
Prof.ª Dr.ª Eline das Flores Victer
Universidade do Grande Rio - UNIGRANRIO

Agnaldo da C. Esquincalha
______________________________
Prof. Dr. Agnaldo da Conceição Esquincalha
Universidade do Estado do Rio de Janeiro-UERJ

Janaina Veiga
______________________________
Prof.ª Dr.ª Janaína Veiga
Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET-RJ)

# MEMORIAL

***É sempre bom aprendermos, mesmo com os nossos inimigos; raramente é bom arriscarmo-nos a instruir, mesmo os nossos amigos.***

(C.C.Colton)

Sou professor regente da turma participante da pesquisa. Tenho vinte anos de experiência na Prefeitura Municipal de Teresópolis, além de trabalhar em uma escola estadual e em uma Universidade. Sempre busquei aperfeiçoar-me, após a graduação e entrada no magistério. Casei-me, tenho uma filha e as dificuldades da profissão não permitiam a continuidade dos estudos por meio da pós-graduação, que veio muito tempo depois.

Procurei uma especialização fora das Ciências Exatas, a fim de entender melhor o universo humano dos alunos, e certifiquei-me em Arteterapia na Educação. Sempre acreditei que a Matemática era mais do que simplesmente resolver cálculos e sempre busquei o significado daquilo que ensinava. Não tinha a intenção de entrar no Magistério Superior, mas a vida tem seus mistérios, pois foi por intermédio dessa atividade educacional que veio a necessidade de se fazer o Mestrado.

Resolvi fazer este estudo de caso para verificar se o trabalho com a Virtualização modifica a forma de aprendizagem dos alunos em Matemática. Incomodava-me o fato de alguns alunos não interagirem com a linguagem que o ensino clássico aborda, mas se adequarem ao mundo virtual de forma tão natural. Intrigou-me esse fato, pois, se o aluno mostra desenvoltura para lidar com o computador, talvez sua falta de curiosidade com a Matemática seja porque aquela linguagem não faça nenhum sentido para ele. Não concebia a ideia de que não se aprende Matemática ou que ela é feita para poucos, ou para gênios. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) reforçam esse pensamento, quando dizem que: “os obstáculos apontados explicam em grande parte o desempenho insatisfatório dos alunos revelado pelas elevadas taxas de retenção em Matemática, o que a faz atuar como filtro social no Ensino Fundamental, selecionando os que terão oportunidade ou não de concluir esse segmento.” (BRASIL, 1998, p. 23)

Muito provavelmente vive-se uma mudança de comportamento social no processo tecnológico que vem transformando a forma de pensar. Lévy diz o seguinte: “[...] A psicologia contemporânea e a neurobiologia já confirmaram que o sistema cognitivo humano não é uma tábua rasa. Sua arquitetura e seus diferentes módulos especializados organizam nossas percepções, nossa memória e nossos raciocínios [...]” (LÉVY, 1993, p. 163). Então é preciso conhecer o que move a humanidade e se adaptar às mudanças, uma vez que áreas como a Psicologia mostram-nos descobertas no campo educacional, tais como as inteligências múltiplas[1] de Howard Gardner (1995), as quais, segundo Antunes (2001), podem ser de natureza linguística, lógico-matemática, espacial, musical, cinestésico-corporal, naturalista, intrapessoal e interpessoal, e, também, as competências que devem ser desenvolvidas, tanto por professores, quanto por alunos, propostas por Philippe Perrenoud[2] (2000) que, de acordo com Antunes (2001), são sintetizadas em dez novas competências.

Foi justamente lendo um artigo sobre a experiência com a virtualização em uma universidade que seguia as ideias que o desafio apresentou-se de forma atraente e resolvi, então, escrever sobre o assunto e levar para a minha sala de aula essa estratégia de ensinar Matemática, sob um ponto de vista tecnológico. Pareceu-me prudente tal iniciativa, porque o momento na Rede Municipal era o de mudanças na área de ensino e de aprendizagem.

O ensino de Matemática na Rede Municipal de Teresópolis, cidade do Rio de Janeiro, tem sido preocupação de estudos da Secretaria Municipal de Educação, devido ao alto índice de reprovação nessa disciplina; na busca por soluções, foi iniciado um projeto de reformulação da Matriz Curricular, no ano de 2012, no Ensino Fundamental I. Fui convidado, juntamente com uma colega de profissão, ambos professores de Matemática da rede, para reformular a Matriz Curricular do Ensino de Matemática, focando-a no uso de descritores. Eu e a minha colega, ambos do Ensino Fundamental II, juntamente com a equipe pedagógica da Secretaria de Educação, iniciamos uma pesquisa sobre o uso de descritores no Ensino Fundamental, na composição da matriz curricular. Um dos objetivos da secretaria era que esse documento fosse feito por professores com certa experiência no Ensino Fundamental II da rede municipal, que vivenciam, em sala de aula, as dificuldades dos alunos que chegam do primeiro segmento, promovendo, assim, um diálogo entre os dois segmentos. O documento foi organizado por séries e foram utilizados os eixos temáticos propostos pelo Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE), no ano de 2008 – Ministério da Educação. São eles: *Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, Números e Operações/Álgebra e Funções e*

[1] Conceito proposto por Gardner (1995), de que a inteligência não está reduzida a um só domínio, mas a um conjunto de dimensões intelectuais.
[2] Sociólogo e educador suíço, doutor em Sociologia e Antropologia, professor da Universidade de Genebra e especialista em práticas pedagógicas; é, no presente, quem, com mais intensidade, sugere a escola como estimulador de competências.

*Tratamento da Informação.* Durante o processo de pesquisa, verificamos que havia a necessidade de acrescentar como eixo, o *Letramento Matemático.*[3]

Eu e a minha colega compusemos os descritores baseados na Matriz Curricular já usada na rede, procurando atender às necessidades atuais do Ensino de Matemática e levando em consideração a realidade da comunidade escolar do município. O trabalho foi realizado e discutido o tempo todo com a equipe pedagógica. A meta era que, até ao final do ano de 2012, esse documento chegasse às escolas da rede do primeiro segmento, para análise da comunidade escolar e sua respectiva aprovação, para uso no ano letivo seguinte. É importante observar que o trabalho com descritores foi sugerido pela Secretaria de Educação justamente porque seu uso foi salientado na proposta do Ministério da Educação para a rede básica, quando os alunos das séries finais do Ensino Fundamental I e II passaram a participar da Prova Brasil.

Um descritor é composto por uma habilidade cognitiva que, segundo Antunes (2011), representa uma competência; por meio dela serão mobilizados recursos cognitivos – saberes, informações, habilidades operatórias e as inteligências. Abaixo, há um exemplo de descritor criado para a Matriz Curricular de Matemática do 2º ano do Ensino Fundamental I:

> D4-Reconhecer a grandeza física tempo, estabelecendo relações entre as unidades de medida de tempo.

O verbo no infinitivo representa a ação que o aluno irá executar, ou seja, deseja-se que ele possa realizar esta competência: *reconhecer*. Esse verbo deve estar seguido, não imediatamente, de outro verbo, no gerúndio – no exemplo dado, *estabelecendo*. Então, tem-se o par *reconhecer-estabelecendo* e percebe-se que o conteúdo se insere entre esses dois verbos, fazendo o elo entre eles.

Resumidamente, a competência é uma habilidade mais ampla, entendida como aptidão, enquanto a habilidade, em si, representa a ação específica para a solução de um problema.

Quando se usam descritores, o ensino de um determinado conteúdo não fica isolado. É necessária, para cada competência, uma aplicação que se deseja que o aluno desenvolva, ou seja, a habilidade específica, direcionando uma determinada ação para um fim passível de ser alcançado.

No ano de 2013, o trabalho continuou e foram criados os descritores do Ensino Fundamental II. O trabalho com descritores é sequencial. Enquanto o primeiro segmento colocava em prática a nova Matriz, o segundo passou pela etapa de construção dos descritores,

---

[3] Os objetivos e a forma de se trabalhar com esse eixo encontram-se no Anexo II da matriz proposta para o desenvolvimento dos conteúdos.

com todas as disciplinas, tendo uma dupla de professores redatores para cada uma, especificamente. No caso da Matemática, a Secretaria Municipal de Educação manteve os mesmos professores que haviam participado do primeiro momento, ou seja, eu e minha colega, e após conclusão do trabalho, o documento foi enviado paras as escolas do Fundamental II, a fim de serem analisados. No ano de 2014, a Secretaria Municipal de Educação colocou em prática a Matriz Curricular reformada do Ensino Fundamental II, desenvolvida em 2013, nos mesmos moldes do trabalho realizado em 2012, com o Fundamental I.

Em 2015, a Matriz com descritores do Ensino Fundamental II está sendo executada na rede municipal de Teresópolis. (Anexos I e II)[4]. Foi necessário um tempo, para que as escolas municipais aprovassem o texto da Matriz e discutissem possíveis mudanças na proposta (o que ocorreu no ano de 2013).

Era esperado, para 2013, um alto índice de reprovação em Matemática, de acordo com levantamento realizado pela Secretaria de Educação, antes do término do período letivo, e de outras pesquisas realizadas por meio de avaliações internas nas escolas, as quais motivaram a criação de uma “recuperação emergencial” para o mês de fevereiro de 2014, início do período letivo, antes mesmo do encerramento do ano de 2013. Os alunos retidos em Matemática no ano de 2013 tiveram a oportunidade de eliminar tal dependência antes de iniciar o próximo ano letivo. A Secretaria Municipal de Educação alega que não há espaço, na rede, para a formação de turmas de dependência em Matemática, devido ao índice elevado de alunos nessa situação.

A Secretaria de Educação espera que o trabalho com descritores possa melhorar esse índice negativo na aprendizagem de Matemática, porque acredita que esse trabalho é centrado no aluno, desenvolvendo competências e habilidades essenciais para exercer seu papel de cidadão consciente de seus direitos e deveres. E, para cumprir com a proposta, o campo virtual oferece meios diversos de aplicação dos descritores. Pode vir a ser uma proposta de acréscimo à Matriz Curricular, nos próximos anos.

Realizando estudos com a Virtualização, busquei novas possibilidades de aprendizagem da Matemática, com o uso desse tipo de tecnologia em sala de aula. É uma estratégia a mais, que pode ser usada nesse nível de ensino.

A Secretaria de Educação incentiva os profissionais da rede a fazerem uso de estratégias que favoreçam uma melhor aprendizagem dos alunos, priorizando tecnologias diversas, para a

[4] O Anexo I é a carta de apresentação da disciplina Matemática na Matriz Curricular. Já o Anexo II encontra-se reduzido ao eixo temático Números e Operações/Álgebra e Funções com os descritores que contemplam o contexto algébrico. A Matriz foi sintetizada, pois deseja-se apenas destacar os descritores que estão sendo contemplados na pesquisa.

melhoria do ensino e da aprendizagem. Tal postura despertou o meu interesse em verificar se as atividades no campo virtual garantem uma aprendizagem com significados para os alunos dos conceitos matemáticos abordados no contexto algébrico.

O meu objetivo é promover, juntamente com os colegas professores de Matemática do Ensino Fundamental II, as atividades desenvolvidas no Estudo de Caso, em que se priorizou o uso do computador na sala, nas atividades de campo, e o oferecimento de oficinas em que a Virtualização possa ser praticada de forma educativa.

Ressalto que, devido à grande dificuldade dos alunos em expressarem-se algebricamente, optei pelo estudo das equações, inequações e sistemas lineares.

**RESUMO**

O presente trabalho é uma pesquisa qualitativa, de caráter exploratório, na área de Ensino, em uma turma do 7ºano do Ensino Fundamental II, em que se desejou mostrar a Virtualização proposta por Lévy (1993; 1996; 1999), articulada ao pensamento complexo de Morin (2005; 2011), como uma estratégia de ensino e de aprendizagem, também eficaz, no contexto algébrico proposto para o nível educacional em questão. Utilizam-se, para esse fim, recursos abertos educacionais disponibilizados pelo Portal do Professor, Rived e *software Winplot.* A metodologia usada foi o Estudo de Caso, optando-se pela Estratégia Analítica, com a construção de explanação das aulas dadas e tarefas realizadas pelos alunos, para mostrar a difusão das passagens virtuais: *realização, potencialização, atualização e virtualização*, juntamente com um questionário de abordagens objetivas (fechadas), para mostrar a opinião dos alunos em relação ao trabalho apresentado, e, também, modelos lógicos, denominados sínteses virtuais, facilitando a identificação da leitura virtual realizada pelo autor, na aplicação das tarefas difundidas na turma e as habilidades desenvolvidas pelos alunos com a aplicação das passagens virtuais. Complementando a pesquisa realizada, foi construído um material, ou seja, uma sequência didática, que contempla as tarefas realizadas pelos alunos na sala de aula, cujo objetivo principal é oferecer aos professores e alunos um produto educacional voltado para as questões virtuais de ensino e de aprendizagem.

**Palavras-chave**: Educação Matemática. Educação Tecnológica. Ensino de Matemática. Ensino Fundamental II.

## ABSTRACT

This study is a qualitative and exploratory research in the education area realized in a class from sixth grade of Elementary School. In this case, we wanted to show the Virtualization - proposed by Levy (1993; 1996; 1999) articulated to the complexity Theory by Morin (2005; 2011) - as a teaching and learning strategy that would be also effective in the algebraic framework proposed for the educational level concerned. Open educational resources provided by Portal do Professor, as RIVED and Winplot software, were used for this purpose. The methodology adopted was the Case Study, using Analytics Strategy, as well the building the explanation of given lessons and tasks performed by students, to show the diffusion of virtual passages - achievement, empowerment, updating and virtualization - along with a questionnaire of objective approaches. This methodological procedure served to show student's opinions about the work presented, and also logical models, called virtual synthesis, making it easier for the reader the identification the virtual reading performed by the author in the application of tasks exploited in class, and the developed abilities by the students with the application of virtual passages. As research's complement, an educational product was built, through a "didactic sequence", which includes the tasks performed by students in the classroom, whose main objective is to offer teachers and students a pedagogical resource aimed to auxiliary the teaching issues at virtual environment and the improvement of the learning processes.



**Keywords**: Mathematics Education. Technological Education. Mathematics Teaching. Elementary School (6$^{th}$ grade).

## LISTA DE GRÁFICOS

**LISTA DE FIGURAS**

## LISTA DE QUADROS

## LISTA DE SIGLAS

| | |
|---|---|
| BOLEMA | Boletim de Educação Matemática |
| MEC | Ministério da Educação |
| MULTIRIO | Empresa Municipal de Multimeios |
| OD | Observação Direta |
| OMS | Organização Mundial de Saúde |
| OP | Observação Participante |
| PCN | Parâmetros Curriculares Nacionais |
| PDE | Plano de Desenvolvimento da Educação |
| RIVED | Rede Internacional Virtual de Educação |
| ULBRA | Universidade Luterana do Brasil |
| UNESP | Universidade Estadual Paulista |
| UNICAMP | Universidade Estadual de Campinas |

**SUMÁRIO**

# 1 INTRODUÇÃO

Vive-se uma época em que a comunicação está deixando de ser exclusivamente textual, para se tornar potencialmente digital. O avanço tecnológico proporciona, hoje, novas formas de interação que, outrora, eram impossíveis. Um estudante contemporâneo pode ter um amigo em outro país, sem sair de casa. As pessoas têm acesso a bancos, supermercados e lojas, sem necessitar de um atendente. A leitura de um livro pode ser feita no mundo digital, um filme pode ser assistido na tela de um computador. Essa evolução tecnológica abriu espaço para uma nova visão de mundo que não cabe mais em uma simples folha de papel.

Com essa mudança comportamental na sociedade, o ensino de Matemática tem a oportunidade de se renovar, uma vez que os próprios PCN (1998) reforçam a utilização desses recursos tecnológicos atribuindo, também, à tecnologia, especificamente ao computador, o papel de promover as mudanças necessárias no Ensino Fundamental II, na transmissão dos conteúdos matemáticos.

As ferramentas tecnológicas ganharam espaço em uma proporção muito rápida e a linguagem escrita passou a um plano menor, de acordo com Lévy (1993, p.109), o qual diz que é necessário "[...] inventar novas estruturas discursivas [...]". Hoje, não se envia uma carta para alguém, já que você pode enviar um *email*, ou postar uma mensagem nas redes sociais. A forma como a Matemática é ensinada tem causado dificuldades para o aprendizado dessa disciplina. Segundo D'Ambrósio (2009), é necessário se desprender dessa forma linear e estática com que são transmitidos os conteúdos, tendo em vista que o mundo digital tem muito a oferecer, sobretudo, levando-se em consideração os diferentes ritmos de aprendizagem das pessoas.

O grande desafio é fazer com que a tecnologia funcione, na escola, da mesma forma como funciona fora dela – o que reforça a proposta dos PCN – e atuando no mundo contemporâneo, a partir do espaço cibernético[5].

Não há mais um período de aprendizagem, mas um constante aprender. São exigidas cada vez mais competências diversas no mercado de trabalho. Não basta saber um determinado fato, mas tudo que está ligado, ou possa se ligar, a ele.

O objetivo central dessa pesquisa é explorar a Virtualização como método de ensino para o 7º ano no contexto algébrico, mais precisamente no estudo de equações, inequações e sistemas lineares. E, como objetivo específico, a difusão de quatro passagens da Virtualização: realização, potencialização, atualização e virtualização, em situações matemáticas, a fim de

[5] Espaço que se cria com a navegação na *Internet*.

verificar a possibilidade da construção de um aprendizado mais dinâmico, interativo e autônomo.

A pesquisa fundamentou-se nas obras de Lévy (1993; 1996; 1999) e no pensamento complexo de Morin (2005; 2011), para desenvolver um Estudo de Caso em uma turma de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental II, verificando se a abordagem virtual propicia, de forma eficaz, a apreensão de conhecimentos no campo algébrico. E pretende-se finalizar esse estudo com a construção de um caderno das atividades hipertextuais trabalhadas, com o intuito de orientar o professor de Matemática para a aplicação em sala de aula, uma vez que podem estar inseridas no contexto algébrico das aulas de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental II.

Faz-se necessário, então, repensar o ensino da Matemática, voltando-se para essa realidade que se faz presente e que é a linguagem dos nossos alunos.

O presente trabalho foi dividido em seis capítulos, sendo o primeiro a parte introdutória da investigação, cujo propósito é situar o leitor no assunto em questão; o segundo apresenta uma breve revisão da literatura, o terceiro apresenta a fundamentação teórica e o saber matemático, temas que se entrelaçam no presente estudo; o quarto capítulo corresponde à metodologia usada na pesquisa, um Estudo de Caso; no quarto capítulo, são explicitados os procedimentos de apuração de dados e a descrição da análise de dados, de acordo com os recursos que são usados em um Estudo de Caso; e o sexto traz as considerações finais da pesquisa.

A seguir, serão apresentadas algumas pesquisas realizadas com a Virtualização. Faz-se necessário refletir sobre essa tendência no ensino, para que se possa entender como funciona esse tipo de atuação no campo educacional.

# 2 UMA BREVE REVISÃO DA LITERATURA

Dentre as pesquisas que estão sendo realizadas, a que despertou o interesse, neste trabalho, foram as experiências realizadas com a Virtualização, um termo definido por Lévy (1996) como um movimento inverso da atualização, ou seja, ela representa uma passagem do atual ao virtual. A pesquisa foi realizada por Rodrigo Dalla Vecchia, professor do Departamento de Matemática da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), em Canoas, Rio Grande do Sul, e por Marcus Vinicius Maltempi, doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) e professor do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), no Campus de Rio Claro, em São Paulo, e publicada no Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), em 2012, com o tema: *Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação: a realidade do mundo cibernético como um vetor de virtualização.* Eles tiveram como objetivo discutir a relação entre Modelagem Matemática e a realidade do mundo cibernético[6].

No trabalho citado, os autores criaram uma situação-problema, para testar o que denominaram de vetores virtuais[7], em uma turma do curso de Engenharia da Universidade Luterana.

Na concepção dos autores, a Virtualização é uma estratégia que permite novas leituras. Um aspecto importante desse estudo foi a percepção de que o simples uso da tecnologia ou de um *software* não a caracteriza. Há de se considerar diversos aspectos que a envolvem e seu modo de atuar. A palavra vetor é usada no sentido de conduzir. Uma vez que se cria uma problemática, inicia-se o processo de Virtualização, por meio de suas passagens.

A capacidade de interação, de aprendizagem colaborativa, sem necessariamente ter um espaço físico para acontecer, onde há troca, um aprende com o outro, um interfere no trabalho do outro e mundos virtuais são visitados, imagens são vistas, textos diversos são lidos, são ligados, de modo que possam continuar no processo do aprender e do conhecer, indo e vindo, num primeiro momento, remetem-nos a um dos aspectos, da Virtualização, que é o próprio ato de virtualizar. Usada como estratégia de ensino, pode favorecer um aprendizado mais atualizado da Matemática e de seus conceitos e esse universo tecnológico modifica funções cognitivas, como memória, imaginação, percepção e raciocínios. Encontramos essa perspectiva de mudança cognitiva nos pensamentos de Lévy (1993; 1996; 1999) e Vygotsky (1989).

[6] Rede de comunicação propiciada pelo uso da *internet*.
[7]Classificação dada pelos autores do artigo, Vecchia e Maltempi, para as quatro passagens da Virtualização, propostas por Lévy (1996).

É perceptível a facilidade com que os alunos manuseiam os aparelhos eletrônicos. A velocidade com que são capazes de conduzirem os artefatos tecnológicos, de interpretarem seus dados, fazendo um novo tipo de leitura, faz com que a Virtualização seja uma possibilidade inovadora de um aluno aprender Matemática de forma interativa e dinâmica, resolvendo situações-problemas, modificando-as e criando novos significados para conceitos matemáticos, atribuindo-lhes significados reais e atualizados, de acordo com o contexto.

Na pesquisa de Jungblut (2004), cujo título é *A heterogenia do mundo on-line: algumas reflexões sobre virtualização, comunicação mediada por computador e ciberespaço*, o autor destaca, também, as obras de Lévy (1993, 1996, 1999) como as que mais se preocupam em explicar a Virtualização e define-a como o inverso da atualização.

Jungblut (2004) classifica a *internet* como uma rede de computadores e esclarece que o virtual só acontece se houver comunicação entre os indivíduos que operam essas máquinas, ou seja, os computadores e, ainda, que uma relação é virtual quando a comunicação é mediada pelo uso de tais máquinas.

A pesquisa de Jungblut (2004) contribui para o entendimento do ciberespaço como sendo um espaço de comunicação, no qual as pessoas se comunicam e essas comunicações são de natureza digital. Pode-se, então, a partir dessa colocação, entender o que Lévy (1996) define por realização. É por intermédio da *internet* que possibilidades múltiplas acontecem, com o uso de programas, ou *softwares*, o que caracteriza o tempo real, ou seja, o tempo em que o usuário navega na *internet* utilizando seus recursos tecnológicos. Lévy (1999) explica da seguinte forma:

> O ciberespaço não compreende apenas materiais, informações e seres humanos, é também constituído e povoado por seres estranhos, meio textos meio máquinas, meio atores, meio cenários: os programas. Um programa, ou *software*, é uma lista bastante organizada de instruções codificadas, destinadas a fazer com que um ou mais processadores executem uma tarefa. [...] Os programas aplicativos permitem ao computador prestar serviços específicos a seus usuários. (LÉVY,1999, p. 41-42)

O ciberespaço vive em constante mutação e os programas são modificados, substituídos ou atualizados o tempo todo, para atender às necessidades de seus usuários. Assim sendo, o uso do ciberespaço torna-se favorável a uma educação mais interativa quando é possível a troca de informações, o debate, a discussão, mesmo que seus interlocutores não estejam presentes fisicamente.

Jungblut (2004) explica que a realidade não deixa de existir, mas que se complexifica a cada nova descoberta trazida pelo avanço tecnológico. E que não se pode ficar indiferente a essa nova realidade que se abre no século XXI.

Todas as pesquisas aqui mencionadas retratam a Virtualização como um processo inverso da atualização, no sentido mais amplo da palavra, ou seja, o que é virtual existe, é real, apenas não está presente no sentido físico. O virtual atualiza-se. Lévy exemplifica:

> O problema da semente, por exemplo, é fazer brotar uma árvore. A semente "é" esse problema, mesmo que não seja somente isso. Isto significa que ela "conhece" exatamente a forma da árvore que expandirá finalmente sua folhagem acima dela. A partir das coerções que lhe são próprias, deverá inventá-la, coproduzi-la com as circunstâncias que encontrar. (LÉVY,1996, p.16)

Observa-se que o virtual não é o inimaginável, mas, sim, o que está presente em potência. A problemática que se cria a partir da solução de um problema, as questões que são colocadas, as interpretações que são feitas, são de ordem virtual. Tudo isso acontece na atualização.

A discussão sobre o processo virtual acontecerá ao longo do trabalho, quando a Virtualização será explicada em detalhes, à luz dos pressupostos teóricos que vêm a seguir, no capítulo 3.

# 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E O SABER MATEMÁTICO

Este capítulo trata da teoria que irá reger a investigação, a partir dos autores mencionados anteriormente, sob a ótica da Virtualização e da resolução de problemas. O foco deste estudo é utilizar as passagens de Lévy (1996), os quatro modos de ser da Virtualização, para direcionar o trabalho matemático em uma perspectiva virtual, seja ela como resolução de problema ou qualquer outra situação em que se busque conhecer um fenômeno em sua totalidade, ou grande parte dela.

Articulamos, a seguir, o pensamento complexo de Morin (2005; 2011), para o melhor entendimento do processo virtual na perspectiva de uma proposta diferenciada de ensino da Matemática.

Além disso, o capítulo abordará o saber matemático algébrico, para situar o leitor a respeito dos temas que são trabalhados no 7º ano do Ensino Fundamental II.

## 3.1 O PENSAMENTO COMPLEXO

Assim como em outras áreas, necessita-se ter uma ideia do conjunto, ao se abordar um tema matemático, pois o conhecimento acontece de modo articulado e organizado. É preciso fazer associações e ter conhecimento do todo, uma vez que informações isoladas não contribuem para que algo faça sentido, somente o contexto permite que se faça uma leitura significativa do objeto em estudo. Veja o que os PCN dizem:

> [...] Consequentemente, o saber matemático não se tem apresentado ao aluno como um conjunto de conceitos inter-relacionados, que lhes permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível. Nesse caso, a concepção de ensino e aprendizagem subjacente é a de que o aluno aprende por reprodução/imitação. (BRASIL, 1998, p. 39)

Os PCN (1998) apontam que um estudo que não se contextualiza pode levar o aluno à prática da memorização e apenas reproduzir alguns conceitos de forma mecânica, sem consciência do que realmente se deseja com tal aplicação.

E sobre a forma como os conceitos matemáticos são difundidos nas aulas de Matemática, esse documento oficial salienta que a prática mais usual é simplesmente a reprodução de conteúdo, não priorizando o contexto, como já dito anteriormente. Afirma-se que:

> Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos. (BRASIL, 1998, p. 37)

Percebe-se, então, que vale pensar em uma estratégia diferenciada, uma vez que a emergência pelo todo se faz presente, em detrimento do pensamento disciplinar. A reprodução mencionada nos PCN independe do uso de tecnologias, mas está na forma como se pensa o ensino. Morin (2011) reforça essa colocação dos PCN, sobre a reprodução mecânica não levar o indivíduo a formular questões conscientes, quando explica:

> A educação deve favorecer a aptidão natural da mente em formular e resolver problemas essenciais e, de forma correlata, estimular o uso total da inteligência geral. Este uso total pede o livre exercício da curiosidade, a faculdade mais expandida e a mais viva durante a infância e a adolescência, que, com frequência, a instrução extingue e que, ao contrário, se trata de estimular ou, caso esteja adormecida, de despertar. (MORIN, 2011, p. 37)

O que se propõe, então, é a reorganização do pensamento, ou seja, a organização dos fatos de modo que levem à associação das ideias e à articulação dos dados, de forma consciente e passível de discussão. Morin (2005; 2011) chama essa reorganização de pensamento complexo, explicando que:

> *Complexus* significa o que foi tecido junto; de fato, há complexidade quando elementos diferentes são inseparáveis constitutivos do todo (como o econômico, o político, o sociológico, o psicológico, o afetivo, o mitológico), e há um tecido interdependente, interativo e Inter retroativo entre o objeto de conhecimento e seu contexto, as partes e o todo, o todo e as partes, as partes entre si. Por isso, a complexidade é a união entre a unidade e a multiplicidade. (MORIN, 2011, p. 36. *Grifo do autor*)

Ele deixa claro que o reducionismo[8] impede que um fenômeno seja conhecido em sua totalidade, dificultando o seu verdadeiro sentido, além de permitir interpretações equivocadas sobre o mesmo. Essa afirmativa é defendida pelo autor, quando diz que:

> [...] Até meados do século XX, a maioria das ciências obedecia ao princípio da redução, que limitava o conhecimento do todo ao conhecimento de suas partes, como se a organização do todo não produzisse qualidades ou propriedades novas em relação às partes consideradas isoladamente. (MORIN, 2011, p. 39)

---

[8] É o princípio que restringe o complexo ao simples. Morin (2011) classifica o reducionismo como separatista, compartimentado, isolado. Não há união dos conhecimentos.

Para Morin (2011), o avanço tecnológico abriu a mente das pessoas. Ele diz que "estamos, contudo, em via de subordinação às IAS[9] instaladas nas mentes em profundidade" (MORIN, 2011, p. 40). Com a possibilidade de interação das áreas, por meio das tecnologias digitais, não cabe mais um estudo único sobre um dado, mas sobre tudo aquilo que está à sua volta, dando-lhe sentido.

Vê-se, no pensamento complexo, a possibilidade de se abrirem outros campos de saberes e, consequentemente, na Educação, a reformulação de currículos.

Morin (2005) defende a ideia de que não deve haver separação entre razão e emoção, por acreditar não haver um mesmo homem racional que não seja, também, emocional. Nas suas palavras, percebe-se que é como se fosse um preparo para a guerra, uma vez que a escrita formal tende para a certeza, sem levar em conta fatores externos. E, provavelmente, deixa escapar alguma particularidade que faria o aluno entender todo o contexto. O mesmo autor diz que "[...] é preciso situar as informações e os dados em seu contexto para que adquiram sentido [...]" (MORIN, 2011, p. 34). Nesse contexto, os PCN corroboram esse argumento, quando afirmam que:

> A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. Desse modo, o que o professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, definições, técnicas e demonstrações. (BRASIL, 1998, p. 40)

Na Virtualização, o processo incide na integração das partes com o todo, pois se faz necessário criar uma problemática. A busca por resposta exige uma atitude exploratória, por parte do aluno.

De que forma o pensamento complexo se faz presente na discussão desse trabalho? É preciso que, até esse momento, o leitor entenda que a Virtualização não se opõe ao real, mas o atualiza. Por intermédio dela, busca-se a compreensão de um fato dentro de um contexto e não só uma particularidade desse fato, fora desse contexto. O elo está instalado entre as partes e o todo. A Virtualização cria um campo problemático que se manifesta no pensamento complexo. O próprio Morin esclarece que:

> A verdadeira racionalidade, aberta por natureza, dialoga com o real que lhe resiste. Opera o ir e vir incessante entre a instância lógica e a instância

[9] Inteligências artificiais.

> empírica; é o fruto do debate argumentado das ideias, e não a propriedade de um sistema de ideias (MORIN, 2011, p. 23).

Pensar de modo racional é levar em conta a união dos fatos e não a disjunção para a compreensão. Quem pensa na complexidade, pensa no todo e em suas partes. E cada parte não tem razão de ser sozinha. Na construção de material, para coletar evidências, há de se pensar em situações que gerem campos problemáticos. Caso contrário, a produção é apenas réplica do pensamento simplificador do qual faz parte a realidade educacional.

Morin (2011) diz que "o recorte das disciplinas impossibilita apreender "o que está tecido junto[10]", segundo o sentido original do termo, "complexo". Como já foi dito, o ensino disciplinar trabalha de forma independente**.**

## 3.2 A COMPLEXIDADE NO CONTEXTO ALGÉBRICO DO 7º ANO DO FUNDAMENTAL II

A obra de Imenes e Lellis (1999), *Matemática 6*, é um exemplo do pensamento complexo de Morin mencionado nesse trabalho. Imenes e Lellis (1999) colocam como principais objetivos dessa obra:

> [...] O importante é preparar-se para tomar decisões, pensar globalmente, compreender linguagens variadas, raciocinar de forma criativa, tudo o que as máquinas não fazem. Essa é a educação adequada para seus filhos, futuros cidadãos do século XXI. Este livro prepara esse futuro. (IMENES; LELLIS, 1999, p. 3)

No capítulo que aborda equações, os autores defendem o seguinte ponto de vista:

> [...] Na 7ª série[11] do ensino tradicional, o cálculo literal é um grande obstáculo. Os alunos só conseguem aprender alguma coisa por meio de grande quantidade de exercícios. Este capítulo começa a mudar essa situação eliminando uma de suas causas: a falta de sentido nos cálculos com letras. Aqui eles ganham significado [...] o tipo de raciocínio mais exigido neste item é o de generalização [...] (IMENES; LELLIS, 1999, p. 44).

Essa obra contempla o principal aspecto do pensamento de Morin (2005; 2011), que é a reforma do pensamento, ou seja, o de preparar os alunos para a organização do conhecimento.

---

[10] Articulação do conhecimento no contexto, de modo multidimensional e dentro da concepção global. Não se separa o econômico do político, do sociológico, do afetivo e mitológico. O leitor pode consultar *Os sete saberes necessários à Educação do Futuro*, de Morin, 2011, p. 36.

[11] A 7ª série é, atualmente, o 8º ano do Ensino Fundamental.

No manual pedagógico do livro, os autores abrem a discussão, com o Capítulo 1, intitulado *Um novo ensino de Matemática*, no qual sinalizam que a coleção está em sintonia com as atuais tendências em Educação Matemática. Nesse mesmo capítulo, os autores expõem o que consideram “causas do fracasso do ensino tradicional” e alertam que não se devem cometer tais erros. Os autores são enfáticos ao dizerem que o enfoque do ensino tradicional está ultrapassado, pois prioriza mais a técnica do que as ideias, e ao salientarem a necessidade de fazer os alunos pensarem, convergindo com as ideias.

O que pensam esses autores muito provavelmente está ligado ao recorte do qual Morin (2011) cita em sua obra, refletindo na forma como os conteúdos são apresentados aos alunos, nas diversas disciplinas. Esse recorte dificulta o trabalho de integração das áreas, pois nem sempre há sintonia entre o que está sendo estudado, dificultando a capacidade de associação das ideias, que, juntas, permitem uma compreensão mais aprofundada do objeto de estudo.

Morin (2011) diz que a visão de unilateralidade deve ser abandonada, pois ela cria classes, tais como: a racionalidade, a técnica, as atividades utilitárias, dando lugar a um único tipo de ser definido por suas necessidades obrigatórias, o qual Morin (2011) define como *homo prosaicos.* Ele coloca como vocação essencial da educação do futuro o exame e o estudo da complexidade humana. E percebe-se, então, que com foco nessa ideia, houve uma preocupação de articulação e organização da obra de Imenes e Lellis (1999) com esse pensamento, quando dizem que os conteúdos foram organizados em espiral, ou seja, os assuntos são abordados mais de uma vez, com aprofundamento maior, a cada série, observando a forma de abordagem de detalhes complexos e a adequação da experiência matemática ao desenvolvimento cognitivo dos alunos. Para as novas tendências em Educação Matemática, os autores citam: a resolução de problemas, a modelagem, as abordagens etnomatemáticas, as abordagens históricas, o uso de computadores e de jogos, sugestões em consonância com os PCN.

Dante (2013) também enfatiza o estudo em espiral. Em sua obra, *Matemática 7*, no guia de orientações para o professor, afirma que:

> A prioridade da coleção é o *ensino espiral*, em que um mesmo conceito é retomado várias vezes e pouco a pouco vai se ampliando, aprofundado e sistematizado, tanto em um mesmo volume, quanto nos volumes seguintes. [...] Os conceitos são, em geral, desencadeados a partir de uma *situação-problema*, como é recomendado pelos educadores matemáticos que trabalham com *formulação* e *resolução de problemas*; a modelagem matemática é feita pela procura de modelos matemáticos a partir de problemas reais. (DANTE, 2013, p. 5)

Pode-se observar, mais uma vez, a preocupação de organizar os conteúdos de modo que os alunos possam fazer uma leitura mais abrangente do objeto em estudo – nessa pesquisa, o contexto algébrico – priorizando as ideias de Morin (2005; 2011).

No capítulo que aborda a parte algébrica, no tópico sobre inequações, Dante (2013) defende o uso desse conceito, por meio de um texto intitulado *As áreas verdes nas cidades*, em que é colocada a importância de se saber o mínimo de habitantes por metro quadrado (m²), para a conservação de áreas verdes nos centros urbanos, de acordo com Organização Mundial da Saúde (OMS).

Dante (2013) considera como medida padrão uma área verde de $12m^2$ e apresenta a desigualdade $\frac{Av}{x} \geq 12$, para calcular esse mínimo a ser considerado, sendo "Av" a área verde (em $m^2$) e x, o número de habitantes.

Um problema como esse faz o discente processar a diferença entre equação e inequação sem formalismos, reforçando-se apenas a ideia de significação defendida por Morin (2005; 2011), quando diz que o complexo é "tecer junto".

Um exemplo real permite que o aluno desenvolva cálculos com significados e não apenas uma simples aplicação de um conceito, desprovida de sentido.

Outra obra, *Projeto Araribá Matemática 6ªsérie*[12], cuja organização dos conteúdos matemáticos propostos para o ensino da série se deu na pessoa de Juliane Matsubara Barroso, licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, promove uma discussão do pensamento complexo, também, quando apresenta, no final de cada capítulo, textos que abordam o assunto estudado dentro de um contexto cotidiano, mostrando como profissionais utilizam esses conceitos matemáticos difundidos em aula, situando-se na ideia de complexidade de Morin (2005; 2011), já explorada, também, por Imenes e Lellis (1999) e Dante (2013).

No capítulo em que o estudo algébrico é abordado, Barroso (2006) traz o texto "*A matemática da caixa de fósforos*", no qual explica como alguns truques são realizados por mágicos que têm conhecimento de álgebra.

Barroso (2006) salienta, dentro dos objetivos conceituais, a preocupação de que o estudante traduza situações-problema usando procedimentos algébricos, incluindo, entre esses procedimentos, o uso de equações e sistemas lineares. O mesmo autor ainda reforça a ideia de

---

[12] Ressaltando, mais uma vez, que hoje a nomenclatura é 7º ano. O Projeto Araribá foi aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) no ano de 2008 para as séries finais do Ensino Fundamental identificado pelo código 00066COL02.

complexidade proposta por Morin (2005; 2011), quando diz, no guia de orientações para o professor, que:

> Ensinar Matemática de forma isolada das demais áreas do conhecimento, explorar conhecimentos matemáticos apenas como pré-requisito para depois ensinar mais Matemática, não contribui muito para a formação integral do aluno. [...] Felizmente, estamos vivendo um processo de transformação em que novas orientações curriculares, que apresentam o ensino da Matemática voltado à formação da cidadania, vêm sendo implementado no país.
> (BARROSO, 2006, p. 5)

No presente estudo, então, foi dado um destaque para a resolução de problemas de ordem algébrica. E, no tópico seguinte, são apresentados alguns aspectos da álgebra em seu histórico, até os dias atuais.

## 3.3 BREVE HISTÓRICO DA ÁLGEBRA

Segundo Guelli (1996), *Mohamed ibn Musa al-Khowarizmi* foi o maior matemático árabe de todos os tempos. Ele afirma que o livro *Hisab al-jabr wa-almuqabalah* é a obra mais famosa de *al-Khowarizmi*, contendo operações *al-jabr e qabalah*.

Guelli (1996) explica que o termo *al-jabr* significa restauração e refere-se à transposição de termos para o outro lado da equação. E o termo *qabalah* significa redução ou equilíbrio e refere-se ao cancelamento de termos semelhantes em lados opostos da equação.

O Papiro de Ahmes (ou de Rhind) é um dos documentos da antiguidade que descreve, segundo Garbi (2009), problemas envolvendo equações do 1º grau. Trata-se de um longo papiro egípcio de, aproximadamente, 1650 a.C. Foi o inglês Rhind quem o encontrou no final do século XIX e hoje pode ser visto no Museu Britânico, em Londres. A maior parte desses problemas, segundo Guelli (1996), representava situações do dia a dia, mas alguns deles referiam-se aos próprios números. O valor era encontrado pela regra do falso. Guelli (1996) exemplifica: “Um montão, sua metade, seus dois terços, todos juntos são 26. Digam-me: Qual é a quantidade?” (GUELLI, 1996, p. 8). A resolução era feita a partir de um valor falso, por exemplo, 18.

$$18 + \frac{1}{2}.18 + \frac{2}{3}.18 = \tag{1}$$

$$= 18+9+12 \tag{2}$$

$$= 39 \tag{3}$$

Esses valores, 18 e 39, eram usados numa regra de três, com os dados do problema, conforme Figura 1:

**Figura 1 –** Regra de três

| Valor falso | Valor verdadeiro |
|---|---|
| 18 | Montão |
| 39 | 26 |

Fonte: GUELLI, 1996, p. 9.

Resolvendo a regra de três, encontrava-se o número procurado, que, no exemplo, é o número 12.

O conhecimento matemático só foi sintetizado e sistematizado por volta de 300 a.C., com Euclides, o qual, segundo Garbi (2009), fez importantes demonstrações e introduziu conceitos que se tornaram fundamentais na solução de equações. Na obra *Elementos*, Euclides introduziu cinco noções básicas de relevância para o estudo das equações. Garbi (2009) descreve essas noções:

> a) Coisas iguais a uma terceira são iguais entre si.
> b) Se iguais forem somados a iguais, os resultados serão iguais.
> c) Se iguais forem subtraídos de iguais, os resultados serão iguais.
> d) Coisas coincidentes são iguais entre si.
> e) O todo é maior que a parte.
> (GARBI, 2009, p. 19)

Em *Elementos*, segundo Guelli (1996), Euclides não fazia nenhum cálculo, apenas se preocupava com as relações que podia obter geometricamente. A resolução de uma equação era feita utilizando áreas de figuras planas e, consequentemente, nem todos os problemas eram resolvidos. Guelli (1996) acredita que essas noções, que aparecem na obra de Euclides e que foram citadas acima, tenham contribuído para o modo como as equações são resolvidas, nos tempos atuais.

Segundo Guelli (1996), o uso de símbolos nas equações se deu com Diofante e explica:

> A incógnita é representada por um símbolo especial, muito semelhante a x.
> O sinal da soma não é usado.
> A subtração tem um símbolo especial: M, abreviação de menos.
> Os termos independentes também têm um símbolo: u, abreviação de unidade.
> A igualdade é representada pela expressão: é igual a.
> O número 1 ao lado do x indica que o coeficiente da incógnita é a unidade.
> (GUELLI, 1996, p. 24)

A Figura 2 compara o que é feito na atualidade com o que era feito na antiguidade.

**Figura 2**- Confronto temporal dos símbolos

| *Símbolos atuais* | *Símbolos de Diofante* |
|---|---|
| $x + 3 = 18$ | x1 u3 é igual a u18 |
| $x - 2 = 12$ | x1 M u2 é igual a u12 |
| $x + 3 = 12 - x$ | x1 u3 é igual a u12 M x1 |
| $x - 9 = 7 - x$ | x1 M u9 é igual a u7 M x1 |

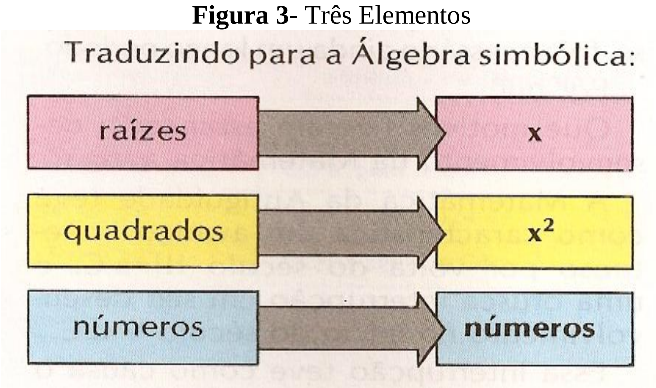
Fonte: GUELLI, 1996, p. 24.

Guelli (1996), ao descrever a forma como as equações eram interpretadas na época de Diofante, esclarece o que já foi dito anteriormente sobre a evolução do objeto em estudo, ou seja, o estudo das equações, em particular, pois quando comparamos o que era feito antes – símbolos de Diofante –, com o que é feito agora, símbolos atuais, Figura 2, percebe-se o longo caminho percorrido pelos estudiosos, para definirem uma forma única de representação das equações.

Devido às constantes guerras que ocorreram nesse período, a Matemática pouco evoluiu e, no caso das equações, só havia os conhecimentos simbólicos colocados por Diofante. Os fatos mudaram com a queda de Roma e a chegada do poder até os árabes.

O árabe Al-Khowarizmi resolvia as equações de modo semelhante ao que usamos hoje; a diferença é que ele usava palavras. Guelli (1996) diz que ele usava três elementos: raízes, quadrados e números. O exemplo do autor está representado na Figura 3:

**Figura 3**- Três Elementos




Fonte: GUELLI, 1996, p. 26.

A introdução dos símbolos no mundo da Matemática se deu por François Viète (1540-1603), considerado o pai da álgebra. Ele foi modificando as equações, substituindo as palavras por símbolos. O passo mais importante que deu foi substituir os coeficientes das incógnitas por consoantes. Foi por intermédio dele que as equações passaram a ter outro foco e não somente serem uma ferramenta para a resolução de problemas cotidianos. A equação passou a ser vista como o idioma da álgebra. A equação do 1º grau foi uma das equações que ele estudou e que, em sua época, era escrita **B in**[13] **A+C=0**, mas, com Descartes, (1596-1650) tomou a forma **ax+b=0**.

O conhecimento matemático é complexo por si só, pois, para o entendimento de um determinado fato, necessitou-se de uma evolução do objeto em estudo, através dos tempos. E não foi diferente com as equações. Garbi (2009) diz que elas tiveram um papel importante na história da humanidade (foi por meio delas que muitas descobertas realizaram-se). O autor comenta, em seu livro, *Romance das Equações Algébricas*, que a ciência fez da equação uma linguagem para correlacionar as associações que estabeleceram com seus entes. Daí o termo igualdade ou equivalência. Como o objetivo maior é encontrar um valor desconhecido, utiliza-se a palavra incógnita para esse valor. Geralmente é a letra x, mas pode ser qualquer outra letra. Ele exemplifica a importância das equações dizendo que Newton recorreu ao uso delas para provar que as órbitas dos planetas são elipses, sendo o sol um dos focos.

Segundo Boyer (2010), a França era o centro da Matemática, na época de Descartes. E, por intermédio dos seus estudos, a álgebra formal encontrou seu auge. Vale ressaltar que o que se vê de parâmetros e incógnitas, como números, Descartes pensava como segmentos.

Boyer (2010) observa que a forma como se posicionava tornou a sua álgebra geométrica mais flexível e essa flexibilidade fez com que xx fosse lido como “x ao quadrado”, sem se ter em mente a figura de um quadrado**.**

Sobre a forma como Descartes lidava com as situações algébricas, Boyer (2010) salienta o seguinte:

> Descartes nos livros I e II de *La géometrie* está sempre preocupado essencialmente com esse tipo de problema geométrico, em que a equação algébrica resultante que determinava o instrumento geométrico, em que a equação algébrica final só pode conter uma quantidade desconhecida. [...] o objetivo do seu método, portanto era duplo: 1) por processos algébricos libertar a geometria de diagramas e 2) dar significados às operações da álgebra por meio de interpretações geométricas. (BOYER, 2010, p. 233)

[13] In era o símbolo que Viète usava para a multiplicação.

Conhecer a história de um conceito matemático é de grande relevância e estimula a pesquisa, pois enxergamos o passado como uma possibilidade de sabermos o que motivou determinados estudiosos a analisarem/criarem fatos que tanto usamos no presente, como afirmam os PCN:

> A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. (BRASIL, 1998, p. 42)

As equações aparecem em diversas aplicações e por isso não é difícil relacioná-las ao mundo virtual, o qual favorece a pesquisa, pela facilidade de navegação. Imenes, Jakubovic e Lellis (1992) apresentam diversos exemplos no livro *Pra que serve Matemática? Álgebra.* Muitos desses exemplos podem ser mais bem explorados com a ajuda do computador. A Virtualização, então, pode ser uma estratégia que possibilite uma aprendizagem mais interativa. Um desses exemplos é a fórmula usada para prever os movimentos dos satélites artificiais:

$$h = 10000.\sqrt[3]{\frac{13.t^2}{1000}} - 6400 \tag{4}$$

h:altura do satélite, em quilômetros

t:tempo, em horas, de uma volta em torno da Terra

Essa fórmula é apresentada de forma simples, pois trata-se de um livro voltado para o Ensino Fundamental II.

No trabalho com Virtualização, pode-se buscar a visualização dos satélites e ligá-los aos aspectos geográficos. Integrar esses aspectos com os que a História coloca sobre eles, de forma instantânea, navegando na *internet*, abrindo páginas que tratam do assunto, permite um estudo mais abrangente, que reflita sobre problemas econômicos ou políticos dos países cujas transmissões eles realizam, ou seja, faz-se um estudo do ponto de vista do pensamento complexo.

O conceito de inequação, por exemplo, pode aparecer nesses estudos em que se comparam a situação econômica de países em desenvolvimento com a dos países desenvolvidos.

Boyer (2010) atribui aos babilônios o uso de sistemas lineares na resolução de problemas. Ele faz tal argumentação baseado no exemplo:

> Aqui ¼ da largura + comprimento =7 mãos e comprimento + largura= 10 mãos. A solução é achada primeiro substituindo cada “mão “por 5 “dedos” e então observando que uma largura de 20 dedos e um comprimento de 30 dedos satisfazem a ambas equações. Em seguida, porém, a solução é achada por um outro método equivalente a uma eliminação por combinação. Exprimindo todas as dimensões em termos de mãos, e fazendo comprimento e largura iguais a x e y respectivamente, as equações ficam y+4x=28 e x+y=10. Subtraindo a segunda da primeira tem-se o resultado 3x=18; daí x=6 mãos ou 30 dedos e y= 20 dedos. (BOYER, 2010, p. 21)

Observa-se que o cálculo usado pelos babilônios é ensinado hoje como método da adição na resolução de sistemas lineares.

No tópico seguinte, faz-se uma discussão da álgebra nos tempos atuais.

## 3.4 UMA BREVE REFLEXÃO DO ESTUDO ALGÉBRICO ATUALMENTE

Segundo Ribeiro (2011), existem diversas pesquisas em Educação Matemática centradas no tema equações. Ele destaca dois tipos de questionamento que são correntes nessas pesquisas: dificuldades em equacionar problemas e dificuldades na resolução de alguns tipos de equações. Em sua obra, *O ensino de Álgebra na perspectiva dos Multisignificados de Equação: algumas possibilidades para a sala de aula*, o autor reflete sobre o ensino mecânico e automatizado na resolução de equações.

Ribeiro (2011) tem como foco a construção e a compreensão de diferentes significados para uma mesma noção Matemática, a qual denomina de Multisignificados de Equação. O autor exemplifica:

> Intuitivo-Pragmático: por esse significado o conceito de equação é concebido como uma noção intuitiva, ligada à ideia de igualdade entre duas quantidades. Sua utilização está relacionada à resolução de problemas de ordem prática, os quais são originários de situações do dia-a-dia;
> Dedutivo-Geométrico: por esse significado o conceito de equação é concebido como uma noção ligada às figuras geométricas, aos segmentos. Sua utilização está relacionada à situações envolvendo cálculos e operações com segmentos, com medida de lados de figuras geométricas, com intersecções de curvas;
> Estrutural-Generalista: por esse significado o conceito de equação é concebido como uma noção estrutural definida e com propriedades e características próprias. A equação aqui é considerada por si própria, operando-se sobre ela mesma na busca de soluções gerais para uma classe de equações de mesma natureza;

> Estrutural-Conjuntista: por esse significado o conceito de equação é concebido numa perspectiva estrutural, que está diretamente ligada à noção de conjunto. É vista como uma ferramenta para resolver problemas que envolvam relações entre conjuntos;
> Processual-Tecnicista: por esse significado o conceito de equação é concebido como a sua própria resolução – como os métodos e técnicas que são utilizadas para resolvê-la. Diferentemente dos estruturalistas, nesse momento equação não é vista como um ente matemático sobre o qual as operações e manipulações que são realizadas atendem à regras bem definidas;
> Axiomático-Postulacional: por esse significado o conceito de equação é concebido como uma noção da Matemática que não precisa ser definida, uma ideia a partir da qual outras ideais, matemáticas e não matemáticas, são construídas. Por essa concepção, a noção de equação é utilizada no mesmo sentido de Noção Primitiva, como ponto, reta e plano na Geometria Euclidiana. (RIBEIRO, 2011, p. 3)

Apesar de não hierarquizar os diferentes significados mencionados, Ribeiro (2011) defende a ideia de se iniciar o processo de estudo pelo significado axiomático-postulacional, pois, dessa forma, não haveria a preocupação de definir formalmente o conceito de equação, priorizando a ideia central desse conceito e associando-o a outros, já apresentados anteriormente pelo professor.

Figueiredo (2007) expressa sua preocupação com o ensino da álgebra, ao detectar falhas elementares nos alunos de curso superior, tais como somar termos semelhantes em expressões algébricas, ou utilizar o princípio aditivo ou multiplicativo da igualdade em equações algébricas.

O autor salienta que existe uma distância entre o aluno estudar álgebra no curso superior de licenciatura e o modo como trabalhará tal conteúdo em sua jornada como professor de Matemática, por isso é grande a preocupação dos pesquisadores com a formação dos professores, de um modo geral.

Figueiredo (2007) afirma que os professores tendem a ensinar aquilo que aprenderam, ao longo de sua formação, as experiências vividas com seus metres, sem atentar para as particularidades conceituais.

Assim sendo, Figueiredo (2007) descreve algumas concepções algébricas, conforme o Quadro 1:

**Quadro 1 -** Concepções Algébricas

| | |
|---|---|
| Processológica | Conjunto de procedimentos e técnicas padronizados. |
| Linguístico-estilista | Linguagem específica para expressar o pensamento algébrico. |
| Linguístico-sintático-semântica | Linguagem mais específica para expressar o pensamento algébrico. |
| Linguístico-postulacional | Abstração e generalidade a símbolos algébricos. |

Fonte: FIGUEIREDO, 2007, p. 43-44.

Dadas tais concepções, Figueiredo (2007) afirma existirem três etapas para a difusão do pensamento algébrico. A primeira consiste em desenvolver situações em que se possa generalizar. A segunda, em partir de uma expressão algébrica, para que o aluno possa estudar suas características. A terceira, em destacar o modo como as expressões algébricas podem ser transformadas em outras equivalentes e procedimentos que expliquem os passos dados.

Partindo, então, de situações exploratórias e investigativas, o professor permite que o discente desenvolva as etapas de difusão do pensamento algébrico e desenvolva as concepções algébricas de modo articulado.

Alunos do 7º ano do Ensino Fundamental II passam por três momentos de aprendizagem, em relação a tal conteúdo. Segundo Figueiredo (2007), existe a fase pré-algébrica, em que o estudante reconhece a letra como ente algébrico, mas ainda não consegue concebê-la em forma de número; há a fase de transição do aritmético para o algébrico, quando o estudante aceita a ideia de número, faz generalizações, podendo, ou não, utilizar linguagem algébrica; e, por último, a fase do pensamento algébrico mais desenvolvido, em que o discente generaliza, produzindo expressões algébricas e sabendo operar com elas.

Figueiredo (2007) afirma que o estudante pode atingir a última fase sem, necessariamente, utilizar uma linguagem estritamente algébrica-simbólica, mas ressalta que o pensamento algébrico se potencializa à medida que o discente expressa-se com mais eloquência. Em suas conclusões, Figueiredo (2007) acredita que não se deve priorizar uma concepção ou outra, mas incentivar o estudante a desenvolver atividades que possam explicitar o pensamento algébrico.

Ambas as pesquisas, de Ribeiro (2011) e de Figueiredo (2007), retratam um pouco do cenário atual no estudo algébrico: há uma preocupação com a forma de ensinar os conteúdos básicos e com os estudos cada vez mais profundos, quanto à educação algébrica. Colocaram-se, aqui, algumas das reflexões desses pesquisadores sobre o entendimento de processos algébricos e como são difundidos de acordo com a influência que certa concepção exerce sobre a prática docente.

A presente pesquisa situa-se em procurar multi-significados no estudo de equações, que permitam ao aluno desenvolver ideias sobre o significado de equações, preferencialmente com o uso de técnicas voltadas para atividades no computador, revelando-se, assim, intuitivo-pragmático e processual-tecnicista, com concepção processológica, uma vez que estaria buscando na Virtualização o aprimoramento de procedimentos de resolução de equações, inequações e sistemas lineares. No tópico seguinte, a Virtualização é explicada em detalhes.

## 3.5 A VIRTUALIZAÇÃO

A Virtualização é parte da fundamentação teórica para o presente trabalho. É definida por Lévy (1996) como um tipo de dinâmica que depende da ação de quatro elementos "indissociáveis, eles formam juntos uma espécie de dialética de quatro pólos" (LÈVY, 1999, p. 136). São esses movimentos que permitirão a compreensão do que está sendo estudado: realização, potencialização, atualização e virtualização. Segundo Lévy (1996), realização e potencialização representam a forma de exibição e o conjunto de possibilidades que os artefatos[14] tecnológicos oferecem. Já a atualização representa a solução do problema. Quanto à virtualização, Lévy (1996) diz que ela inventa questões e exemplifica:

> No ano de 2010 todos os carros que circulam na cidade serão elétricos (relacionados à ocorrência) será associado ao polo do atual. Mas posso, se desejar, decompor a frase em dois elementos: uma questão implícita ("Vamos realmente continuar a nos deixar envenenar desta maneira?") e a proposição que responde a essa questão ("Não, já que no ano 2010, etc."). A questão será dita virtualmente e a proposição antes potencializante, já que pode adquirir vários valores de verdade predeterminados. (LÉVY, 1996, p. 141)

Assim sendo, Lévy coloca o conteúdo estudado como uma forma de atualização e as possíveis respostas para esse problema como a virtualização, pois, dentro de um contexto, podem-se discutir diversos aspectos do fenômeno em estudo. A questão da realização está na

[14] Dispositivos eletrônicos.

forma física, como o problema será apresentado, ou seja, o suporte digital escolhido, e a potencialização representa o que, nesse suporte, pode ser explorado.

O Quadro 2 apresenta os quatro aspectos virtuais desse presente estudo:

**Quadro 2 -** Aspectos virtuais

| | |
|---|---|
| Realização | Suporte técnico escolhido que pode ser um endereço eletrônico, um *Software*, um aplicativo, um jogo no computador ou qualquer outro artefato eletrônico. |
| Potencialização | O conteúdo a ser explorado que nesse trabalho concentra-se no estudo algébrico de equações, inequações e sistemas lineares. |
| Atualização | O problema em questão. |
| Virtualização | As possíveis respostas dadas aos problemas, ou seja, as interpretações que podem ser feitas a partir do problema dado. |

Fonte: LÉVY, 1996, p. 140.

Dentre os suportes digitais que estão sendo usados para o desenvolvimento desse estudo está o *software Winplot*. Além das balanças digitais utilizadas para a resolução de equações, fez-se uso do programa citado, principalmente porque ele se mostra favorável ao desenvolvimento de inequações e sistemas lineares de forma visual. A seguir, apresenta-se, de forma simplificada, o uso dessa ferramenta.

## 3.6 O USO DO *SOFTWARE WINPLOT*

O *software Winplot* é um programa de computador desenvolvido pelo professor Richard Parris, no ano de 1985. É leve, pode ser usado em todos os níveis educacionais, além de muito útil na resolução de equações, inequações e sistemas lineares e, exatamente por isso, ele pode funcionar como polaridade da Virtualização, na escala da potencialização. Por intermédio do que está armazenado em sua memória, atualizações e virtualizações podem ser realizadas na tela do computador.

Quando se abre o *Winplot*, aparece uma janela, como mostra a Figura 4:

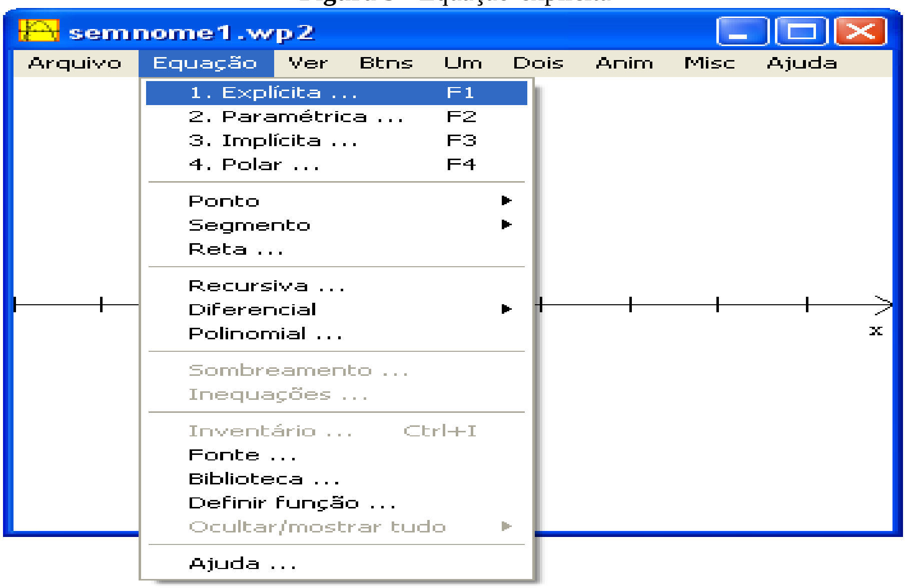
**Figura 4 -** Janela Inicial do *Winplot*


Fonte: Dados da pesquisa

Clicando em “Janela”, aparecerá a opção 2*dim*, ou seja, 2ª dimensão, mas você pode usar, também, a opção 3*dim*, 3ª dimensão.

Na janela *2dim*, o aluno encontra o comando *Equação explícita*, conforme Figura 5, abaixo:

**Figura 5 -** Equação-explícita




Fonte: Dados da pesquisa

Clicando nessa opção, aparecerá uma caixa, na qual o aluno digitará o 1º membro da igualdade da equação, conforme Figura 6:

**Figura 6 -** Caixa de digitalização de funções


Fonte: Dados da pesquisa

Uma vez digitado o 1º membro da igualdade, não existe a opção de colocar o 2º, pois, como pode ser verificado na Figura 6, tem-se o símbolo f(x), que expressa uma função (não é necessário que o professor explique esse significado, pois, nesse nível de escolaridade, os alunos ainda não têm maturidade suficiente para entenderem o que representa uma função, formalmente).

O que deve ser feito antes de usar o *software Winplot* é explicar o significado de par ordenado e sua representatividade no Plano Cartesiano, uma vez que o programa utiliza o par (x, y) em todas as suas funções. Dessa forma, o discente entenderá o que significa o x e o y não só no suporte digital, mas no contexto em que está inserido.

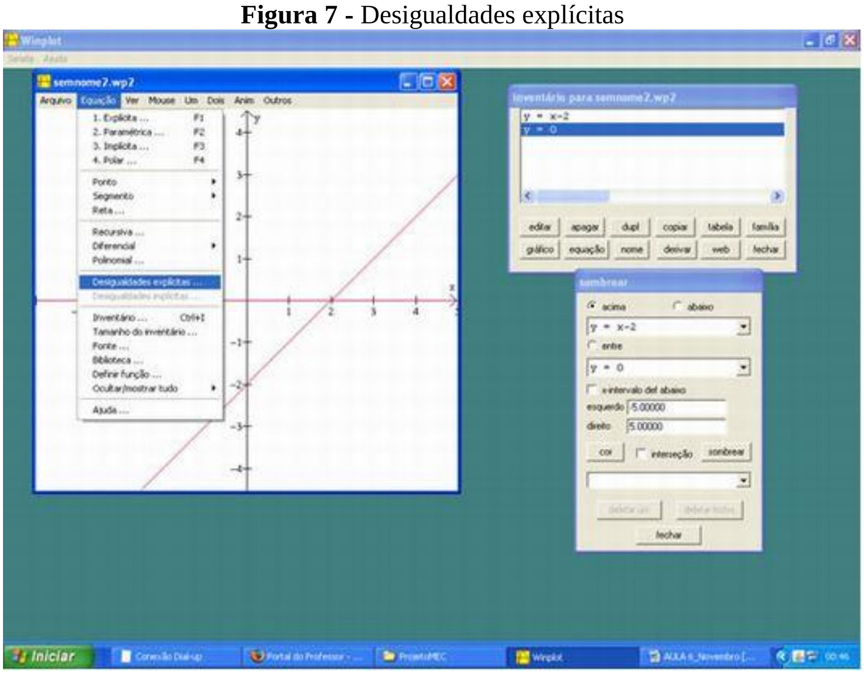
O professor pode, então, explicar aos alunos que o par (x,0) representa o resultado de uma equação de 1º grau, não tendo, assim, que entrar em detalhes mais formais sobre o conceito de raiz.

Ao digitar o 1º membro da igualdade, o aluno observará que o *software Winplot* faz a representação geométrica da função do 1º grau, conceito que não é de domínio do 7º ano do Fundamental, cabendo ao professor explicar que o resultado é o ponto onde o gráfico, ou seja, a reta intercepta o eixo x.

Para os casos em que f(x) não pode ser o zero, mas um outro número qualquer, faz-se necessário o uso dos princípio aditivo, para fazer o equilíbrio da equação de forma a obter a expressão ax+b=0 e, então, digitá-la. Se a equação for, por exemplo, 2x+6=3, aplicando-se o princípio aditivo, obtém-se 2x+3=0, em que será digitado o 1º membro 2x+3 e o 2º membro não será digitado, pois, nesse caso, o f(x) representando o zero já está expresso na caixa de digitalização do *software Winplot.*

Para representar uma inequação, o aluno utilizará a opção *Equação-explícita* e fará o mesmo processo da equação. Uma vez que o gráfico foi desenhado, clicando na opção *Equação*, aparecerá a caixa na qual pode se optar por *Desigualdades explícitas*, desenho à esquerda, conforme Figura 7. E juntamente com essa opção pode ser visto no desenho, à direita, na parte inferior, uma outra caixa em que aparece a opção *sombrear*, com duas opções: acima e abaixo. Se a desigualdade for menor que (<), escolhe-se acima e se for maior que (>), escolhe-se abaixo:

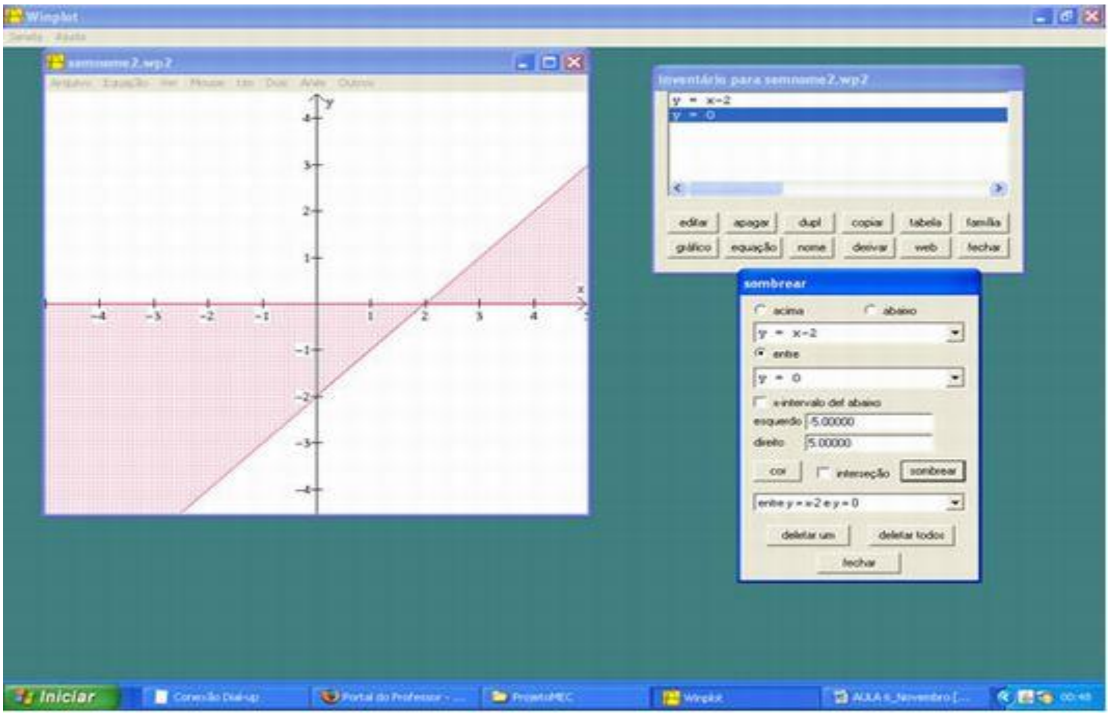
**Figura 7 -** Desigualdades explícitas




Fonte: Dados da pesquisa

A inequação será representada pela região sombreada, conforme a Figura 8. Para valores menores que um determinado número, considera-se a parte sombreada à esquerda e para valores maiores que um número, a parte sombreada à direita.

**Figura 8 -** Representação geométrica da inequação

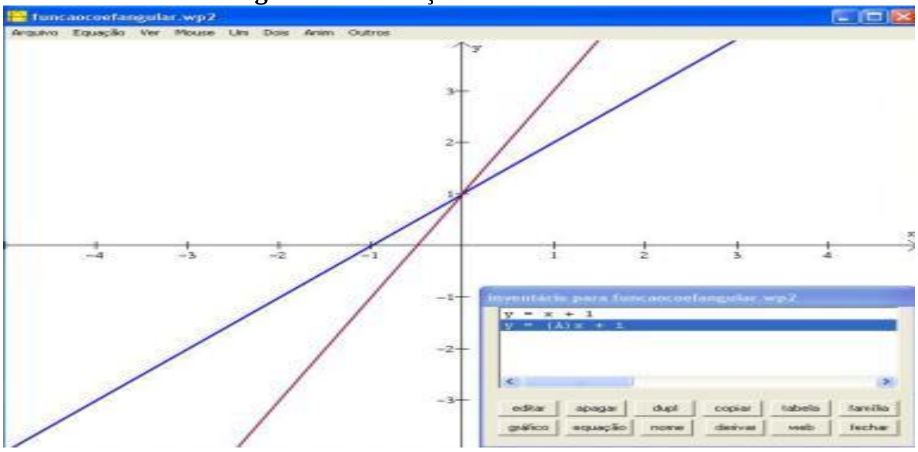



Fonte: Dados da pesquisa

A resolução de um sistema linear pode ser realizada digitando cada expressão da equação de acordo com os parâmetros já apresentados aqui, relacionados à digitação das expressões algébricas que definem as equações, e o resultado será observado no gráfico.

Havendo intersecções das retas, o sistema terá uma única solução. No caso das retas serem paralelas, o sistema não apresenta solução e se uma reta fica sobreposta a outra, o sistema admite infinitas soluções. Para os alunos do 7º ano, a discussão girou em torno dos sistemas que apresentam uma única solução. A Figura 9 mostra como o *software Winplot* apresenta o resultado de um sistema linear.

**Figura 9 -** Resolução de um sistema linear




Fonte: Dados da pesquisa

O computador, como já explorado anteriormente, nada resolve sozinho, pois é o aluno quem o comanda. Isso acontece em tempo real, não está impresso. Esses processos são interativos, na concepção de Lévy (1999), o qual classifica esse tipo de interatividade como uma difusão unilateral[15], ou seja, ela acontece com um indivíduo, em um *software* que armazena determinados dados, com o participante não tendo capacidade de modificá-lo, mas de explorá-lo e simular situações guardadas na memória do suporte digital.

No próximo item será abordada a relevância do hipertexto no processo da Virtualização.

## 3.7 O HIPERTEXTO

Assim como o papel caracteriza a escrita, o hipertexto é a representação da escrita digital. De acordo com Lévy,

> A quase instantaneidade da passagem de um nó a outro permite generalizar e utilizar em toda sua extensão o princípio da não linearidade. Isto se torna a norma, um novo sistema de escrita, uma metamorfose da leitura, batizada de navegação. A pequena característica de interface “velocidade” desvia todo o agenciamento intertextual e documentário para outro domínio de uso, com seus problemas e limites. (LÉVY, 1993, p. 37)

O professor tem usado *data show* em suas aulas, mas continua com sua prática habitual, tendo em vista que aquilo que faz poderia ser feito pelo livro didático. O modo de ensinar é, ainda, expositivo. O professor apresenta os *slides*, explicando o que está exposto, passo a passo,

[15] Lévy (1999) conceitua Difusão Unilateral como um tipo de interatividade que um indivíduo estabelece com o computador ao jogar um videogame ou usar um simulador, em que o suporte técnico não pode ser modificado pelo usuário.

e o aluno continua como receptor, ouvinte, ou seja, coadjuvante nesse processo. O texto convencional, por ter uma estrutura linear, organizada em tópicos, separando emissor e receptor, não proporciona essa capacidade de pensar sobre as coisas e retornar ao ponto de partida, para responder a outros aspectos, por não ter a natureza dialógica. O autor diz que o hipertexto é dinâmico, está sempre se modificando, assumindo novas formas e, nesse caso, pode ser uma imagem, um som e não necessariamente uma escrita. A escrita é a linguagem mais usual e quando há recursos tecnológicos, novas interpretações podem ser feitas. Como não é uma ideia centralizadora, não há como se fazer uma leitura estática, mas, com o hipertexto, pode-se explorar diversos aspectos que outrora não se realizava.

Vale salientar uma série de benefícios em uma abordagem hipertextual, classificando-a como linguagem da Virtualização. O aluno passa a ter autonomia na leitura e na interpretação da informação, que deixa de ser linear. Favorece ao aluno uma atitude de exploração e construção de argumentos. Processos cognitivos como discussão, criação, organização, planejamento, etc. tornam-se cada vez mais potencialmente válidos. Uma das características primordiais no hipertexto é a significação, termo usado pelo próprio Lévy (1993), para quem dar sentido a um texto é fazer associações diversas, ligando-o a outras formas textuais, a fim de compor uma determinada situação. Uma discussão interessante feita por ele, a qual interessa muito neste Estudo de Caso, é procurar sentido para o que está sendo lido, em vista de o aluno buscar na memória, em longo prazo, informações que se conectam, que se relacionam, para fazer suas elaborações do problema proposto. Quanto a essas representações processadas na memória, o autor diz que:

> [...] As representações serão ricamente interconcectadas entre elas, o que exclui listas e todos os modos de apresentação em que a informação se encontra disposta de forma muito modular, muito recortada [...] envolverão relações de causa e efeito [...] farão referência a domínios do conhecimento concretos e familiares [...] deverão manter laços estreitos com "problemas da vida" [...] (LÉVY, 1993, p. 82).

Tem-se o hipertexto como linguagem e o computador, segundo Lévy (1996), um operador de potencialização, que permite novas leituras, as quais se tornam virtuais, quando máquina e homens estão em um processo de interatividade, ou seja, comunicando-se. Como aliado, permite condições de criar novas representações e direcionar a escola para o cenário atual, de modo que possa discutir o que se passa no mundo e propor soluções para questões sociais, políticas e ambientais.

Corroborando com a ideia de hipertexto como linguagem, Martins e Galdino (2006) dizem: “a verdade é que o computador e suas funcionalidades introduziram novos signos e linguagens potencializando as possibilidades de comunicação humana.”

Os *softwares*, dispositivos comunicacionais, oferecem várias ferramentas operacionais, permitindo ao professor uma discussão mais realística de fenômenos naturais ou sociais. Por meio deles, o aluno pode construir conceitos e até verificar movimentos possíveis na manipulação dos *softwares*, uma vez que os mesmos têm recursos de animação. Em qualquer lugar em que esteja, o aluno pode utilizar um *software* matemático (diversos são gratuitos), podendo, inclusive, fazer *download* de alguns e colocar em um *pen drive*, ou baixá-lo diretamente para o computador. Onde o aluno estiver ele pode acessar esse *software*, assim como outros *links* e/ou outros textos e realizar os seus estudos, basta estar conectado. É o que Lévy (1999) quer dizer quando se refere a tempo real: ele pode retomar situações desenvolvidas a qualquer momento, do ponto em que parou, sem perder o que já foi realizado e ainda considerar explicações dadas, pois estão armazenadas na memória do computador, podendo ser consultadas em qualquer lugar, a qualquer hora.

Na concepção do autor, em outra obra (1993), os programas desempenham um papel de tecnologia intelectual, pois reorganizam a visão de mundo dos indivíduos. O uso da máquina permite que haja diversas produções de sentido e uma variedade de simulações do real. Esse uso abre leques infinitos de informações que deverão ser observadas e suas interações, analisadas, criando novos saberes e desenvolvendo parcerias com outras realidades que, outrora, pareciam estanques. Lévy (1993) argumenta:

> O que é o uso? O prolongamento do caminho já traçado pelas interpretações precedentes; ou, pelo contrário, a construção de novos agenciamentos de sentido. Não há uso sem torção semântica inventiva, quer ela seja minúscula ou essencial. (LÉVY, 1993, p. 58)

As implicações não serão mais de uma coisa em outra, mas como uma pode modificar a outra e dar-lhe um novo rumo. O texto linear impede que isso aconteça, pois está limitado por uma questão temporal.

Borba, Malheiros e Zulatto (2008) dizem:

> Segundo a caracterização feita por Belloni (2003), o conceito de interação é de cunho sociológico, num processo em que estão presentes pelo menos dois atores humanos, que, por sua vez, se relacionam de forma simultânea (ou seja, de modo síncrono) ou em tempo diferido (assíncrono). É um fenômeno elementar das relações humanas, entre as quais podemos mencionar as relações educacionais. Dessa forma, interação difere de interatividade, uma

> vez que essa última se associa à possibilidade de interagir com uma máquina. (BORBA; MALHEIROS; ZULATTO, 2008, p. 25-26)

A interatividade com o computador gera o que Lévy (1996) diz ser "um campo problemático", porque o aluno passa a usar a máquina para encontrar respostas a seus questionamentos, o que está em consonância com o pensamento complexo de Morin (2005; 2011).

No caso de um *software*, ele armazena uma gama de informações que surgirão a partir das escolhas que o aluno faz, e então aparece na tela do computador a imagem daquilo que foi pensado por ele. E, assim, o conhecimento se processa pela interpretação dos dados explorados e manipulados. "A linguagem fornece os conceitos e as formas de organização do real que constituem a mediação entre o sujeito e o objeto de conhecimento" (VYGOTSKY, 1989 apud OLIVEIRA, 1992, p. 80). A partir do momento em que se inicia a navegação, os hipertextos são produzidos por meio das associações que o aluno está fazendo entre eles – assim sua aprendizagem vai se consolidando. Uma interpretação realizada já é uma forma de conhecimento e, diante disso, o educando faz considerações que o levam a aplicar o que aprendeu, ou repensa outras situações – a virtualização foi processada.

Nessa perspectiva, a Prefeitura do Rio de Janeiro, por meio da Empresa Municipal de Multimeios Ltda (MultiRio), criou a Educopédia, plataforma de aulas digitais. Segundo a MultiRio (2011), o Ensino Fundamental II trabalha com todas as áreas do conhecimento, na plataforma. O documento afirma que, depois da implementação das aulas digitais, houve uma melhora nas notas bimestrais.

> A utilização das aulas digitais aumenta a motivação e o interesse dos alunos, o que acarreta melhorias na disciplina e na concentração dos alunos e na qualidade da aula dada. Isso acontece porque a Educopédia fala a linguagem dos nossos alunos, que são nativos digitais, adoram vídeos, redes sociais e jogos. (MULTIRIO, 2011, p. 152)

Houve grande mudança nas escolas da Prefeitura, para realizar o trabalho com os recursos tecnológicos. Pôde-se observar que não foi simplesmente um trabalho de colocar a tecnologia na escola, para que fosse usada nos laboratórios de informática, mas, sim, um movimento de transformação curricular, pois, como dito anteriormente, é necessário adequar a linguagem do ensino à realidade do aluno. As aulas digitais utilizam o sistema de escrita digital, o hipertexto, para fazer o trabalho de comunicação entre professores e alunos.

No ensino virtual, cabe ao professor desenvolver em seus alunos competências comunicativas. Para que isso ocorra, faz-se necessário que o professor esteja atento às diversas fontes de informação proporcionadas pelas mídias para, posteriormente, transformá-las em oportunidades pedagógicas. Segundo a MultiRio (2011), o professor precisa de um planejamento, para fazer com que o aluno desenvolva uma percepção consciente, criativa, ética e responsável das mensagens que vinculam na *internet*. O diálogo é de fundamental importância entre as partes envolvidas, já que o grande desafio é tornar a informação significativa para os alunos. O espaço cibernético é um campo fértil para o desenvolvimento dessas atividades e a Virtualização, a forma como serão praticadas. Ainda de acordo com o documento: “[...] É possível simular, praticar ou vivenciar situações, dinamizando o processo educacional e atraindo os alunos de modo natural.” (MULTIRIO, 2011, p.57). Tem-se à disposição *sites*, jogos, vídeos, *softwares*, blogs e outros, tais como as balanças de equações, que podem ser manuseadas no computador.

A Figura 10 apresenta as sete competências dos códigos da Modernidade, as quais devem ser adquiridas, de acordo com o documento elaborado pela MultiRio (2011):

**Figura 10 -** Sete competências da Modernidade

1. Domínio da leitura e da escrita.
2. Capacidade de fazer cálculos e resolver problemas.
3. Capacidade de analisar, sintetizar, e interpretar dados, fatos e situações.
4. Capacidade de compreender e atuar em seu entorno social
5. Capacidade de receber criticamente os meios de comunicação.
6. Capacidade de localizar, acessar e usar melhor a informação acumulada.
7. Capacidade de planejar, trabalhar e decidir em grupo.

/Fonte: MULTIRIO, 2011, p. 58.

Uma das características mais importantes do hipertexto é explicada por Lévy (1996), que é a relação de um texto com outro. O autor deixa claro que essa união consiste em uma busca de sentido, em que as individualidades são deixadas de lado, para a construção de uma única ideia, a qual é a visão do leitor, ou seja, a subjetividade, sua interpretação. Ele diz: “Um pensamento se atualiza num texto e um texto numa leitura (numa interpretação) [...]” (LÉVY, 1996, p. 43).

A leitura hipertextual consiste na busca de uma resposta para um determinado fato, resposta obtida a partir de interpretações realizadas com o maior número de páginas que possam contribuir para significar o objeto em estudo, o qual Lévy (1996) denomina como “uma coleção de informações multimodais” (LÉVY, 1996, p. 34). Devido a esse caráter exploratório, a leitura hipertextual não é previsível, nem linear.

A exploração dos argumentos de Lévy (1993; 1996; 1999), sobre o hipertexto, e de Morin (2005; 2011), sobre o pensamento complexo, será firmada no próximo capítulo do presente trabalho.

# 4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Pretende-se continuar na linha de pensamento já exposta aqui: hipertexto e pensamento complexo e desenvolvimento de um material, o Produto Educacional, cuja essência esteja ligada a esses princípios, os quais fundamentam os argumentos dessa investigação. O material de campo[16] tem esse propósito. As questões que foram desenvolvidas durante o trabalho têm essa estrutura – uma vez que se pergunta como a Virtualização pode ser uma estratégia, necessita-se de um suporte adequado para análise. Já se têm, até aqui, constatações contundentes para programar uma estratégia que aborde o conteúdo por uma leitura virtual. Os PCN (1998) fortalecem os argumentos que defendem o uso da tecnologia no cotidiano escolar e, nesse sentido, vale dizer que a aprendizagem ocorre por intermédio da construção de significados para o conceito (OLIVEIRA, 1992), tornando o ensino da Matemática mais dinâmico e interativo. Habilidades de exploração e investigação podem ser desenvolvidas com mais facilidade no mundo virtual.

Serão utilizados, neste momento da pesquisa: recursos abertos educacionais, especificamente o Portal do Professor do Ministério da Educação (MEC), e o *software Winplot*, na construção de equações, inequações e sistemas lineares.

Neste capítulo, será apresentada a teoria que fundamenta o Estudo de Caso, metodologia desta investigação, bem como todos os procedimentos que permitiram a concretização do trabalho.

## 4.1 O ESTUDO DE CASO

Yin (2010) define o Estudo de Caso como um estudo que coleta, apresenta e analisa os dados. Ele diz que se deve começar com uma revisão minuciosa da literatura e com a preposição cuidadosa e atenta das questões que estão sendo levantadas.

O primeiro procedimento deste Estudo de Caso, em particular, deu-se pela leitura do artigo de Vecchia e Maltempi (2012) e continuou com a leitura de outros trabalhos, buscando mais detalhes sobre a Virtualização para a formulação de questões que norteassem a pesquisa, pois, como diz Yin (2010, p. 51), "quanto mais um estudo de caso contiver questões e proposições, mas ele permanecerá dentro dos limites viáveis." E, sendo assim, foi realizada a fusão dos pensamentos de Morin e Lévy, dois autores considerados fundamentais para a

[16] Entende-se por "material de campo" todos os instrumentos utilizados na pesquisa, para apuração dos dados.

temática deste trabalho. Nesse sentido, foram explorados os pressupostos teóricos que consistem no entendimento do pensamento complexo de Morin (2005; 2011), o qual propõe um pensamento não compartimentado a que está acostumado, pois essa forma de pensar não está associada à Virtualização. Em seguida, as obras de Lévy (1993; 1999; 1996), para entender como a Virtualização foi construída como método de ensino. Foram essas as obras de referência que nortearam o trabalho desta investigação.

No Estudo de Caso, definiram-se as questões em torno de "como" e "por que" a Virtualização pode ser uma estratégia inovadora no ensino do contexto algébrico na Educação Básica, com a finalidade de refletir seu uso, mediante os pressupostos teóricos já defendidos aqui, os quais determinaram, como unidade de análise, uma turma de alunos do 7º ano do Fundamental II, seguidos de um planejamento que continha uma seleção cronológica de ações a serem praticadas, organização que Martins (2008) considera ser uma plataforma teórica, apontando a forma como vieram a se realizar a apuração de dados, a análise e os resultados obtidos.

Por se tratar de uma pesquisa de caráter generalizante, termo usado por Yin (2010) para explicar que as experiências realizadas em sala de aula não representam uma amostragem, mas, sim, expansão e generalização das teorias defendidas no estudo. Ousou-se investigar o comportamento dos alunos mediante o uso de uma tecnologia nunca experimentada da forma como foi usada.

Martins (2008) reforça o pensamento de Yin, quando diz que:

> O trabalho de campo - Estudo de Caso - deverá ser precedido por um detalhado planejamento, a partir de ensinamentos advindos do referencial teórico e das características próprias do caso. Incluirá a construção de um protocolo de aproximação com o caso e de todas as ações que serão desenvolvidas até se concluir o estudo. (MARTINS, 2008, p. 9)

Assim, esta metodologia de pesquisa aplica-se favoravelmente na investigação do desempenho escolar, mediante uma nova estratégia e que se permite, segundo Yin (2010), utilizar a generalização analítica, que, como já citado anteriormente, consiste em expandir e generalizar teorias, permeando um estudo de natureza exploratória**.** Martins (2008) reforça tal natureza quando diz que o Estudo de Caso não é sistemático, exigindo, assim, um plano de ação.

A Virtualização não é uma prática comum nas aulas de Matemática. O professor utiliza apenas o livro didático como apoio para o ensino da matéria, quase sempre, sem experimentar outras tecnologias favoráveis ao ensino.  O que se deseja é verificar se os pressupostos teóricos aqui defendidos realmente acontecem. E, diferentemente de um experimento, nesse método, Yin (2010) diz que a meta não é obter dados estatísticos quantitativos, mas, sim, analisar a atitude comportamental do grupo em relação à estratégia usada, obtendo conclusões generalizantes.

De acordo com Martins (2008, p.6), "um projeto bem elaborado de um Estudo de Caso possibilitará garantias de lógica interna, evitando, por exemplo, que evidências levantadas não se remetam aos objetivos colimados." Ambos os autores, Martins e Yin, querem dizer que, quanto mais organizado, mais detalhado for todo o processo que envolve o caso, maior será a confiança nos resultados.

Yin (2010) afirma que um "caso" pode ser um evento, uma entidade ou apenas um indivíduo. Ele classifica um estudo como "único e múltiplo", explicando o que representa um caso único:

> O estudo de caso único é um projeto apropriado sob várias circunstâncias e são fornecidas abaixo cinco justificativas. Lembre que o estudo de caso único é análogo ao experimento único, e muitas das mesmas condições que justificam um único experimento também justificam um estudo de caso único. Uma justificativa para o caso único é quando [...] a teoria especificou um conjunto claro de proposições. [...] Uma segunda justificativa para o caso único é quando ele representa um caso *extremo* ou *peculiar*. Qualquer das duas situações ocorre, comumente, na psicologia clínica. [...] A terceira justificativa [...] é o caso *representativo* ou *típico*. Aqui, o objetivo é captar as circunstâncias e as condições de uma situação diária. [...] A quarta justificativa é o caso *revelador*. Esta situação existe quando um investigador tem a oportunidade de observar e analisar um fenômeno previamente inacessível à investigação da ciência social. [...] A quinta justificativa é o caso *longitudinal*: o estudo de um mesmo caso único em dois ou mais pontos diferentes no tempo. (YIN, 2010, p.70-72. *Grifos do autor*)

Dentre as cinco justificativas apresentadas por Yin (2010), em sua obra, optou-se pelo estudo de caso único crítico, porque, por meio dele, as proposições teóricas podem ser revisadas e, consequentemente, avalia-se o uso de complementações, para justificá-las.

Nesse tipo de caso, o autor diz que o objetivo é verificar se as proposições da teoria acontecem naturalmente. A Virtualização é colocada como a forma mais interativa de aprendizagem no momento em que a tecnologia se torna cada vez mais presente no contexto social e escolar e o hipertexto, como a nova forma de linguagem.

## 4.2 COMPONENTES DO ESTUDO DE CASO

Para utilizar o método em questão, faz-se necessária a presença de cinco componentes, entretanto, segundo Yin (2010), se um projeto de pesquisa tem dificuldade de argumentação com algum desses elementos, deverá rever o seu método. A seguir, são apresentados os componentes desse caso específico.

O primeiro componente, "questão de estudo", tem como principal tarefa precisar a natureza do assunto em estudo. Assim, a investigação apresentou a seguinte questão de estudo: "Como e por que a Virtualização pode ser uma estratégia inovadora no contexto algébrico da Matemática no Ensino Fundamental II?".

A "proposição" é o segundo componente. Ela foca no que precisa ser estudado e onde se devem procurar as evidências. Para esse estudo, o aluno testa conjecturas, realiza cálculos, toma decisões, encontra justificativas para suas respostas, reorganiza o pensamento matemático, lida com várias questões, ao mesmo tempo, com ênfase em recursos tecnológicos.

O terceiro componente é a "unidade de análise" e relaciona-se com o problema fundamental de se definir o que é um "caso". Um "caso" pode ser um indivíduo, algum evento ou entidade, por exemplo, e sua definição deve estar de acordo com a questão inicial do estudo. Nesta pesquisa, a unidade de análise concentrou-se em 21 alunos de uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental II.

A "lógica que une os dados às proposições" é o quarto componente e significa a forma como as proposições são confrontadas com a coleta de dados. Neste Estudo de Caso, o grupo é formado por alunos de uma turma do 7º ano do Fundamental e as questões a serem discutidas relacionam-se ao estudo da Álgebra para este ano escolar, compreendendo-se pelo estudo de equações. De um lado, há o fato de que o ensino convencional não tem sido muito eficaz, de acordo com os PCN, e, de outro, os pressupostos teóricos que defendem a Virtualização como estratégia atual para esse ensino. Os tópicos trabalhados foram: equações, inequações, sistemas de equações (todos de 1º grau) e o plano cartesiano, buscando entender essa nova postura virtual como estratégia atual no ensino da Matemática.

O quinto componente, "os critérios para interpretar as constatações", está ligado à forma como os dados serão analisados; nesse estudo, usou-se a "construção de explanação", técnica analítica, juntamente com modelos lógicos. Yin (2010, p. 169) explica a técnica da construção da explanação dizendo que "aqui, o objetivo é analisar os dados de estudo construindo uma explanação sobre o caso".

Atendendo a essa colocação, feita pelo autor, têm-se como foco principal as próprias aulas dadas pelo professor, considerando relevantes as anotações, as observações e as produções dos alunos, Anexos III e IV, realizadas no campo de pesquisa, ou seja, na sala de aula. E foi usada, também, a Observação Participante(OP) que, segundo Martins (2008), é uma técnica que pode ser usada no Estudo de Caso. Ele diz:

> A OP[17] é uma modalidade especial de observação na qual o pesquisador não é apenas um observador passivo. [...] O pesquisador pode assumir uma variedade de funções dentro do Estudo de Caso e pode, de fato, participar dos eventos que estão sendo usados. (MARTINS, 2008, p. 25)

Além da Observação Direta[18](OD), o pesquisador, como regente da turma, fez uso da Observação Participante, atuando como mediador nas discussões realizadas pelos alunos. Daí, ele indicou os *sites* de pesquisa para as tarefas realizadas durante as aulas, instruindo os alunos a trabalharem com o *software Winplot*, organizando os grupos de trabalho e apresentando os demais recursos tecnológicos educacionais, disponíveis pela RIVED e pelo Portal do Professor.

## 4.3 OS SUJEITOS DA PESQUISA

Os sujeitos da pesquisa são 21 alunos de uma turma de 7º ano do Fundamental II, conforme já mencionado, mediados pelo professor regente da turma. Segundo Martins (2008), o pesquisador-autor pode conduzir um Estudo de Caso, mas ele deve ter cuidado para não manipular a pesquisa de acordo com suas crenças e valores. A turma é composta por adolescentes, cuja faixa etária está entre 12 e 13 anos. Nessa turma há oito meninas e treze meninos e foi escolhida por possuir um número menor de alunos, com um grau de maturidade favorável ao tipo de trabalho proposto e, também, porque aderiram ao programa sem restrições.

O local da pesquisa é a Escola Municipal Antônio Santiago, localizada no bairro de Agriões, na cidade de Teresópolis, lugar de fácil acesso, com muitos prédios de belo porte e outros em construção. Pode-se dizer que a escola fica situada em um bairro de maior poder aquisitivo. Uma boa parte desses alunos vem de comunidades próximas e outro grupo vem de outros bairros.

---

[17] Observação Participante.

[18] A Observação Direta é aquela em que o pesquisador apenas observa, sem fazer inferências. Na Observação Participante, há interferência do pesquisador. Martins (2008) cita um estudo de caso onde o pesquisador usou a observação direta como complemento adicional que serviu para fazer constatações acerca da atividade/função na organização de uma empresa em estudo, analisando a quantidade e qualidade das instalações e dos recursos humanos.

Há muito comprometimento da equipe da escola com o trabalho realizado, uma das vantagens de se fazer esta pesquisa nessa instituição de ensino, pois não houve qualquer tipo de resistência com a aplicação da pesquisa em sala de aula. Inclusive, houve muito incentivo, por parte da orientação pedagógica, a qual, inclusive, permitiu que o método aplicado servisse como uma das formas de avaliação dos conhecimentos dos alunos. Dos 21 participantes da pesquisa, 12 estudantes fizeram a avaliação utilizando o computador.

A carta de anuência da instituição encontra-se no Anexo V.

O presente trabalho está devidamente registrado e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa, da própria instituição do Programa de Mestrado, assim, está garantido o anonimato de cada aluno envolvido nesta pesquisa, por isso, seus nomes não serão revelados (para identificação, serão utilizados nomes fictícios).

## 4.4 COLETA DAS EVIDÊNCIAS DO ESTUDO DE CASO

A pesquisa foi planejada para ser realizada na sala de aula, usando *data show* e *internet*. Sempre com dois momentos: o individual e o do grupo de, no máximo, quatro alunos. No individual, as aulas foram ministradas pelo professor, com a participação dos alunos, discutindo os temas apresentados e formando opiniões. No segundo momento, quando em grupos, o objetivo foi verificar como desenvolvem atividades propostas, manipulando dados no computador. Para esses momentos, fez-se uso de *notebooks*. A pesquisa foi programada para quatro semanas, iniciando-se no primeiro dia letivo de agosto, quando se considera o 3º bimestre, e o conteúdo algébrico foi colocado em prática.

No começo da pesquisa, alternou-se a forma de apresentação do conteúdo usando ora o livro didático, ora o computador. Desejava-se comparar os dois modos de ensinar, já que ambos são colocados como propostas diferentes de trabalho, de acordo com os PCN (1997), Morin (2011) e Lévy (1996), os quais dizem que uma aprendizagem com significados[19] permite ao aluno uma visão mais realista do objeto de estudo. Assim sendo, em um dia o conteúdo era abordado com o livro e, em outro, explorado através do computador. Após a primeira semana, verificou-se que ver os conteúdos ora de um jeito, ora de outro, não dava total autonomia às

[19] Morin diz que “[...] É preciso situar as informações e os dados em seu contexto para que adquiram sentido.” [...] (MORIN, 2011, p. 34); já Lévy diz o seguinte: “[...] Quando utilizo a informação, ou seja, quando a interpreto, ligo-a a outras informações para fazer sentido ou, quando me sirvo dela para tomar uma decisão.” [...] (LÉVY, 1996, p. 58).

aulas virtuais, e como o objetivo maior era verificar a Virtualização como estratégia, decidiu-se que as aulas seriam apenas hipertextuais, nessa turma.

Fez-se um cronograma para quatro semanas, mas, no decorrer da pesquisa, houve dificuldades em cumpri-lo. Primeiramente planejou-se o que está apresentado no Quadro 3:

**Quadro 3** – Cronograma Estratégico 1

| Semanas | Conteúdos |
|---|---|
| 1ª semana | Conceito de equação |
| 2ª semana | Cálculo de equações do 1º grau |
| 3ª semana | Inequações e Plano Cartesiano |
| 4ª semana | Sistemas de equações do 1º grau |

*Fonte:* Dados da pesquisa.

Contudo, o cronograma executado foi o explicitado no Quadro 4:

**Quadro 4 -** Cronograma Estratégico 2

| Períodos Semanais | Conteúdos |
|---|---|
| 13/08 a 20/08 | O significado de equação |
| 20/08 a 12/09 | Resolução de equações do 1º grau com balanças e *software Winplot* |
| 01/10 a 10/10 | Inequações do 1º grau com o uso do *software Winplot* |
| 24/10 a 19/11 | Plano Cartesiano e Sistemas de equações lineares no *software Winplot* |

*Fonte:* Dados da pesquisa.

Como já dito anteriormente, utilizou-se a Observação Direta, a Observação Participante, questionário e produtos realizados pelos alunos.

Segundo Yin (2010), a Observação Direta é bastante útil para casos que envolvem o uso de uma tecnologia atual, pois, com essas observações, é possível entender melhor seu uso. É por meio dela que se obtêm dados adicionais sobre o que está sendo estudado. Nesta pesquisa, a Observação Direta foi usada o tempo todo, pois fez-se necessário verificar a participação dos alunos a cada aula, a aprendizagem na abordagem virtual, a interação com o professor e a forma como usaram o computador, na perspectiva educacional.

Foram realizadas anotações de cada aula em um livro-ata. Com a Observação Participante, o professor pesquisador passou a fazer parte da pesquisa. Como já citado anteriormente por Martins (2008), e reforçado pelo Yin (2010), nesse tipo de técnica, o pesquisador deixa de ter uma atitude passiva e pode assumir um papel ativo na pesquisa. Neste Estudo de Caso, o professor pesquisador tornou-se participante, porque assumiu o papel de mediador. Os alunos foram instigados a agir, produzir e discutir, sem que o professor pesquisador fizesse algum tipo de imposição. Eles simplesmente eram orientados para desenvolver conceitos e atividades no computador.

Para cada conteúdo trabalhado, verificou-se uma proposição específica da teoria, para uma análise mais pontual.

Vale pontuar que os alunos estavam voltando do recesso escolar (a pesquisa foi iniciada em uma quarta-feira, do mês de agosto, o primeiro período semanal do cronograma 2, Quadro 4).

Desejou-se verificar a construção do conceito de equação proposto pelo livro didático e as estratégias usadas, para a compreensão do aluno. Os PCN, Morin (2011) e Lévy (1996) defendem que a aprendizagem deva ser construída a partir de múltiplos fatos e não apenas de um recorte isolado, que não leve à compreensão do objeto em estudo em sua totalidade. A investigação foi voltada para esse aspecto e, pela observação, o professor pesquisador esteve atento à coleta de informações, no intuito de responder questões do tipo: O livro dá ao aluno informações suficientes para que construa esse conceito? A linguagem apresentada é compreendida, permitindo que o aluno faça associações com a realidade?

No dia seguinte, o mesmo assunto foi explorado, mas, agora, em uma perspectiva hipertextual. Nesse dia, o professor pesquisador e regente da turma utilizou *data show* e *internet* na sala de aula. Foi explicado aos alunos o que significava hipertexto e, em seguida, ele apresentou três endereços eletrônicos obtidos a partir do Portal do Professor.

O aluno deveria fazer uma leitura hipertextual com esses endereços, os quais trazem a história da equação e destacam alguns fatos das que proporcionaram mudanças na trajetória da humanidade. Nesse momento, observaram-se três aspectos aparentes: a capacidade de articulação, de lidar com mais de uma questão ao mesmo tempo e a construção de um conceito de equação associado à realidade. A Observação Participante dava ao professor autonomia para mediar a busca de informações nos endereços e promover discussão sobre o assunto com o grupo, enquanto na Observação Direta, os aspectos principais eram detectados nas falas dos alunos, seguindo as anotações do livro-ata.

No 2º período semanal, indicado no Cronograma 2, Quadro 4, já no primeiro dia, repetiram-se as técnicas citadas no texto, verificando como os alunos resolviam as equações, de acordo com as explicações dadas pelo livro didático. Constatou-se, inclusive, a autonomia dos alunos na resolução dessas questões, isto é, se eram dependentes ou independentes na resolução dos cálculos.

Já no segundo dia, utilizaram-se balanças de equações propostas por *site*s educativos obtidos no Portal do Professor, lembrando que o objetivo desta investigação era verificar se a aprendizagem era mais eficaz manipulando dados no computador. Nessa aula, o aluno estava conectado à *internet*. Formaram-se pequenos grupos e alguns deles eram observados isoladamente dos demais. O professor pesquisador estabeleceu um diálogo para que expressassem o que estavam realizando. A proposta nas balanças era de aprimorar a linguagem algébrica, uma vez que o estudo das equações é o primeiro contato algébrico que o 7º ano faz, efetivamente, com a álgebra.

No 3ª período semanal, indicado no Quadro 4, utilizou-se o *software Winplot*, para a resolução de equações e inequações do 1º grau, objetivando constatar os aspectos propostos por Lévy sobre as passagens da Virtualização: o *software* é capaz de ajudar um aluno a resolver uma equação e uma inequação, funcionando como uma interface do hipertexto, uma vez que Lévy (1996) diz que um texto já é um hipertexto? As mídias são, realmente, interativas no processo de ensino e de aprendizagem? Nesse *software* é possível desenvolver questões que levem à compreensão de equações e inequações do 1º grau para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental II? Verificam-se as passagens de Lévy (1996) durante a realização das tarefas? Nesta etapa da pesquisa, os alunos desenvolveram tarefas no computador, especificamente para uso do *software Winplot*.

No 4º período semanal, indicado no Cronograma 2 da pesquisa, Quadro 4, foram utilizados *site*s educativos e o *software Winplot*, para que o aluno, por meio de leitura hipertextual, fazendo a devida ligação dos hipertextos, fosse capaz de entender o plano cartesiano e suas aplicações. Assim como a primeira aula hipertextual, a investigação voltava-se para o aprendizado com significados propostos pelos PCN (1997) e Morin (2011), e foram expostos por Lévy (1996) em um cenário diferente de aprendizagem. Utilizou-se o conteúdo fusos horários, combinados com o Plano Cartesiano.

Articulação, reorganização do pensamento, ao lidar com mais de uma informação ao mesmo tempo, foram observadas minuciosamente nas aulas ministradas. As devidas construções realizaram-se no *software Winplot*. Nessa etapa da pesquisa, foi possível verificar o grau de maturidade do grupo, em relação à aula, na qual se buscava a compreensão da equação, utilizando hipertextos. A Observação Direta e a Observação Participante foram fundamentais para detectar informações relevantes das proposições levantadas.

Para finalizar a pesquisa, desejou-se verificar se os alunos do 7º ano são capazes de resolver sistemas lineares do 1º grau no *software Winplot*, como extensão do estudo do plano cartesiano. A investigação voltou-se para observar se a compreensão ocorre com os comandos e as imagens a partir da manipulação dos ideogramas e observação de suas interações, pois, segundo Lévy (1993), quando o aluno adquire informações suficientes, torna-se capaz de tal habilidade.

## 4.5 INSTRUMENTOS DE ANÁLISE DE DADOS

Segundo Martins (2008), deve-se usar mais de uma fonte de evidência. Dentre as que o autor cita em sua obra, optou-se por Observação Direta, Observação Participante e questionário de questões fechadas. Foram utilizados, também, material produzido pelos alunos e atividades de cunho pessoal, instrumentos que reforçam a veracidade dos fatos. Além disso, Yin(2010) utiliza a expressão "artefatos físicos", ao se referir a todo material que comprova que a pesquisa foi realizada de acordo com as explanações feitas pelo pesquisador. Dentre esses artefatos, esse autor destaca atividades realizadas com data e/ou horário em que ocorreram.

De acordo com Yin (2010) e Martins (2008), o pesquisador deve ter uma estratégia analítica, pois, segundo eles, não existem tantas fórmulas fixas ou receitas prontas, como nas análises estatísticas, cabendo ao próprio pesquisador a escolha do padrão a ser usado para apresentar as evidências, considerando cuidadosamente as interpretações realizadas. Ao apresentar quatro estratégias para o relato de uma análise, Yin (2010) diz que "contando com proposições teóricas" é a mais indicada para esse caso, pois o pesquisador deve seguir as proposições teóricas que levaram ao seu Estudo de Caso, já que as mesmas refletem o conjunto de questões que o fizeram buscar na literatura a possiblidade de novas hipóteses ou proposições – para Yin (2010), os "dados podem estar relacionados a uma unidade de análise integrada no estudo mais amplo". É o que se explica nesta pesquisa, pois, a todo momento, os alunos estiveram sob a observação do professor pesquisador, o qual relatou acontecimentos e seus padrões de comportamento, a cada atividade realizada.

Na análise dos resultados, procurou usar todas as evidências disponíveis e suas interpretações foram fundamentadas pelo quadro teórico adotado. É de extrema importância, tal como Yin (2010, p.51) também defende, que a análise aborde "o aspecto mais significativo do seu estudo de caso". Responder ao conjunto de questões propostas com imparcialidade e constatações plausíveis, diante dos relatórios apurados, conduz à narrativa de todo o processo de pesquisa. Martins (2008) reforça toda a discussão aqui realizada, afirmando que não existe um roteiro específico para o Estudo de Caso. De acordo com ele, a forma como o trabalho foi conduzido e a coleta, feita, darão confiabilidade ao trabalho realizado.

Em relação à construção de relatórios dos dados analisados, Martins (2008) salienta a necessidade de o pesquisador evitar descrições excessivas, pois esse tipo de abordagem pode originar textos enfadonhos. Nessa direção, Yin (2010) apresenta cinco técnicas analíticas: combinação de padrão, construção de explanação, análise de séries temporais, modelos lógicos e síntese cruzada dos casos. Dentre essas técnicas, a escolha se deu para a construção de explanação que, segundo Yin (2010), consiste na análise dos dados, construindo uma explanação sobre o caso. Nas palavras de Yin (2010, p. 169), "[...] aqui, o objetivo é analisar os dados do estudo de caso construindo uma explanação sobre o caso." (YIN, 2010, p. 169). É elemento principal, desse tipo de abordagem, a narrativa que visa transparecer "as proposições teóricas significativas do trabalho para o leitor".

Optou-se, na análise, por descrever cronologicamente as aulas dadas com as questões subdivididas em forma de tarefas, onde pudessem ser verificadas as proposições levantadas, de acordo com a questão principal do trabalho e da teoria consultada. Considerações sobre o pensamento complexo de Morin (2005;2011) e a proposta de Virtualização defendida por Lévy (1993;1996) fizeram parte da composição de atividades envolvendo o estudo de equações no 7ºano do Fundamental II. De acordo com Yin (2010), trata-se de uma construção gradual, "similar ao processo de refinamento de um conjunto de ideias", em que as situações vivenciadas foram relatadas de acordo com as aulas dadas e as estratégias de cada uma dessas aulas, para conduzir as tarefas propostas.

Para cada atividade, foi formulada uma Síntese Virtual, a fim de facilitar o trabalho de análise dos fatos, objetivos e estratégias usadas pelo professor para o conteúdo proposto e o que se esperava atingir, naquele dado momento, com a Virtualização. Embora a estratégia analítica seja pautada na construção de explanações, Yin (2010) refere-se aos modelos lógicos como uma combinação dos eventos empiricamente observados com os previstos teoricamente.

Em sua obra, Yin (2010) destaca características necessárias à composição de um modelo lógico que serviu de inspiração para a composição das sínteses virtuais que pontuaram as passagens virtuais nas atividades de campo. Yin (2010) argumenta:

> [...] Envolve um conjunto de atividades em sala de aula. [...] Essas atividades proporcionam tempo para os alunos trabalharem com os colegas em exercícios conjuntos. [...] É a evidência de maiores compreensões e satisfação com o processo educacional. [...] No final, os exercícios e a satisfação levam ao aumento do aprendizado de determinados conceitos chaves pelos estudantes. [...] (YIN,2010, p.178-179)

Vale lembrar que a estratégia de Virtualização possui quatro aspectos, ou melhor, quatro passagens: realização, potencialização, atualização e virtualização, criando-se, daí, uma Síntese Virtual, baseada nessa argumentação, no Quadro 5, a qual pode ajudar a definir mais claramente a visão do pesquisador em relação aos aspectos que cada tarefa apresentou, no que diz respeito à interação das passagens virtuais com o processo de aprendizagem, destacando, assim, a questão mais relevante do estudo, naquele momento de análise – o quadro mostra as intervenções feitas, procurando evidenciar os aspectos positivos que geraram aprendizagem nas questões virtuais.

**Quadro 5**: Passagens da Virtualização

| | |
|---|---|
| Realização | O recurso tecnológico usado na aula. |
| Potencialização | O conteúdo em destaque. |
| Atualização | A solução do problema, ou melhor, da atividade proposta. |
| Virtualização | A compreensão do problema e a capacidade de criar novas situações, a partir dele. |

Fonte: Do autor.

Como já exposto anteriormente, a análise foi feita considerando esses aspectos, confrontando as questões levantadas, isto é, as proposições colocadas pelos referencias teóricos, com as situações vivenciadas em sala de aula.

No capítulo a seguir, verifica-se a proposta analítica na atividade de campo: a forma como foram utilizados os processos aqui discutidos e defendidos por Martins (2008) e Yin (2010), e como se utilizou a Síntese Virtual para obtenção de dados, proporcionando a visibilidade das proposições discutidas em cada momento das atividades propostas na sala de aula, o que preservou as características das aulas dadas, com a descrição dos acontecimentos. É o modo operante do professor e o *feedback* dos alunos na busca da significação para os conteúdos em estudo. Segundo Yin (2010), essas atividades evidenciam o desenvolvimento dos alunos e podem contribuir para o aumento do aprendizado.

# 5 ANÁLISE DE DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A análise dos dados é o momento em que as evidências do Estudo de Caso são relatadas. Tal relato precisa ser objetivo, ou seja, o leitor precisa identificar os elementos-chave das situações propostas, para averiguar os fatos. Como já dito anteriormente, Yin (2010) aponta cinco técnicas analíticas: combinação de padrão, construção de explanação, análise de séries temporais, modelos lógicos e síntese cruzada dos casos, entre as quais se optou por explanar sobre os resultados com modelos lógicos.

Nesse estudo, foram relatadas situações protocoladas com as explanações teóricas aqui defendidas, pois elas reforçam as questões do "como" e "por que", palavras-chaves da elaboração das questões do Estudo de Caso para fundamentar a Virtualização como estratégia de ensino. Essas palavras-chaves fazem parte da classificação de Yin(2010) para a estratégia de análise denominada *contando com proposições* teóricas, que pode estar associada às técnicas citadas no parágrafo anterior. Escolheu-se a *construção de explanação* para explicar de que forma o processo virtual se desenvolveu nas aulas em que a pesquisa foi realizada, juntamente com *Modelos lógicos*, ou seja, as sínteses virtuais que consistem nos quadros explicativos, criados pelo pesquisador-autor, termo usado por Martins (2008), para que o leitor visualizasse as passagens virtuais.

Essas passagens são caracterizadas por realização, potencialização, atualização e virtualização do processo Virtualização, estratégia maior, que se difunde nas quatro passagens mencionadas no texto. De acordo com Yin (2010), o modelo lógico pode ser usado em qualquer circunstância, pois, por meio deles, podem-se observar padrões de "causa–efeito" dos fenômenos estudados, os quais, nesta pesquisa, como já abordado anteriormente, visam à aplicação das passagens virtuais e suas contribuições para o processo de ensino e de aprendizagem das equações do 1º grau.

Como exposto anteriormente, a Estratégia Analítica representa a expansão e a generalização das teorias; consiste na forma como os relatos foram descritos, por meio de explanações, combinadas a um tipo de modelo lógico, a Síntese Virtual. O tópico seguinte mostra como se desenvolveu o estudo, dentro dessa estrutura analítica.

## 5.1. ESTRATÉGIA ANALÍTICA

Yin (2010) explica, mais detalhadamente, o significado desse conceito discutido no presente estudo:

> A teoria desenvolvida apropriadamente também é o nível em que ocorrerá a generalização dos resultados do estudo de caso. [...] A generalização analítica pode ser usada se o seu estudo de caso envolver um ou vários casos, que serão mais tarde referenciados como estudo de caso único ou de caso múltiplo. (YIN, 2010, p. 61)

Diante desse contexto, os alunos participantes desta pesquisa foram observados durante todas as aulas sobre equações, inequações e sistemas lineares, realizadas no 3º bimestre. No início, foram aplicadas as técnicas de observação direta e participante, em aulas com o livro didático. Como a intenção maior era verificar se aulas hipertextuais, com o uso do computador, são capazes de fazer com que o aluno aprenda os conteúdos de forma clara e objetiva, passou-se a usar apenas os recursos tecnológicos, na administração das aulas.

A primeira aula analisada foi no dia 14 de agosto de 2014. Nela, o professor explicou aos alunos o que significava o hipertexto, para que pudessem, então, entender o que se pretendia fazer na aula. A intenção do professor era a de que os alunos fizessem uma leitura hipertextual, para construírem o significado de equação.

O professor colocou os alunos em círculos, ligou o computador, o *data show* e a *internet* e usou o quadro como tela. O objetivo era que, por intermédio de endereços eletrônicos[20] já separados pelo professor, os alunos estabelecessem a ligação de um texto com o outro, construindo, assim, a ideia de equação e da importância de seu estudo para a humanidade.

Segundo Lévy (1996), o hipertexto pode ser definido como "um espaço de percursos de leituras possíveis", sendo um único texto um complemento do hipertexto. O professor chamou um dos alunos da classe para ficar no comando do computador (posição em que houve revezamento com cada componente do grupo), pois faz parte da leitura de um hipertexto, de acordo com Lévy (1996), a capacidade de fazer conexão entre os *links*, traçar ligações hipertextuais entre os documentos, acrescentar ou modificar parágrafos, páginas, imagens, etc. Era importante verificar o domínio dos alunos no manuseio do computador.

O primeiro texto contava a história da equação e o segundo apresentava algumas equações que mudaram o mundo. Nessa aula, o professor estimulava os alunos a responderem perguntas que contribuíam para o entendimento do significado da equação. Familiarizados com a dinâmica, a participação era uma constante e o diálogo se tornou incessante, pois a metodologia dessa aula passou a considerar, também, o ponto de vista dos alunos que não

---

[20] Disponível em: <www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=582> e <diadematematica.com/docentes/2013/10/05/equações-que-revolucinaram.>.Acesso em: 01 jul 2014

mostraram dificuldade em lidar com várias questões ao mesmo tempo, acerca do tema, com pequenas interferências do professor mediador. Fizeram conexões entre os textos, destacando situações e fatos que consideraram relevantes para o entendimento do todo. As intervenções do professor foram no sentido de manter os alunos no foco da leitura, fazendo com que pensassem em suas próprias respostas, montando um quebra-cabeça, até esgotarem todas as peças, obtendo, assim, uma conclusão que conduzisse à significação, a qual, de acordo com Lévy (1996), é a característica principal do hipertexto. Lévy (1996) diz o seguinte, sobre esse tipo de leitura: “Quando utilizo a informação, ou seja, quando a interpreto, ligo-a a outras informações para fazer sentido ou, quando me sirvo dela para tomar uma decisão, atualizo-a. Efetuo portanto um ato criativo, produtivo [...].” (LÉVY, 1996, p. 58)

Os alunos construíram um significado para equação baseados na leitura que fizeram, destacando palavras-chave dos textos lidos e fazendo associações entre elas. Discutiram e debateram o tema, até chegarem a uma conclusão registrada por meio de um hipertexto produzido em conjunto. Nessa produção, colocaram o que interpretaram, ou seja, a linguagem foi subjetiva, atitude vista por Lévy (1996) como uma forma de obter conhecimento. Quanto à virtualização[21], dentre outras, destacou-se, durante as discussões, a fala do aluno Marcos (nome fictício):

— *Dá para calcular quando o cometa vai passar perto da Terra?*

Vale ressaltar que a classe estava verificando a equação log xy = log x+ log y e seus benefícios para o meio científico. Lévy (1996) diz que a virtualidade acontece quando, durante a reflexão ou resolução de um fato, parte-se para outro problema.

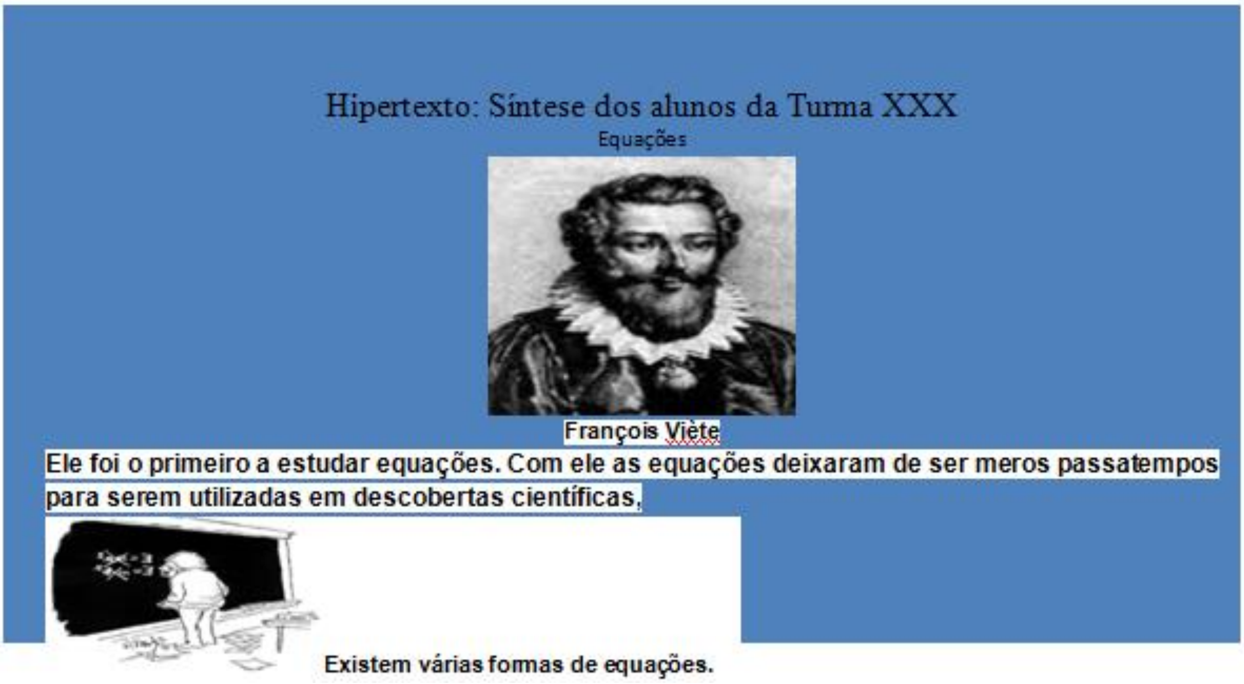
Percebeu-se, na fala de Marcos, que, entendendo a equação como uma forma de a ciência desenvolver cálculos, ele podia pesquisar sua aplicabilidade para uma particularidade: o estudo do espaço. Ele conseguiu, dentro do pensamento complexo, juntar as partes, o que, de acordo com Lévy (1996), passou de uma atualização para uma virtualização, etapa final do processo de Virtualização (da solução do problema até as interpretações que levam a pensar nele em outras situações).

Por outro lado, isso foi possível porque, como o próprio Morin (2005) coloca, quanto mais se sabe sobre um fenômeno, melhor é o entendimento sobre ele. Essa é uma manifestação do pensamento complexo (tecer junto), defendido pelo autor. O professor propôs ao aluno que pesquisasse sobre o assunto, mantendo a curiosidade sobre a questão, para que o mesmo trouxesse aos demais colegas suas investigações.

[21] Nesse caso, a virtualização é uma das passagens da Virtualização. Após a atualização, que é a solução do problema, vem a virtualização, a invenção do problema.

Os alunos fizeram o hipertexto com frases dos dois textos, mais outros elementos tecnológicos da *internet* (imagens). O conteúdo categorizou-se em duas etapas: a explicação, quando se analisou todo o processo histórico da equação, e a generalização, que permitiu ao aluno identificar a relevância desse conceito para a humanidade. A Figura 11 apresenta o hipertexto construído pelo grupo:

**Figura 11-** Hipertexto sobre Equações




Fonte: Dados da pesquisa.

O Quadro 6 refere-se à Síntese Virtual I, o qual apresenta as passagens da Virtualização e o modo operante da aula:

**Quadro 6:** Síntese Virtual I: leitura hipertextual

| | |
|---|---|
| Realização | *Internet* na sala de aula. |
| Potencialização | Endereços eletrônicos envolvendo a história da equação. |
| Atualização | Compreensão do significado de equação através da associação de hipertextos. |
| Virtualização | Associação da equação a situações reais, a pessoas, e a importância do uso de fórmulas para descobertas científicas. |

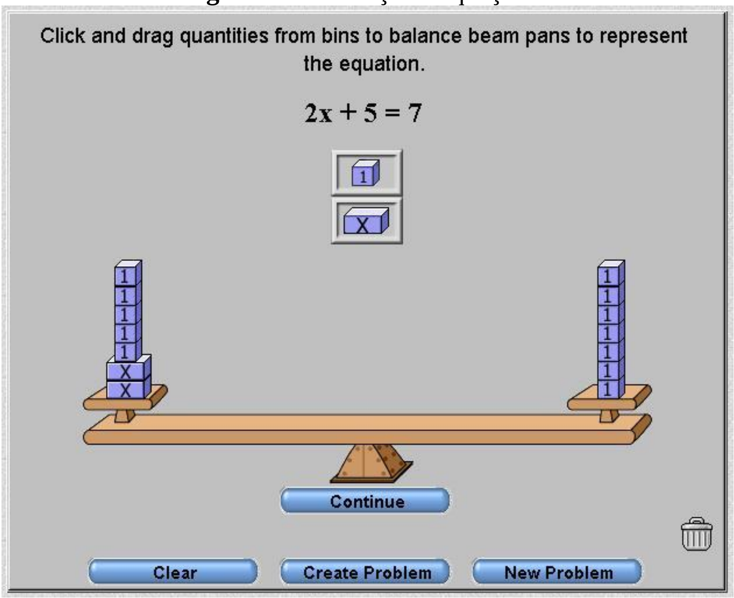
Fonte: Dados da pesquisa.

Respondendo à questão sobre: o uso do livro como meio único de informação para a construção de ideias, a habilidade de associação, por parte do aluno, os conceitos apreendidos de Equações, verificou-se que, guiados por hipertextos e facilidade de obter mais informações, o uso do computador possibilitou a construção de argumentos mais coesos e uma participação mais ativa nas atividades propostas.

Na aula do dia 22 de agosto de 2014, o objetivo principal foi o uso de balanças, para realizar o cálculo de equações do 1º grau. A intenção do professor era verificar se, manipulando os dados no computador, os alunos realizariam cálculos e testariam conjecturas aplicando conceitos próprios da equação, como o princípio aditivo e multiplicativo, de forma clara e objetiva. O recurso tecnológico usado para essa finalidade veio de um *site* obtido no Portal do Professor. Novamente os alunos foram colocados em círculo, na sala, e os instrumentos usados foram computador, *data show* e *internet*.

A Figura 12 apresenta o tipo de balança usada.

**Figura 12 -** Balança de equações I




Disponível em: < http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_201_g_4_t_2.html>. Acesso em: 22 ago. 2014.

Os alunos tinham que equilibrar as equações e, para isso, precisavam saber dos princípios: aditivo e multiplicativo. Quando não acertavam, um dos pratos da balança subia (ou descia), indicando que o valor encontrado não era o correto.

Essa aula aconteceu de forma individual; cada aluno do grupo era chamado para realizar o cálculo de uma equação, que aparecia para todos no quadro (usado mais de uma vez como tela), conforme a Figura 12, anterior.

Houve as mais diversas reações na realização das atividades propostas no *site*; alguns componentes do grupo percebiam o equilíbrio imediatamente, não tinham dificuldade de chegar ao resultado. Quanto a outros, concluíam a questão após algumas tentativas. Percebeu-se, nos alunos que resolveram com mais rapidez, a facilidade de aplicação do raciocínio lógico. O professor fez, então, uma intervenção para saber se realmente estavam resolvendo a equação conscientemente. Esses alunos não tiveram dificuldades em explicar como manipularam os dados. Para eles, tudo parecia muito lógico.

E, para os que levaram mais tempo na realização da atividade, eles perceberam, após alguns erros, o padrão de resolução das questões. Esses, com mais dificuldades, foram mais ajudados pelo professor, a fim de que percebessem o padrão de formação das equações por meio da leitura algébrica. Lévy explica a forma como essas questões são resolvidas:

> [...] Graças a sistemas de representações externas, problemas abstratos podem ser traduzidos ou reformulados de tal forma que possamos resolvê-los através da execução de uma série de operações simples e concretas, que façam uso de nossas faculdades operativas e perceptivas. Para serem corretamente efetuadas, estas manipulações de representações devem ser objeto de um aprendizado e treinamento, como qualquer outra atividade [...]. (LÉVY, 1993, p. 16)

Verificou-se que alguns alunos têm essa capacidade operativa e perceptiva mais aguçada, mas, como o próprio autor expõe, essas manipulações exigem treinamento, justificando o porquê de alguns terem recorrido a algumas tentativas, até encontrarem o resultado. O grupo cumpriu com as tarefas do jogo, mas não homogeneamente, respeitando, assim, a capacidade de simulação mental, ou seja, de imaginação ou reação de cada um.

A síntese da análise dessa aula, quanto às passagens virtuais, é explicada no Quadro 7.

**Quadro 7**: Síntese Virtual II: Balanças de equações 1

| | |
|---|---|
| <u>Realização</u> | *Internet*. |
| <u>Potencialização</u> | Portal do Professor. |
| <u>Atualização</u> | Resolução de equações com movimentos. |
| <u>Virtualização</u> | Desenvolvimento de padrões lógicos nas interpretações de resultados de equações. |

Fonte: Dados da pesquisa.

Na aula do dia 03 de setembro de 2014, o professor resolveu apresentar aos alunos um outro tipo de balança, também indicada pelo Portal do Professor, aula 5156, Figura 13. Diferentemente do recurso usado anteriormente, com esse foi possível explorar, mais especificamente, os princípios aditivos e os multiplicativos.

**Figura 13 -** Balança de equações II


Disponível em: <http://rived.mec.gov.br/>. Acesso em: 03 set. 2014.

O professor manteve a dinâmica das outras aulas, em relação ao material usado. Segue um trecho da aula, sendo que os nomes dos estudantes foram alterados, para garantir o anonimato deles e manter o sigilo da pesquisa.

| |
|---|
| S veio colocar 6 tomates no 1º prato da balança, que encontrava-se em equilíbrio.<br>Professor: *O que aconteceu?*<br>A turma respondeu que a balança ficou desequilibrada.<br>Professor: *Pedro Paulo, vamos repetir a situação para 3 tomates. Como ficou a balança?*<br>Novamente a turma se manifestou, dizendo que a balança ficava em desequilíbrio.<br>Professor: *Se colocarmos 3 tomates no 1º prato e 5 no 2º prato, o que acontece?*<br>Sônia: *O 1º prato sobe e o 2ºdesce.*<br>Professor: *Como fazer para equilibrá-la?*<br>Adriano: *Devemos somar ou subtrair.*<br>Resolveram retirar 2 tomates do 2º prato. Dessa forma, então, perceberam que, usando a subtração, resolviam o problema. |

Outras situações foram fornecidas pelo *site*, nas quais, em todos os casos, os alunos utilizavam o princípio aditivo, Figura 13. Até aparecer uma situação em que o princípio multiplicativo deveria ser usado, Figura 14:

**Figura 14** - Balança de equações III


Disponível em:<http://rived.mec.gov.br/>. Acesso em: 03 set. 2014.

O professor chamou Jorge (reitera-se: nome fictício), para fazer o equilíbrio. O aluno é um daqueles que, na aula anterior, com o outro tipo de balança, teve dificuldade em encontrar o resultado da equação. O aluno percebeu que deveria usar a divisão, reafirmando as palavras de Lévy (1993) de que uma situação pode ser reconhecida e resolvida sem recorrer a "uma cadeia de deduções".

Os alunos, após essas experiências no computador, perceberam que acrescentar ou retirar números, em uma equação, implica usar adições e multiplicações, para que o equilíbrio seja realizado.

A síntese da análise está sintetizada no Quadro 8:

**Quadro 8:** Síntese Virtual III: Balança de equações 2

| | |
|---|---|
| Realização | Balança de equações do *site* educativo Rived. |
| Potencialização | Princípio aditivo e multiplicativo aplicados diretamente. |
| Atualização | Resolução de equações. |
| Virtualização | Raciocínio lógico utilizando o recurso tecnológico, a partir de seus comandos. Ampliação das habilidades de percepção e de iniciativa nas tomadas de decisões. |

Fonte: Do autor.

Na aula do dia 05 de setembro de 2014, o professor tinha a intenção de utilizar o *software Winplot*, para que os alunos traduzissem a linguagem algébrica em equação do 1º grau e visualizassem a resposta da mesma, pelo desenho da reta. O programa de computador seria, então, apresentado aos alunos como uma forma de resolver problemas envolvendo equações do 1º grau (embora seja voltado para o estudo de funções, nesse primeiro momento, foi usado como um dispositivo de resolução de problemas em que o resultado é obtido de forma geométrica).

O professor começou sua explicação do *software Winplot*, já explicitada no Capítulo 2. A seguir, foram colocados os passos dados pelos alunos, com a orientação do professor.

Professor: *Na página inicial, clicar em janela. Usar a opção 2-dim.*
Professor: *Na janela que se abre, utiliza-se equação-explícita. Aparece um quadro, onde a equação deverá ser digitada.*
Professor: *Esse quadro é formado pelo símbolo f(x)=________, espaço esse onde a equação será digitada. Esse quadro funciona como uma balança em que f(x) representa um dos pratos. Esse símbolo irá representar o valor zero para que possa representar a expressão algébrica ax+b=0, logo, o equilíbrio acontece se for considerado o par ordenado (x,0).*

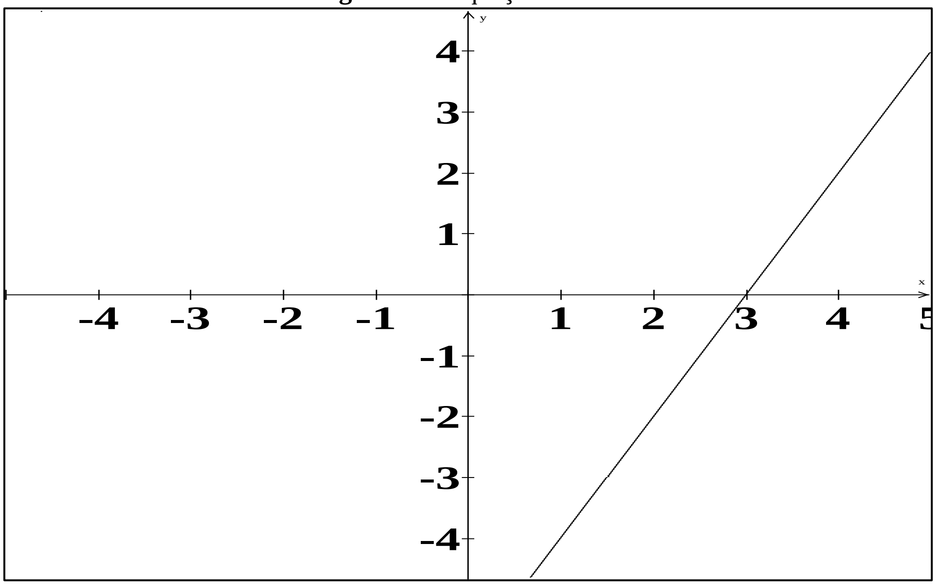
Vale ressaltar que, quando a equação for digitada, os princípios aditivos e multiplicativos já deverão ser realizados, uma vez que f(x) assume o valor zero.

Os alunos mostraram-se cautelosos. Foi uma experiência totalmente nova para eles, e a impressão que se tinha era de que não seria fácil utilizar o programa, o qual passava por uma adaptação, visto que f(x) representa uma função. Então, o professor continuou a sua explanação, agora para encontrar o resultado de uma equação.

Professor: *Vejamos um exemplo: "O dobro de um número mais 3 é igual a 9. Qual é o número?" Bem, num dos pratos já está o zero, representado pelo símbolo f(x) e o sinal de igual, que indica que o equilíbrio acontece se o resultado for zero. A equação é 2x+3=9, mas não pode ser digitada dessa forma. E o 9 deveria ser colocado no lugar de f(x), impossível. Então recorre-se ao princípio aditivo e digita-se a equação, zerando o 9. No programa, deverá aparecer a expressão f(x)= 2x-6, sendo que 2x-6 é como se fosse o 1ºprato e f(x)=0, como o 2º prato, uma vez que 9-3 torna a equação igual a zero, pois 2x+3 -9=+9-9 equivale a 2x-6=0. O resultado obtido pode ser visualizado no encontro da reta inclinada com a "linha horizontal", representada pela letra x. No caso, tem-se x=3.*

A Figura 15, abaixo, representa a solução geométrica da equação exemplificada pelo professor, em sua explanação.

**Figura 15 -** Equação 2x-6=0




Fonte: Do autor.

A reação dos alunos foi, em um primeiro momento, de perplexidade, por não terem o domínio necessário sobre os comandos utilizados, e pareceram confusos. Lévy (1993, p. 122) explica que "um modelo digital não é lido como um texto clássico, ele geralmente é explorado de forma interativa".

Somente quando exploraram o *software Winplot* e realizaram os comandos descritos pelo professor, entenderam o processo de elaboração e resolução do problema, desenvolvendo outros exemplos, com facilidade de execução

Foram, então, convidados a participarem das atividades propostas, após as explicações dadas. A aluna Luciene (nome fictício) usou o programa sem dificuldades. Outros componentes do grupo resolveram as questões apresentando certo grau de dificuldade, pois a habilidade de generalização está intimamente ligada ao tipo de atividade proposta. Sem dúvida, as respostas não eram automáticas, pois recorriam a processos mentais, para solucionar os problemas.

A análise, para essa aula, nos moldes propostos já defendidos aqui, de acordo com as passagens virtuais, ficou sumarizada na Síntese Virtual IV, Quadro 9:

**Quadro 9 -** Síntese Virtual IV: equações no *Winplot*

| | |
|---|---|
| Realização | Uso do *software Winplot* como recurso para a resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau. |
| Potencialização | Equações e problemas do 1º grau. |
| Atualização | Aplicação do conceito de equação, na resolução de problemas. |
| Virtualização | Domínio dos comandos do programa, para interpretar situações envolvendo equações e problemas no mundo virtual, comparando-as às já existentes, vivenciadas com outras tecnologias. |

Fonte : Do autor.

Na aula do dia 12 de setembro de 2014, o professor dividiu os alunos em duplas, para utilizar o laboratório móvel[22]. O objetivo da aula era verificar como os alunos agiam em relação às tarefas propostas nos recursos tecnológicos usados anteriormente, sem que fossem expostos diretos na turma.

A dinâmica da aula era que as duplas resolvessem as tarefas propostas pelo computador nos *site*s já explorados, e o professor observava, separadamente, o cumprimento dessas tarefas. Foi criado o laboratório, para que os alunos ficassem mais à vontade e tivessem o contato direto com o computador, desenvolvendo as tarefas de forma mais individualizada. O professor passava, então, pelos grupos, para ver como desenvolviam as questões voltadas para a resolução de equações e se as aplicações dos princípios aditivo e multiplicativo estavam acontecendo.

O professor observou, diretamente, a dupla formada por Jorge e Pedro Paulo, nomes fictícios, os quais não mostraram bom rendimento em aulas com o livro didático e não responderam tão rapidamente no computador, durante as aulas em que a participação foi, todo o tempo, coletiva e de exposição.

A tarefa realizada foi dividida em duas etapas. Na primeira, o computador trazia a pergunta para os alunos; se eles retirassem um tomate de cada prato da balança, como ela ficaria? Os alunos não tiveram dúvida em responder, pois já haviam internalizado o princípio aditivo; na segunda, equações eram dadas e seus valores, solicitados. Resolveram com tranquilidade as equações do tipo $x+7=12$, mas hesitaram nas equações do tipo $x-1=1$.

O professor fez uma intervenção, lembrando-lhes que são utilizados números positivos e negativos, nos processos de equilíbrio da equação. Em seguida, foi a vez do computador, apresentando, agora, uma do tipo $2x=6$. Perceberam, então, que não se aplicava o princípio

[22] Uso de computadores portáteis (*notebooks*).

aditivo. Fizeram algumas conjecturas e aplicaram o processo multiplicativo. A dificuldade maior se deu com a equação x/4=2. Testaram algumas situações, erraram e, por fim, chegaram a uma conclusão. O professor não fez nenhuma intervenção a mais, apenas observou. Como já tinham esses processos internalizados (LÉVY, 1993), após tentativas de acerto, concluíram que o resultado era 8, pois, se o saco[23] estava dividido por quatro e o resultado era dois, então um saco deveria ter oito tomates. A essas conclusões chegaram sem que houvesse intervenção do professor, com consciência do que faziam, pois expunham seus pontos de vista, antes de resolver as situações, deixando evidente que as atitudes não eram mecânicas. Vale ressaltar que o professor explicou-lhes que, na realidade, estavam multiplicando a equação por 4, ou seja, o equilíbrio se deu quando 4. (x / 4) = 2.4, que resulta em x=8.

A análise para essa aula, nos moldes virtuais, ficou definida pela Síntese Virtual V, Quadro 10:

**Quadro 10 -** Síntese Virtual V: Equações no mundo virtual

| | |
|---|---|
| Realização | Uso da *internet*. |
| Potencialização | *Site*s Educativos da Rived e Portal do Professor. |
| Atualização | O cálculo de equações. |
| Virtualização | Atuação do pensamento complexo, que junta as partes e define um todo de forma mais abrangente, com o uso da linguagem virtual dos hipertextos diversos criados pelos alunos, a partir da manipulação e visualização dos dados obtidos. |

Fonte: Dados do autor.

No dia 1º de outubro de 2014, a turma voltou às atividades, formando grupos de quatro alunos. Para essa aula, o professor utilizou o *software Winplot*, a fim de verificar o comando equação-explícita. Embora já houvesse realizado cálculos com balanças, o programa de computador iria ser usado, também, para resolução de inequações, plano cartesiano e sistemas lineares.

Resolver equações é um primeiro passo para o entendimento de sistemas e usar esse programa faz parte das intenções do professor, além de verificar se conceitos como esses são aprendidos com maior facilidade no 7º ano do Fundamental por meio da visualização de

[23] Na balança, o equilíbrio acontece com sacos e tomates que são disponibilizados para serem colocados nos pratos. Os sacos representam o x, o valor incógnito a ser descoberto.

ideogramas e manipulação de dados, virtualizando, assim, o idioma da álgebra[24]. Um primeiro passo já havia sido dado: a resolução de problemas simples do 1º grau. Inclusive, os alunos foram apresentados a esse recurso tecnológico na aula do dia 05 de setembro de 2014.

O professor, mais uma vez, passou entre os grupos e se deteve ao do aluno Luciano, nome fictício, por verificar que as atividades que tinham de traduzir e escrever a equação na caixa do comando equação-explícita causavam um pouco de dificuldade, ainda (lembrando que, na caixa, tem-se a expressão f(x) seguida do sinal de igual mais um espaço, quando o aluno usa o f(x) como zero e o outro membro da igualdade, como os demais termos da equação).

Esse tipo de atividade estimula o cérebro a procurar, nos padrões mentais, os processos internos dos princípios aditivos e multiplicativos que regem a equação. De acordo com Lévy (1996), toda aplicação de um conhecimento já representa uma resolução inventiva de um problema. As atividades do tipo ax+b=0, em que existe a presença do zero, não apresentam dificuldades de resolução, porque os alunos só têm que digitar o 1º membro da igualdade e visualizar o resultado no desenho da reta. As equações do tipo ax+b=c, quando c representa uma constante, já causam mais dificuldades, porque têm que aplicar os processos aditivos e/ou multiplicativos, antes de obter o resultado. O professor fez uma intervenção lembrando, novamente, o processo de "zerar", facilitando o trabalho de digitação.

O aluno João, nome fictício, componente do grupo, após essa intervenção, não teve dificuldades em resolver as questões seguintes e apresentou uma forma diferente de digitação. Ele registrou o 2º membro da equação da seguinte forma: 2x+7-9. O professor compartilhou a forma de pensar dos alunos com os outros colegas da classe. Eles concordaram que Paulo, nome fictício, havia encontrado o modo mais prático. No final, o professor perguntou aos alunos se era difícil usar o programa para a resolução de equações. O aluno Mário, nome fictício, disse o seguinte, referindo-se à primeira tarefa:

| |
|---|
| Mário: *Me parece causar dificuldade por causa de conteúdos anteriores. Vamos aprendendo com os erros, mas há dúvidas.* |

O professor, então, viu a necessidade de instruir o menino quanto ao uso do computador e, para isso, explicou novamente os processos de resolução, usando, agora, a forma como Paulo registrou a equação.

---

[24] Termo usado para a equação.

| |
|---|
| Professor: *Você abre a página onde tem a equação. Clica em explícita. Aparece a caixa onde tem f(x)=___. Se você tem a equação 2x+7=9, então, você digita 2x+7-9, entendendo que f(x) resulta em zero, pelo princípio aditivo, pois faz-se mentalmente 9-9, para o 2º membro da igualdade. Logo, -9 zera esse membro da igualdade. E assim por diante.* |

O aluno resolveu as questões propostas e, depois, fez a seguinte colocação:

| |
|---|
| Mário: *Acho melhor fazer no software esse tipo de atividade.* |

A análise, para essa aula, nos moldes propostos pela Virtualização, ficou definida na Síntese Virtual VI, Quadro 11:

**Quadro 11**: Síntese Virtual VI: Atividades para o *Winplot*

| | |
|---|---|
| Realização | O uso do computador. |
| Potencialização | O *software Winplot*. |
| Atualização | Exploração e aplicação dos princípios aditivos e multiplicativos em tarefas específicas para grupos. |
| Virtualização | Capacidade para tomar decisões e explorar novas formas de resolução de equações e problemas no *software*. |

Fonte: Dados do autor.

No dia 02 de outubro de 2014, o professor utilizou o *software Winplot*, para a resolução de equações do 1º grau. Ele quis que os alunos resolvessem algumas tarefas, considerando que já são capazes de atualizar e virtualizar o conteúdo no computador. A dinâmica era disponibilizar atividades em grupo de todas as situações exploradas até o momento. Como já foi destacado por Lévy (1993), o treinamento é importante para edificar as manipulações de representações. Foram quatro tipos de questões diferentes, em que o objetivo era traduzir, equilibrar e resolver equações. Alunos com mais dificuldade tiveram, mais uma vez, a oportunidade de voltarem ao ponto de partida e tirarem suas dúvidas.

Em relação à atividade 4, os alunos, em um primeiro momento, aplicaram a propriedade distributiva, mas perceberam que digitando a equação como ela se apresenta, o resultado não se modifica. A intervenção do professor foi importante para explicar que o *software* foi preparado para reconhecer os parênteses como produto, não interferindo na forma de digitação da mesma, considerando um dos membros da igualdade. Assim sendo, alguns digitaram f(x)= 2(x+2) -6 e outros, f(x)= 2x+4 -6, por exemplo.

Na Figura 16, têm-se as atividades desenvolvidas na turma:

**Figura 16 -** Atividades de equações no *Winplot*

1. Faça a tradução e encontre o valor de x das equações do 1° grau:

a) Um número somado a dois é igual ao seu triplo menos quinze. Qual é o número?

b) O dobro da soma de um número com dois é igual a dez.

c) Um pai tem o quádruplo da idade do filho. As idades somam juntas 120 anos. Qual é a idade do pai?

d) Anne é três anos mais velha que sua irmã. As idades juntas somam 33 anos. Qual é a idade de Anne?

2. Imagine que as equações abaixo representam balanças em equilíbrio. Encontre o valor de x que mantém esse equilíbrio.

a) 2x+6=0 b)3x-9=0 c) 7x-14=0 d)8x+8=0

3. Imagine agora que você necessite fazer um ajuste nas balanças para que elas fiquem como as equações anteriores. Ajuste-as e resolva.

a) 2x+7=9 b)3x-1=5 c) x+1=-3 d) 2x-8=-10

4. Encontre o x das questões que apresentam a propriedade distributiva:

a) 2(x+2)=6 b)3(x-1)-1=2 c) 6(x-2)=-1 d) 7(x-1) -4= -2

Fonte: Dados do autor.

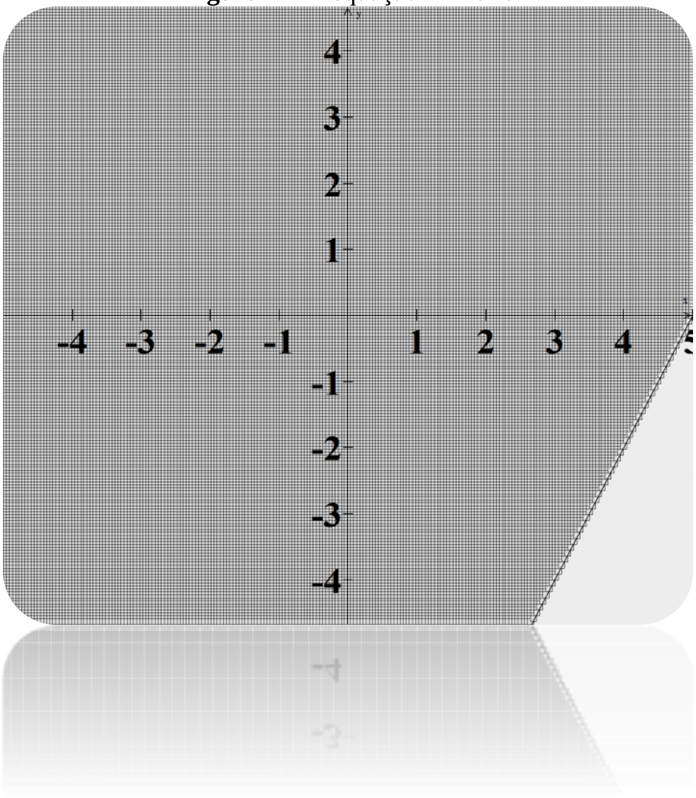
Em relação à análise para esse momento, percebeu-se, nos alunos, um grau de amadurecimento satisfatório, no que diz respeito ao uso dos recursos tecnológicos apresentados, pois já conseguem virtualizar no sentido de criar situações e solucioná-las no computador. Mostram-se capazes de decidir conscientemente com quais comandos realizaram as tarefas desejadas, com maior desenvoltura e criatividade. No que diz respeito às passagens virtuais, os quadros apresentados já evidenciam os resultados que se desejava observar na pesquisa.

No dia 10 de outubro de 2014, o *Winplot* foi usado como estratégia de resolução de uma inequação, sendo que os alunos já conheciam a representatividade dela. O objetivo da aula era verificar se o recurso tecnológico ajudava de forma mais clara e objetiva. Segue um trecho da aula:

> Professor: *Usar a equação explícita e digitar a expressão algébrica e, em seguida, na mesma janela, a opção vai ser desigualdades explícitas. Para saber o resultado, aparecem na caixa as opções acima ou abaixo, você escolhe de acordo com o símbolo da equação. Se usar o símbolo >(maior), a região é abaixo e se usar o símbolo<(menor), a região é acima. Escolhe uma cor e a tela ficará colorida na parte que representa o resultado procurado. Vejamos um exemplo:*
> *Equação-Explícita: 2x-10*
> *Desigualdades explícitas: se a inequação é 2x-10<0, escolhe-se a opção acima e sombrear. O conjunto de valores que aparece na reta horizontal x, representa a resposta da inequação. Nesse caso, x < 5.*

O sombreado na Figura 17 representa a região na qual se encontra o resultado da inequação 2x-10 <0, que é o intervalo x<5 (no 7º ano, são considerados apenas os números racionais).

**Figura17 -** Inequação 2x-10<0




Fonte: Do autor.

Os alunos não tiveram dificuldades em realizar a tarefa, após outras ilustrações e explicações dos comandos. Concluíram que é possível a visualização do resultado de uma inequação, Figura 17, diferenciando-a da equação. Comparando as resoluções de inequações propostas pelo livro didático e pelo *software Winplot*, o aluno Adriano, nome fictício, fez a seguinte colocação:

Adriano: *Apesar de ser a mesma coisa, os métodos são diferentes.* (Mostra o sombreado) *Mas tem que saber fazer. Eu acho que todas as aulas deveriam ser assim.*
João: *Eu também.*

A seguir, o professor dividiu a turma em grupo, para desenvolver as atividades apresentadas no quadro de atividades sobre inequações, Figura 18:

**Figura 18** - Inequações no *Winplot*

1. Encontre o resultado das inequações:

a) O dobro de um número menos um menor do que dez.

b) Um número menos três é maior do que seis.

c) Um número negativo mais seis menor do que três.

D) O triplo de um número maior do que nove.

2. As balanças estão desiquilibradas. Sabe-se que o 1° prato está mais leve que o segundo. Para quais valores de x esse prato está mais leve?

a) $2x+4=0$ b) $3x-6=0$ c)$7x-7=0$ d)$4x+8=0$

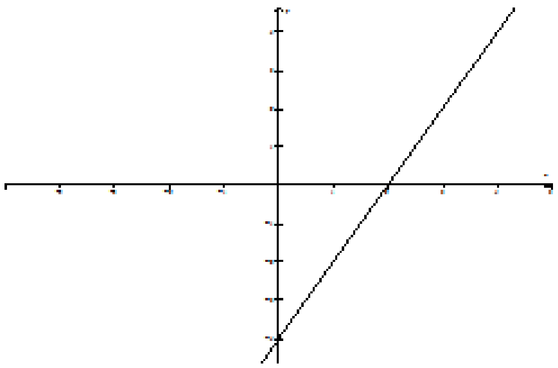
3. Imagine a situação contrária agora. Para as balanças abaixo o 2° prato está mais leve. Para quais valores de x isso ocorre?

a) $3x+3=9$ b)$3x-1=4$ c)$x-1=-3$ d)$2x+3=-4$

4. Dê o resultado das inequações:

a) $2(x+3) < 10$ b)$2(x-2) -3 > -9$ c)$5(x-2) \leq 15$ d)$6(x-1) -2 \geq 9$

5. Escreva uma equação e uma inequação para a representação geométrica:



Fonte: Dados do autor.

A análise para essa aula, nos moldes virtuais, ficou definida na Síntese Virtual VII, Quadro 12:

**Quadro 12:** Síntese Virtual VII: Inequações *no Winplot*

| | |
|---|---|
| Realização | *Software Winplot.* |
| Potencialização | Inequações do1º grau. |
| Atualização | A solução da inequação. |
| Virtualização | Identificação visual da inequação como um conjunto de valores e não apenas uma única solução por meio do sombreamento, comando do *software Winplot*, contrapondo-se à equação que representa um único ponto do eixo x. |

Fonte: Dados do autor.

Na aula do dia 24 de outubro de 2014, cujo título foi O Plano Cartesiano, o professor iniciou a aula utilizando o *site www.consciencia.org/descartes.shmtl,* que conta a história de Descartes. A intenção era disponibilizar o significado de equação, direcionando os alunos a uma leitura hipertextual e à construção de um hipertexto. A leitura iniciou-se com o aluno Marcos.

O professor pediu uma pausa, após a leitura do primeiro parágrafo, e perguntou à turma o que chamou sua atenção, nesse trecho.

Marcos: *A família dele se dedicava à Medicina e ao comércio.*

A leitura continuou e as intervenções foram feitas pelo professor, para que os alunos destacassem partes do texto que consideravam relevantes.

Pedro Paulo: *Ele se alistou no exército.*

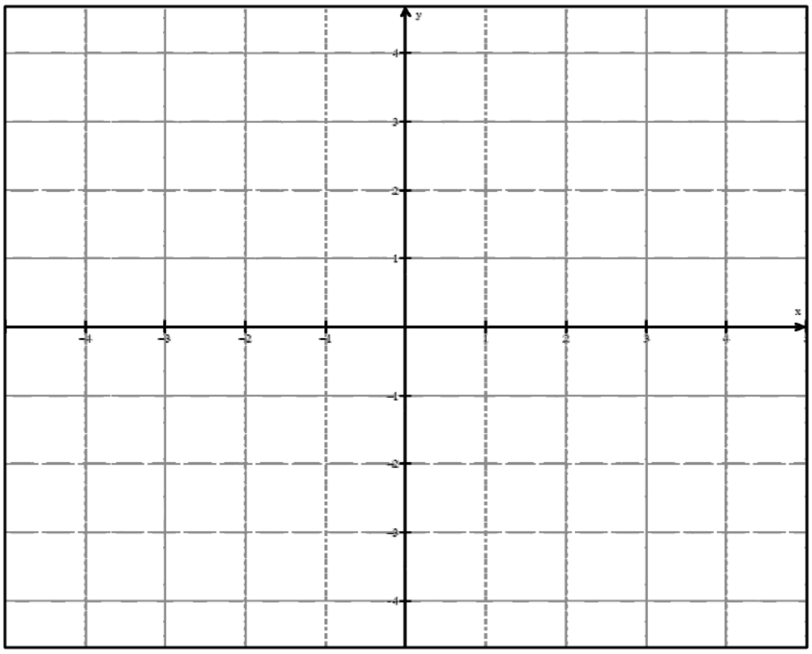
Luciene: *Ele gostava de Matemática por ela dar respostas rápidas.*

Hélio: *Descobriu o discurso do método.*

Mário: *A formação era na filosofia.*

A aluna Luciene associou o hipertexto sobre Descartes à disciplina de História, por ter encontrado, na leitura, nomes conhecidos, como, por exemplo, Maurício de Nassau. Descobriram que o plano “nasceu” da necessidade de localizar um ponto no espaço, de forma não euclidiana, ao longo do texto, com intervenção do professor. Então, esse texto foi minimizado e, no *software Winplot*, visualizaram o plano pela primeira vez, de forma estrutural: o encontro das retas, fazendo uma intersecção no número zero e dividindo o espaço em quadros, ou melhor, em quadrantes. A reta vertical é denominada eixo y, ou seja, eixo das ordenadas, e a reta horizontal, eixo x, das abscissas.

**Figura 19** - Plano Cartesiano



Fonte: Dados do autor.

Seguindo o *pensamento complexo* de Morin (2005), de “tecer junto”, o trabalho voltou-se para a localização de pontos. Foi feita, então, a leitura de hipertextos[25] sobre fusos horários. Procurou-se localizar, no plano cartesiano, alguns pontos, tendo como base o mapa de fusos horários.

No *software Winplot*, localiza-se um ponto usando os comandos: “equação-ver-ponto-(x,y)”. Os alunos não tiveram problemas em fazer simulações de localizações de países, embasados no mapa de fusos horários.

A análise para essa aula, nos moldes virtuais, ficou definida pela Síntese Virtual VIII, Quadro 13:

[25] Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/fundamental-1/qualcritério...> e <http://www.assimsefaz.com.br/sabercomo/como-calcular-fuso-horario>. Acesso em: 24 out. 2014.

**Quadro 13:** Síntese Virtual VIII: Hipertexto com o Plano

| | |
|---|---|
| Realização | *Internet* e *software Winplot*. |
| Potencialização | Plano Cartesiano. |
| Atualização | Localização de pontos no ponto. |
| Virtualização | Aplicabilidade do plano em situações reais, tais como em fusos horários.<br>Associações de fatos históricos com a descoberta do plano. |

Fonte: Do autor.

Nas aulas dos dias 12 e 13 de novembro de 2014, os alunos foram dispostos em duplas, para utilizarem o laboratório móvel. O objetivo das aulas era explorar atividades diversificadas para o plano cartesiano, mas os estudantes foram atraídos pelo aplicativo Teia Cartesiana[26]. Trata-se de um programa voltado para o aprimoramento da localização de coordenadas cartesianas. Uma abelha carrega um par ordenado, informando por onde irá passar. O aluno movimenta uma aranha, usando as setas do teclado e deve clicar no ponto por onde ela vai passar, aprisionando-a. Uma vez presa, ela fica imóvel e uma segunda aranha, localizada à direita da tela, de cor marrom, vai ficando vermelha e sai, em busca de alimento. O jogo exige agilidade e precisão, pois, se o aluno não captura as abelhas, perde pontos, e a aranha vermelha devora a aranha marrom.

Durante essa atividade, o professor observou a dupla Haroldo e José Carlos (ratificando: nomes fictícios). O aluno Haroldo é um daqueles que não apresenta dificuldades na disciplina de Matemática e cumpre todas as tarefas; já o aluno José Carlos é daqueles que pouco se motiva e não realiza as tarefas propostas. Os alunos foram alternando, na ação dessa atividade, pois o jogo é para ser feito por um de cada vez. Haroldo tem mais habilidade do que José Carlos; ele explica para o colega como aprisionar as abelhas. José Carlos apresenta dificuldades em jogar e Haroldo procura ajudá-lo, dando instruções. Depois de um tempo, José Carlos ganha confiança no jogo e passa a ter um domínio maior da situação. Haroldo já não consegue manter a mesma agilidade de antes, enquanto José Carlos vai mantendo certo equilíbrio em seu desempenho. Ele consegue mais tempo na tela, tentando aprisionar as abelhas.

[26] Jogo de animação no qual o aluno movimenta uma aranha que representa o plano cartesiano, com o objetivo de capturar abelhas, para se alimentar. As abelhas trazem as coordenadas cartesianas representando o percurso que farão na teia. O aplicativo foi desenvolvido por Roque Anderson.

Os alunos Haroldo e José Carlos associam a aranha vermelha à aranha marrom, estudada em Ciências, e as aranhas que buscam o alimento associam ao macho, pois afirmam ser ele que alimenta a fêmea.

Essa aula revelou habilidades que podem ser desenvolvidas nas atividades em grupo, com um aluno ajudando o outro. Em um jogo como esse, além de conhecimento sobre coordenadas cartesianas, atitudes como persistência e calma mostraram-se importantes para o desenvolvimento e a conclusão da tarefa. Cada um participa com o que tem e aprende com o outro. Vale, ainda, destacar que a interdisciplinaridade se fez presente, em situações-problema reais, proporcionando associações com outra disciplina. Foi o caso de compararem a aranha do jogo com a que estudaram em Ciências, confirmando as ideias de Lévy (1993), quando diz que aprender pela manipulação de dados no computador é imprescindível para uma pedagogia ativa, pois favorece uma atitude exploratória e lúdica do material assimilado.

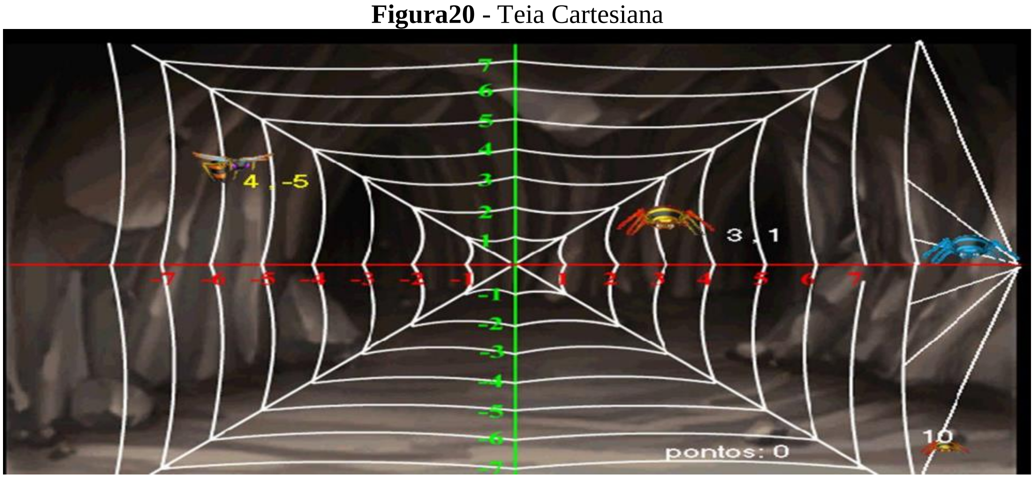
Outra dupla, Luciene e Hélio, desenvolveu o mesmo tipo de atividade. Luciene não apresenta dificuldades na disciplina e Hélio não se motiva facilmente e raramente cumpre com as tarefas, mesmas características da dupla anterior.

O professor passou a observar o comportamento deles, durante o jogo, para verificar se o que aconteceu com a dupla anterior se repetia. Ambos têm habilidades iguais, no que diz respeito à agilidade. Hélio confirma a teoria da aranha marrom, comparando-a com a aranha vermelha. Vale destacar que nada foi dito sobre essas aranhas; partiu dele falar no assunto, enquanto jogava, ou via Luciene jogar. O professor apenas perguntou se ele havia aprendido tal fato na aula de Ciências e ele disse que havia visto na TV, em um programa que fala de animais.

Percebeu-se, nessa dupla, uma habilidade maior de controle de tempo de jogo e a importância de se levar em conta o que o aluno já traz de aprendizado. No caso de Hélio, ele não só mostrou desenvoltura, mas falou com propriedade do mundo das aranhas. No computador, as diferenças são superadas com mais facilidade, pois há troca de conhecimentos e ajuda mútua. Isso confirma o que Lévy (1993) fala sobre envolvimento pessoal do aluno na atividade proposta. Quanto maior for a integração, melhor será a aprendizagem.

Esse tipo de atividade, a Teia Cartesiana, é inclusivo por natureza, já que todos participam e a cooperação torna o aprendizado mais significativo, fazendo com que o aluno não fique limitado a uma ideia, mas a um conjunto infinito. Esse conjunto não ignora as experiências pessoais, incorpora-as ao assunto em estudo, fazendo da subjetividade um aprendizado totalizado. A Figura 20 representa uma interface do aplicativo citado ao longo da explanação.

**Figura20** - Teia Cartesiana




Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/14694/Teia Cartesiana.exe>. Acesso em: 12 ago. 2014.

A análise, para essa aula, nos moldes propostos, ficou definida na Síntese Virtual IX, Quadro 14:

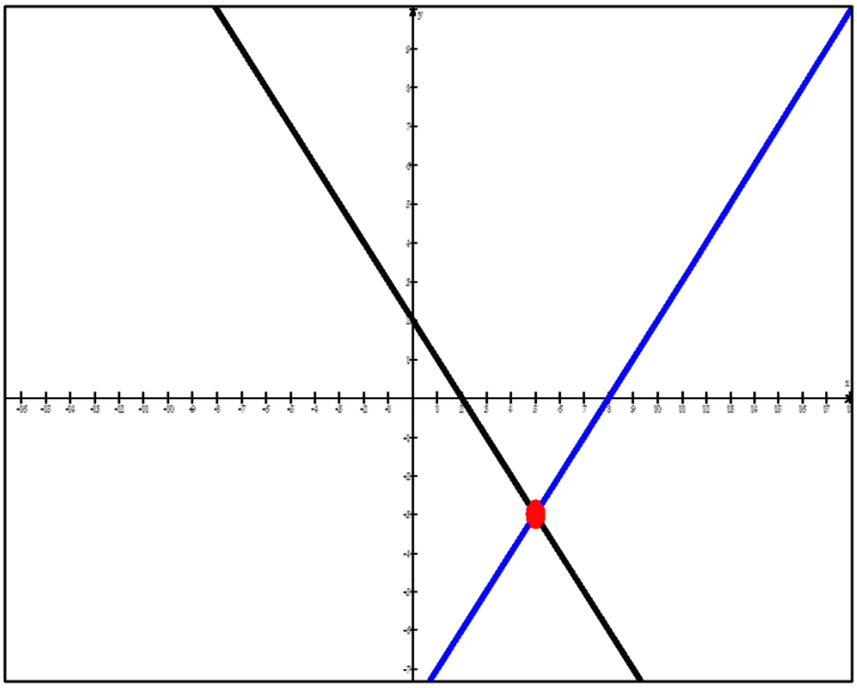
**Quadro 14:** Síntese Virtual IX: Teia Cartesiana

| | |
|---|---|
| Realização | Aplicativo Teia Cartesiana. |
| Potencialização | Coordenadas cartesianas. |
| Atualização | Localização de pontos. |
| Virtualização | Associações do aplicativo às Ciências da Natureza.<br>Escolha de estratégias mais eficazes para solucionar o problema, desenvolvendo habilidades de coordenação e raciocínio lógico. |

Fonte: Dados da Pesquisa.

No dia 19 de novembro de 2014, os alunos aprenderam como resolver sistemas lineares no *software Winplot*. O professor explicou os procedimentos que deveriam usar. No programa, todos os passos, já dados em atividades anteriores, foram utilizados. Então, abriram “janela-2dim-equação explícita”, na qual cada equação do sistema é digitada separadamente; o ponto de encontro das retas representa o resultado do sistema. A novidade é que usaram uma nova função, “dois-intersecção-marcar ponto”, para identificar o par ordenado. Então, realizaram a solução do sistema apenas digitando cada equação e, em seguida, usaram o novo comando, para verem o resultado. No plano, as retas que representam as equações se encontram em um ponto, que é o resultado do sistema, conforme já exposto. Na Figura 22, verifica-se um exemplo de sistema de equações, as quais são: x+y=2 e x-y=8, e sua solução geométrica.

**Figura 21** - Solução geométrica do sistema



Fonte: Dados do autor.

Na opção "ver-intersecção-marcar ponto", aparecem x = 5 e y= -3, resultados do sistema, ou seja, o par ordenado (5, -3) . Exemplos como esse foram desenvolvidos em sala de aula, sem dificuldades.

A análise, para essa aula, nos moldes propostos, ficou assim definida pela Síntese Virtual X, conforme mostra o Quadro 15:

**Quadro 15:** Síntese Virtual X: Sistemas no *Winplot*

| | |
|---|---|
| Realização | *Software Winplot*. . |
| Potencialização | Sistemas Lineares de equação do 1ºgrau. |
| Atualização | Solução de um sistema de equações do 1º grau. |
| Virtualização | Domínio de comandos para manipulação de dados e realização das tarefas. Visualização do resultado de um sistema, através do desenho criado no computador, partindo então, para outras criações. |

Fonte: Dados do autor.

Diante desses resultados, infere-se que as passagens sugeridas por Lévy (1996) são, efetivamente, constatadas nas sínteses virtuais, a partir do *software Winplot* e de outros recursos tecnológicos. Além disso, vale ressaltar que a tecnologia não foi restrita ao uso individual como, por exemplo, em acessórios pessoais, na forma de artefatos eletrônicos, e, sim, em um ambiente educacional, apropriado para discussão em grupos. Diante desse contexto, partindo das questões levantadas sobre o uso de *software* no auxílio do cálculo de equações e inequações, percebeu-se que os alunos resolvem com facilidade após obterem domínio dos comandos indicados e, além disso, não regem mecanicamente aos artefatos eletrônicos, utilizando raciocínio lógico, desenvolvendo habilidades motoras e associações com outras áreas do conhecimento. É preciso considerar que, o processo de interação se tornou eficaz porque os aspectos virtuais, ou seja, as passagens virtuais foram empregadas de forma ordenada e planejada, pois o uso por si só do computador não gera nenhum tipo de aprendizagem. Então, pode-se deduzir que uma mídia é realmente interativa se ela contempla todos os passos da Virtualização enquanto estratégia de ensino e de aprendizagem.

A seguir, apresentar-se-á um questionário aplicado aos alunos que realizaram as atividades, com o intuito de a pesquisa obter um *feedback*.

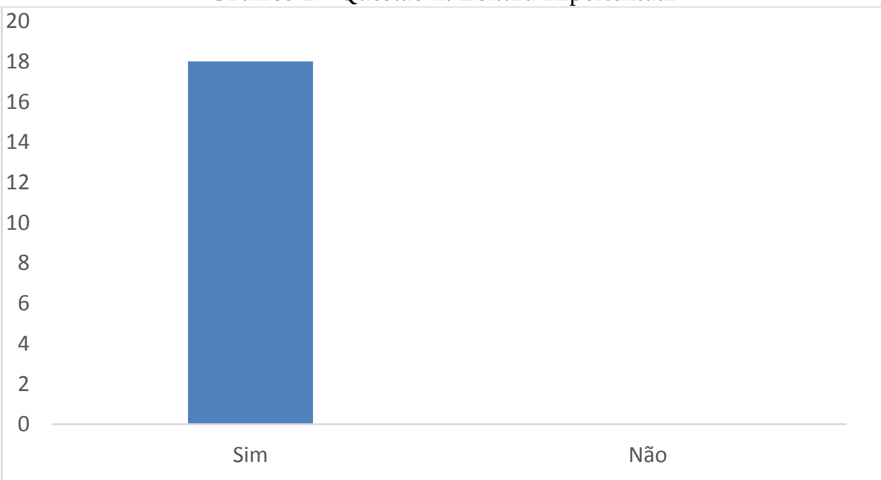
## 5.2 O QUESTIONÁRIO

A função do questionário, nesta pesquisa, é verificar a opinião dos alunos sobre o trabalho realizado no computador. Segundo Martins (2008), ele é um instrumento que descreve a situação vivenciada, do ponto de vista do pesquisado. O pesquisador não interfere nas respostas, apenas as seleciona, de acordo com as intenções do que se desejou investigar. As perguntas foram do tipo "fechadas", dicotômicas, ou seja, uma pergunta com duas opções de resposta. Prepararam-se questões que pontuaram o uso do hipertexto e dos recursos disponíveis na *internet*, com respeito às balanças de equações e ao programa *Winplot*. Optou-se por mostrar os resultados por meio de gráficos de barras verticais, devido ao fácil entendimento dos dados informados. Do total de 21 estudantes, 18 responderam ao questionário. A seguir, serão apresentadas as questões e seus respectivos resultados.

1. A navegação na *internet*, utilizando *site*s educativos, permite uma leitura mais significativa para a compreensão de equações?

(   )Sim            (   )Não

**Gráfico 1 -** Questão 1: Leitura Hipertextual



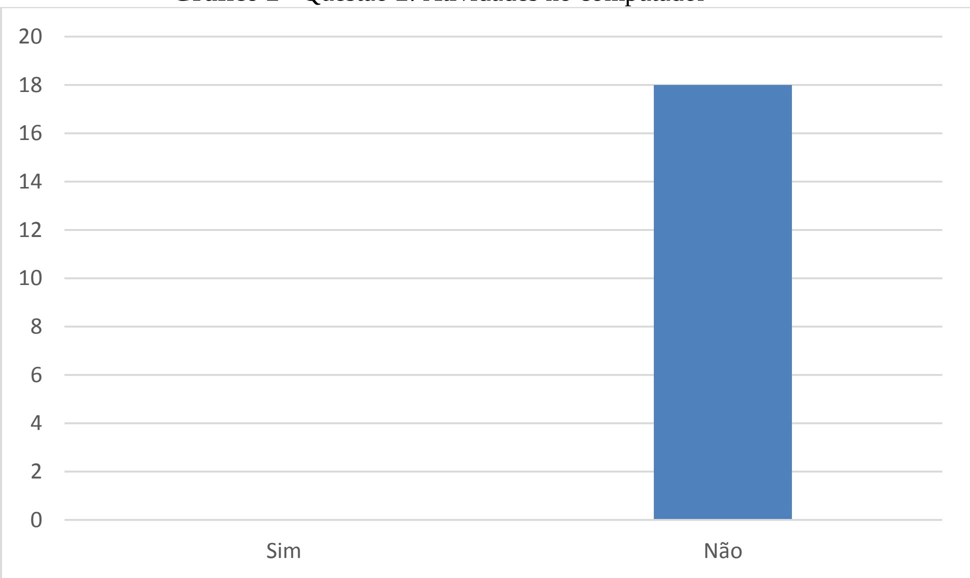

Fonte: Dados do autor.

O Gráfico 1, da questão 1, indica que todos foram unânimes em dizer que o uso do hipertexto permite uma compreensão mais significativa de equações, no sentido de que, quanto mais dados a respeito de um fato, melhor o entendimento sobre ele. Morin (2011, p. 26) discursa sobre a falta de união de dados, quando afirma que: "Trata-se de um paradigma − determina os conceitos soberanos e prescreve a relação lógica: a disjunção. [...] Este paradigma determina dupla visão do mundo.".

Uma vez que conheceram a história das equações e o uso delas no mundo real, o estudo das equações passou a ser significativo para os alunos. A navegação na *internet* permitiu ao educando o maior acesso possível às informações sobre o fato em estudo. Ignorar determinadas situações pode levar a uma interpretação vaga do assunto, sem consistência e até à crença de que aquilo que se discute nada tem a ver com a realidade. Enquanto a questão 1 desejou saber o que os alunos pensavam a respeito da navegação nos sites que expuseram a equação, a inequação e os sistemas, a questão 2 preocupou-se em verificar se consideraram as atividades realizadas no computador desprovidas de raciocínio. A seguir, apresenta-se a questão 2.

2. As atividades desenvolvidas no computador são mecânicas, ou seja, não é necessário usar o raciocínio?
(    )Sim    (    )Não

**Gráfico 2** - Questão 2: Atividades no computador



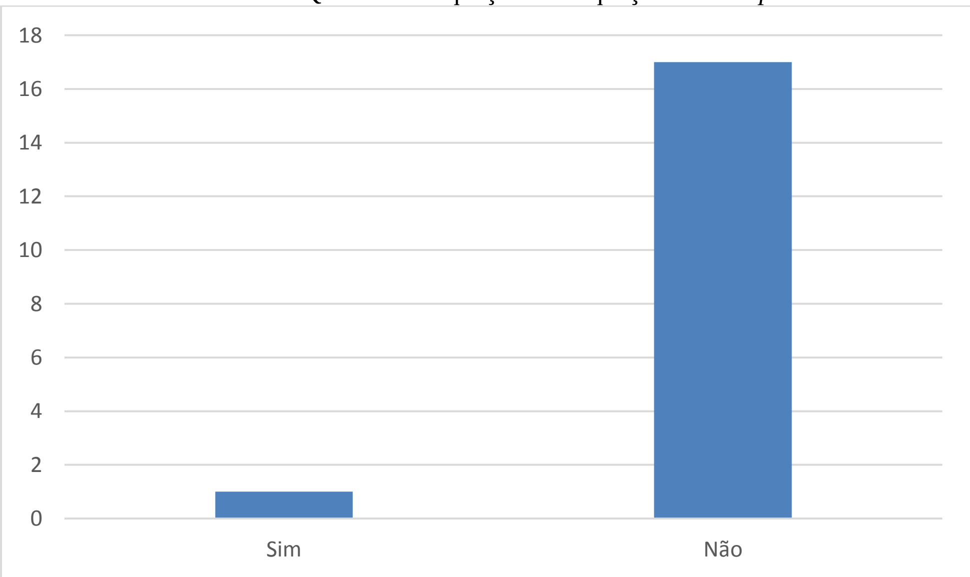

Fonte: Dados do autor.

Lévy (1993) aborda, em sua obra, a resistência de alguns estudiosos à tecnologia, os quais a veem como o mal contemporâneo. O resultado da questão 2, Gráfico 2, mostra que os alunos não consideraram mecânicas as questões realizadas nos *site*s indicados pelo Portal do Professor e também no *software Winplot*, reafirmando o que Lévy (1993, p. 13) defende: “[...] elas são, repetimos, dimensões de análise, quer dizer abstrações”. Os alunos fizeram análises, cálculos, sempre utilizando-se de algum tipo de raciocínio ou estratégia de resolução. Deduziram e fizeram conclusões, reafirmando que o bom uso do computador permite que o aluno aprenda de forma eficaz.

As questões 1 e 2 foram satisfatórias no que diz respeito aos sites pesquisados e às atividades propostas no computador. Desejou-se, então, saber se o *software Winplot* foi um recurso apropriado para a resolução das questões desenvolvidas com uso da tecnologia. Abaixo, apresenta-se a questão 3.

3. Resolver equações e inequações no s*oftware Winplot*, programa de computador, é mais complicado do que resolver com o livro didático?
(   )Sim   (   )Não

**Gráfico 3 -** Questão 3: Equações e inequações no *Winplot*




Fonte: Dados do autor.

Lévy diz:

> Ao analisar tudo aquilo que, em nossa forma de pensar, depende da oralidade, da escrita e da impressão, descobriremos que apreendemos o conhecimento por simulação, típico da cultura informática, com os critérios e os reflexos mentais ligados às tecnologias intelectuais anteriores. (LÉVY, 1993, p. 19)

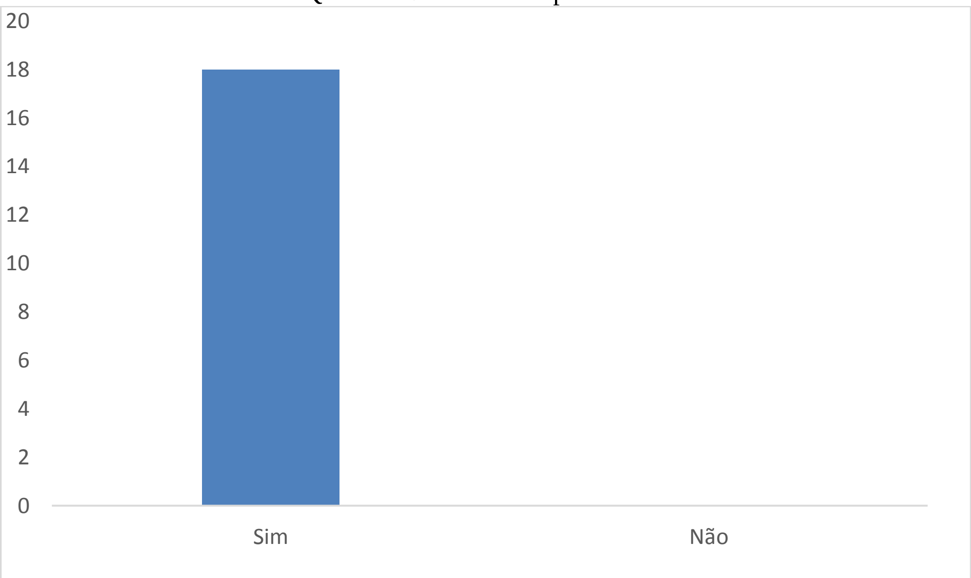
Uma vez que o professor trabalhou com o computador em sala de aula, de forma habitual, os alunos não tiveram dificuldades em manipular dados e, assim, realizar cálculos envolvendo equações do 1º grau, Gráfico 3. É uma nova forma de aprender e exige domínio sobre a máquina. Provavelmente, aqueles que ainda não se sintam seguros podem demorar um pouco mais para aprender. Lévy (1996, p. 74) diz: “A fim de utilizar uma ferramenta, deve-se aprender gestos, adquirir reflexos, recompor uma identidade mental e física.” Neste trabalho, foi possível constatar que houve essa recomposição: havia certo receio, por parte de alguns alunos, mas, uma vez que praticavam os comandos, essa insegurança se dissipava.

Embora as questões 1, 2 e 3 esclarecessem que todos os recursos usados foram satisfatórios para os estudantes, necessitou-se saber se esse tipo de aula seria eficaz, caso usado rotineiramente, nas aulas de Matemática.

Apresenta-se a questão 4:

4. O computador pode ser uma estratégia eficaz para as aulas de Matemática, se for usado rotineiramente, em sala?
( )Sim ( )Não

**Gráfico 4** - Questão 4: Uso do computador na sala de aula




Fonte: Dados do autor.

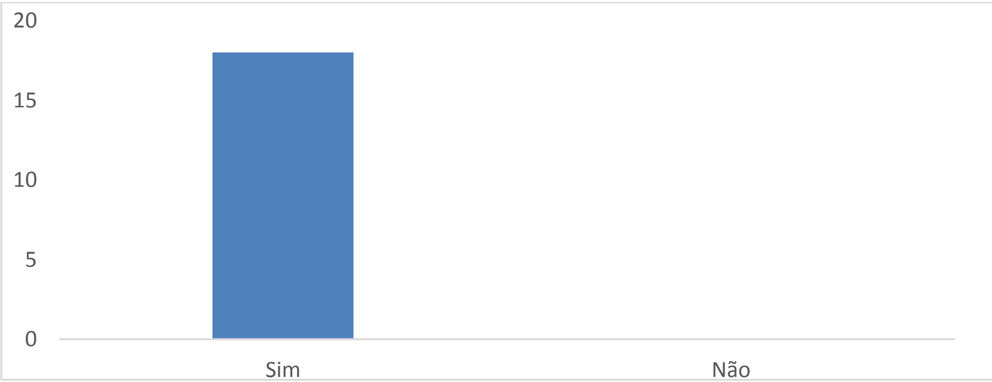
Os alunos se sentem mais confortáveis quando utilizam os computadores, Gráfico 4, pois representam a realidade contemporânea, reafirmando o que Lévy (1993, p. 17) defende: “Vivemos um destes raros momentos em que, a partir de uma nova configuração técnica, quer dizer, de uma nova relação com o cosmos, um novo estilo de humanidade é inventado.” O desenvolvimento tecnológico trouxe essa nova geração de pessoas que se adaptam facilmente ao uso das máquinas. Está além da capacidade humana a compreensão de tal fenômeno. É algo relacionado à evolução do homem, no meio em que vive.

Uma vez que as questões anteriores foram colocadas de forma mais abrangente, podendo ser respondidas a respeito do uso do computador de um modo geral, realizando pesquisas e desenvolvendo atividades diversas, a questão 5 focou os recursos tecnológicos usados. Necessitou-se verificar se o material usado contribuiu para que compreendessem conceitos elementares do assunto em estudo. A seguir, apresenta-se a questão 5.

5. O uso de recursos tecnológicos, como, por exemplo, as balanças, no estudo das equações, facilita o entendimento dos conceitos matemáticos?

(  )Sim    (  )Não

**Gráfico 5** - Questão 5: Recursos tecnológicos na aprendizagem




Fonte: Dados do autor.

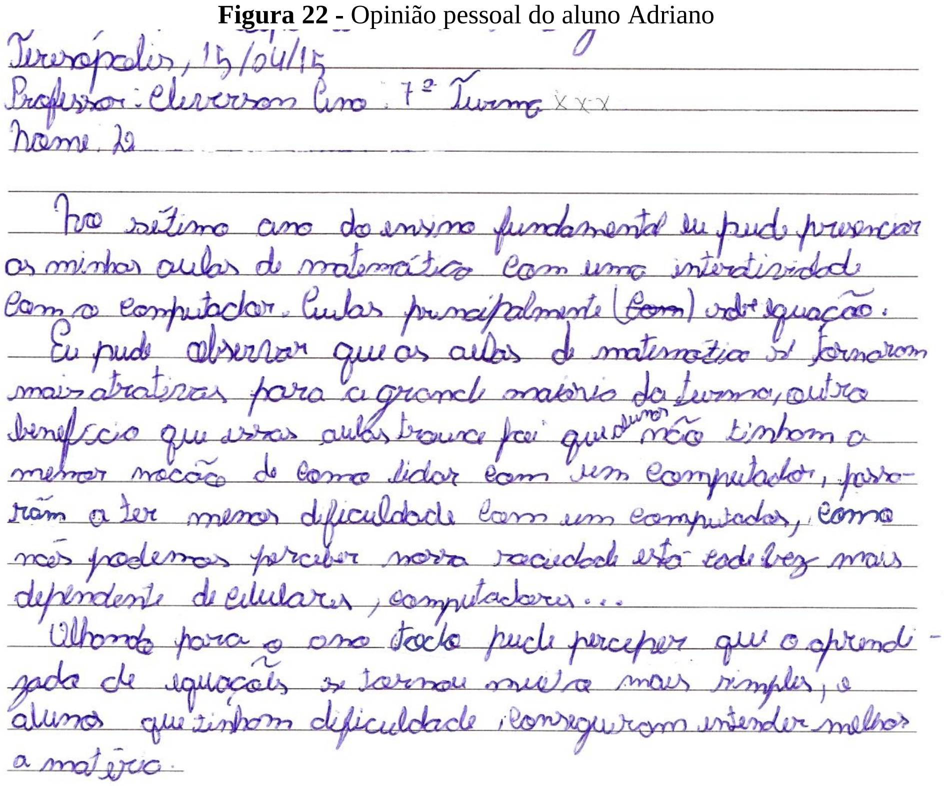
Aulas planejadas, com os recursos devidamente escolhidos nos *site*s educativos, como foi o caso daquelas em que se usaram as balanças de equações, foram responsáveis por tal opinião afirmativa, conforme o Gráfico 5. Tal resultado reafirma as palavras de Lévy :

> O hipertexto ou a multimídia interativa adequam-se particularmente aos usos educativos. É bem conhecido o papel fundamental do envolvimento pessoal do aluno no processo de aprendizagem. Quanto mais ativamente uma pessoa participar da aquisição de um conhecimento, mais ela irá integrar e reter aquilo que aprender. Ora, a multimídia interativa, graças à sua dimensão reticular ou não linear, favorece uma atitude exploratória, ou mesmo lúdica, face ao material a ser assimilado. É portanto, um instrumento bem adaptado a uma pedagogia ativa. (LÉVY, 1993, p. 40)

Os recursos disponíveis na *internet*, no Portal do Professor, permitiram aos alunos uma atitude de participação e envolvimento com o material. Balanças que se movimentam, imagens que mostram o que foi realizado, o correto ou o errado – dando a chance de revanche –, fazem os alunos aprenderem brincando. Foi o que aconteceu nas aulas em que tais recursos foram usados. A resposta unânime dos participantes da pesquisa não deixa margem para dúvidas: o aprendizado se tornou mais fácil, com uma acessibilidade ao mundo virtual. Adriano, nome fictício, que, durante as aulas, fez muitas colocações e questionamentos, escreveu um registro, uma avaliação pessoal das aulas em questão, conforme mostra a Figura 22. Outros alunos também tiveram destaque na participação, durante as aulas, com comentários e opiniões edificantes, mas não quiseram se expressar por escrito.

Conforme dito anteriormente, a Figura 22 descreve a opinião pessoal de Adriano:

**Figura 22 -** Opinião pessoal do aluno Adriano


Teresópolis, 15/04/15
Professor: Cleverson Ano: 7º Turma: XXX
Nome: 22

No sétimo ano do ensino fundamental eu pude presenciar as minhas aulas de matemática com uma interatividade com o computador. Aulas principalmente (com) sobre equação.
Eu pude observar que as aulas de matemática se tornaram mais atrativas para a grande maioria da turma, outro benefício que essas aulas trouxe foi que alunos não tinham a menor noção de como lidar com um computador, passaram a ter menos dificuldade com um computador, como nós podemos perceber nossa sociedade está cada vez mais dependente de celulares, computadores...
Olhando para o ano todo pude perceber que o aprendizado de equações se tornou muito mais simples, e alunos que tinham dificuldade conseguiram entender melhor a matéria.

Fonte: Dados do autor.

Transcrevendo o registro do aluno, tem-se que:

| |
|---|
| *Teresópolis, 15 de abril de 2015*<br>*Professor: Cleverson 7º ano Fundamental II*<br>*No 7º ano do ensino do Fundamental eu pude presenciar as minhas aulas de matemática com uma interatividade com o computador. Aulas principalmente sobre equação.*<br>*Eu pude observar que as aulas de matemática se tornaram mais atrativas para a grande maioria da turma, outro benefício que essas aulas trouxe foi que alunos não tinham a menor noção de como lidar com um computador, passaram a ter menos dificuldade com um computador, como nós podemos perceber nossa sociedade está cada vez mais dependente de celulares, computadores...*<br>*Olhando para o ano todo pude perceber que o aprendizado de equações se tornou muito mais simples, e alunos que tinham dificuldade, conseguiram entender melhor a matéria.*<br>(*sic*) |

Nesse depoimento, Figura 22, o aluno mostra que, embora os estudantes tenham habilidade em manusear computadores e aparelhos eletrônicos diversos, seu uso em sala de aula pareceu ser inovador. E ele ressalta, ainda, que as aulas de Matemática se tornaram mais interessantes, reafirmando o que Lévy (1996) diz sobre as mídias digitais atenderem à perspectiva da Pedagogia Ativa. Para o autor, uma Pedagogia Ativa é aquela que permite que o aluno investigue, explore e tire suas próprias conclusões acerca de um fenômeno.

Vale ressaltar que os alunos que realizaram a tarefa, apontada no Anexo III, e mostraram um grau de maturidade satisfatório em relação à proposta de realizarem uma avaliação com o uso do computador. Essa avaliação aconteceu somente pelo fato de que os alunos trouxeram o seu *notebook* para a sala de aula.

Percebeu-se que conseguiram desenvolver habilidades de leitura e argumentação próprias do processo virtual, ou seja, não mostraram nenhuma dificuldade em lidar com o hipertexto e responder às questões propostas. A avaliação da aluna Luciene, Anexo IV, comprova essas considerações.

Após análise e discussão desses dados aqui salientados, faz-se necessário a apresentação das impressões do pesquisador em relação à pesquisa, o que pode ser constatado no capítulo a seguir.

# 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho surgiu a partir da procura de estratégias para tornar o ensino de Matemática mais dinâmico para o estudante do Ensino Fundamental II, uma vez que foi, e ainda é, uma discussão da Rede Municipal de Ensino de Teresópolis, no momento.

Foi dada, pelo Estado, autonomia para as escolas discutirem e apresentarem novas perspectivas para o ensino dessa disciplina, que tem sido responsável pelo maior índice de reprovação da rede. Como a tecnologia tem sido usada pelos estudantes de forma tão espontânea, mostrando-se uma ferramenta acessível e de fácil manuseio por parte deles, o interesse em verificar como se comportariam com o uso contínuo da *internet* em sala de aula, para fins pedagógicos, tornou incessante a busca por conhecimentos da área computacional.

Parece existir uma lacuna entre a forma como o computador é usado nas escolas e o manuseio do mesmo, por parte dos estudantes. Somente seu uso não despertava a curiosidade dos alunos, tampouco era desafiador. Mas, se usado para outros fins, a exploração mostrava-se eficaz.

Constatou-se, então, que o uso, por si só, ou uma visita ao laboratório, não surtia efeito positivo na aprendizagem. Era preciso algo mais. Na busca por respostas, encontrou-se, no pensamento de Morin (2005;2011) e de Lévy (1993;1996;1999), uma forma de lidar com essa perspectiva, no ambiente educacional.

Entendeu-se que, para trabalhar com o espaço cibernético, ou seja, com a navegação na *internet*, era preciso conhecer a forma mais proveitosa de usar tal espaço. A Virtualização mostrou-se adequada ao que se pretendia.

Dessa forma, veio a ideia de usá-la como estratégia de ensino nas aulas de Matemática. E não podia ser apenas uma experiência, mas um estudo comportamental, realizado ao longo de um bimestre, pelo menos. Também não deveria ter caráter puramente exploratório, pois precisava emergir de uma estratégia que se mostrasse inovadora e que observasse o comportamento dos alunos ao longo de um tempo, com registros dessas observações e de possíveis mudanças provocadas pelo uso da estratégia, na atividade de campo.

O mais apropriado a esse tipo de estudo, que chegou a ser realizado, foi o Estudo de Caso. Por intermédio dele, analisou-se o uso contínuo do computador em sala de aula, no 3º e 4º bimestres de uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental II, no ano de 2014. Utilizou-se, então, a Virtualização, proposta nas obras de Lévy (1993;1996; 1999) e moldada no pensamento complexo de Morin (2005;2011), pois esses dois autores se complementam.

Todo o processo de pesquisa focou essas duas realidades propostas pelos autores. O que foi escrito neste trabalho esteve, todo o tempo, voltado a observar se tais ideias realmente se fundiam, e se funcionavam, na prática. O que segue são observações feitas a partir do que foi visto e vivenciado durante esse tempo, evitando influenciar os dados obtidos. O questionário apresentado na análise de dados teve esse propósito, em particular: mostrar a análise feita pelos alunos do que compreenderam do trabalho realizado e se o mesmo trouxe benefícios para sua aprendizagem.

A Virtualização, que toma forma a partir dos aspectos virtuais – realização, potencialização, atualização e virtualização –, mostrou-se eficaz nas aulas de Matemática, no contexto algébrico. Os alunos que participaram desta pesquisa aprovaram a forma como as aulas virtuais foram conduzidas e os instrumentos computacionais usados.

O professor que deseja trabalhar com a Virtualização como estratégia de ensino, deve aprofundar o conhecimento sobre hipertexto, recursos abertos educacionais e demais recursos educacionais disponíveis na *internet*. Nesta pesquisa, percebeu-se que, para o entendimento do conceito de equação, foi necessário separar *links*, para que os alunos pudessem construir a ideia de equação. Cabe ao professor dar o pontapé inicial, selecionando o material a ser usado.

Feito isso, os aspectos da Virtualização ocorreram a partir da realização, na escolha dos *site*s do Portal do Professor e outros em que foram apresentadas equações, e fizeram a diferença para o contexto; em seguida, houve a potencialização, a qual representa o próprio conteúdo.

No computador, os alunos puderam explorar esses *site*s e outros mais, tiraram conclusões e ainda debateram o assunto em questão. O professor apenas mediou a aula, na medida em que os estudantes examinavam as informações e trocavam ideias.

Na leitura hipertextual, os alunos utilizaram a atualização, pois passaram a interpretar os dados apresentados e criaram uma visão única do que foi lido. Ao criar, virtualizaram o conhecimento. A estratégia virtual permite uma aprendizagem eficaz, ou seja, uma aprendizagem com sentido para o aluno. Ela é construída mentalmente, a partir do que ele lê e vê.

O uso de *site*s e outros recursos tecnológicos permitem que ele navegue na *internet*, na busca de informações de forma rápida, tomando conhecimento não somente do que o professor traz, mas de suas próprias indagações, que podem surgir ao longo da leitura. Ele tem condições de obter cada vez mais informações sobre o que procura.

Ao propor aos alunos a leitura de alguns sites que traziam informações sobre equações, desejou-se verificar se conseguiam reorganizar o pensamento matemático, lidando com várias questões, ao mesmo tempo, pois tiveram que abrir mais de uma página da *internet* ao mesmo tempo, e articulando as informações; se seriam capaz de construir significados para a representatividade da equação, sem, necessariamente, a preocupação de que conceituassem a mesma de modo mais formal.

Percebeu-se uma desenvoltura nas articulações e comentários feitos pelos estudantes, que captaram a essência dos textos lidos de uma forma bastante natural e concisa. Respondiam às indagações feitas pelo professor e colocavam suas interpretações de forma precisa, e até madura, para a idade. Até mesmo alguns alunos mais tímidos contribuíram com suas ideias, gerando uma discussão proveitosa acerca do tema. Eles se identificaram com os hipertextos, ou seja, com os *sites* que trouxeram informações sobre o que representava a equação para a humanidade. Daí, eles fizeram um hipertexto coletivo, com as informações que consideraram mais relevantes.

Como era algo muito novo para eles, no começo, não tiveram muita iniciativa de mudar de uma página para outra. Necessitou-se de uma interferência do professor, mostrando que tinham liberdade e autonomia de explorarem os hipertextos da forma que quisessem.

Nessa dinâmica, em que páginas e páginas na *internet* podiam ser abertas ao mesmo tempo, o aluno foi autor de sua aprendizagem. Mais uma vez, a virtualização, um dos aspectos da Virtualização enquanto processo de ensino, prevalece, pois, no entendimento dos estudos realizados, envolvendo os PCN e as teorias de Lévy e Morin, o aluno passou a ter a sua visão, a ter a visibilidade, por meio da subjetividade, fator primordial dessas teorias. E, quanto ao professor, ele avaliava essa tomada de conhecimento do aluno, utilizando mais o diálogo espontâneo do que uma exposição linear de fatos e acontecimentos. Outro aspecto que faz da Virtualização uma estratégia de inovação é que o próprio computador pode ser usado para anotações e construção de hipertextos, cada vez mais explicativos e ilustrativos, pois conta com recursos audiovisuais ainda mais sofisticados, promovendo uma interação e mobilidade que um livro não é capaz de comportar.

As aulas que utilizaram objetos de aprendizagem, como as balanças de equações, mostraram que os alunos apreendem o conceito básico de resolução. Outra observação feita é que o aluno é levado à compreensão e não apenas a resolver atividades mecânicas. Como a pesquisa mostrou, eles pensaram o tempo todo, ao dar uma resposta para a equação. Processos mentais, como percepção e imaginação, foram ativados e o raciocínio lógico foi fator preponderante para a obtenção e explicação dos resultados.

Ao preparar as questões para serem discutidas nas aulas, com o computador, desejou-se observar se habilidades eram desenvolvidas e qual o conhecimento apreendido pelo aluno, por meio dos instrumentos digitais selecionados. Elaborou-se, então, todo um planejamento, durante o Estudo de Caso. Para cada situação apresentada, havia um conjunto de proposições, ou, como dito anteriormente, habilidades que deveriam ser desenvolvidas durante o processo de aprendizagem.

Neste estudo, procurou-se fazer a junção do pensamento complexo de Morin (2005; 2011) à Virtualização proposta por Lévy (1993;1996;1999). É necessário destacar que o pensamento de Morin independe do mundo virtual, pois obras comentadas nesse trabalho manifestam esse pensamento, quando procuram expandir o conhecimento matemático utilizando informações mais detalhadas do objeto em estudo.

O mundo digital, por sua vez, oferece oportunidades de se obter essas informações e outras mais, de forma rápida e abrangente, pois o aluno pode dispor de hipertextos diversos, os quais tornam a questão mais real, em seu cotidiano escolar (sem contar que ele pode fazer leituras de seu interesse pessoal, sem que perca o foco central da aula). Abrir diversas páginas da *internet* não o faz perder de vista o objetivo central da aula, pois ele pode ir e vir do problema da pesquisa, ao mesmo tempo, o que somente a navegação no espaço cibernético (o espaço digital) permite.

Essa situação, proposta com base nas teorias de Lévy (1993; 1996; 1999), confirmaram que os alunos participaram de forma ativa da aula, fazendo uso da investigação, da subjetividade, na interpretação de dados, e explorando hipertextos.

Nas aulas em que foram usadas estratégias concretas de aprendizagem, como as balanças de equações, percebeu-se que a manipulação dos dados não foi puramente artificial. Utilizaram o raciocínio lógico, na compreensão das respostas e dos princípios aditivos e multiplicativos. Foi interessante perceber como a visualização dos processos envolvidos ajudou-os na formação do pensamento abstrato. A questão do ver, do palpável, facilitou o entendimento de algumas situações em que a fala do professor e a resolução no papel não foram tão eficazes. O fato é que, à proporção que os alunos utilizavam os comandos, gradativamente iam formalizando os conhecimentos que envolvem os cálculos básicos de uma equação do 1º grau.

No entendimento do Plano Cartesiano, foi feito o mesmo tipo de abordagem das equações. Apresentaram-se aos alunos hipertextos, ou seja, *links*, os quais levaram um pouco da história do mesmo e aplicações na Geografia, no caso, os fusos horários. Na complementação, também se utilizou o *software Winplot* e obtiveram-se os mesmos resultados já apresentados no estudo preliminar das equações. Novamente a subjetividade entrou em ação e comentários interessantes foram feitos pelos alunos, inclusive associações com outras disciplinas, o que valida a complexidade de Morin (2005; 2011), no que diz respeito a tecer junto. O mesmo se deu com o aplicativo Teia Cartesiana, no qual houve associação com a disciplina Ciências, de forma espontânea, sem interferência do professor.

Nos estudos de inequações do 1º grau e sistemas lineares, em que se usou, basicamente, o *software Winplot*, percebeu-se que, entendendo os comandos, a compreensão dos resultados tornava-se mais clara com a visualização das soluções dos mesmos no Plano Cartesiano do programa, deixando evidente que as interações feitas para chegarem a uma resposta realmente contribuem para o entendimento dos conceitos envolvidos, fazendo, desse processo, uma Pedagogia Ativa, defendida por Lévy (1996).

Das observações realizadas durante o Estudo de Caso, entendeu-se que a Virtualização pode ser uma estratégia inovadora, eficaz, quando há um planejamento das questões que se deseja trabalhar, e favorável às aulas de Matemática, pois o mundo virtual contribui com bastantes recursos que podem incrementar uma aula. O que realmente importa é que o aluno assuma seu papel de cidadão de forma mais consciente, e, por meio do pensamento complexo, ampliam-se as possibilidades. A partir dele, os fatos não ficam isolados e a subjetividade fortalece o aluno, uma vez que ser subjetivo é ser criativo, saber opinar, interpretar e debater, com coerência.

Infelizmente, a tecnologia ainda não tem espaço nas escolas da forma como foi explorada neste projeto. Intenciona-se que esse trabalho seja pioneiro nas questões da Virtualização na sala de aula. Por isso, o produto educacional que se formou a partir desta pesquisa teve, e tem, como objetivo primordial, a divulgação de como trabalhar a informação. As atividades propostas em sala, durante o estudo, foram selecionadas para que esse conhecimento seja levado aos alunos, por meio de seus professores.

Embora muitas escolas não disponham de recursos tecnológicos em sala de aula, diversas têm laboratório de informática, que são visitados ocasionalmente. Apesar da pouca divulgação, muitas ferramentas surgem, para facilitar o trabalho do docente.

A Virtualização é um processo simples, que não exige grandes conhecimentos de informática e, por isso, qualquer professor pode usá-la.

Um fato é certo: a tecnologia, por si só, não inova. O que realmente inova é a forma como se trabalha com ela. Não se pode pensar em tecnologia sem planejamento e, diante disso, vale defender que o conhecimento da Virtualização pode facilitar o processo de navegação consciente no mundo virtual. Quando seus elementos atuam, realmente ocorre uma interação dos alunos com o computador, mediada pelo professor.

O que se deseja, com esta pesquisa, é que o ensino possa caminhar com novas descobertas e que acompanhe e apoie o uso de recursos tecnológicos que colaborem com uma aprendizagem mais dinâmica, afinal, este é o século XXI.

A História mostra que cada século trouxe novidades para a humanidade, as quais influenciaram mudanças de comportamento. É um processo natural e a escola tem que acompanhar essas mudanças, não pode ficar alheia aos costumes sociais que ditam novas tendências de comunicação. Ousadia é a palavra de ordem. O mundo necessita, cada vez mais, de virtualizações, ou seja, de atos criativos.

Tem-se a certeza de que este trabalho não acaba aqui, é o começo de uma longa caminhada rumo ao uso consciente dos processos virtuais. Pretende-se dividir o que foi vivenciado nesta pesquisa com as escolas da Rede Municipal de Teresópolis, primeiramente, e, depois, ganhar espaço nas mídias educativas. Espera-se que essa obra tome proporções maiores e, para isso, pretende-se fazer contato com editoras e, quem sabe, palestrar a respeito deste estudo.

# REFERÊNCIAS


ANTUNES ,Celso. **Jogos para a estimulação das inteligências múltiplas.** 9. ed., Petrópolis, RJ: Vozes, 2001.

**________________ Como desenvolver competências em sala de aula.** Fascículo 8, Petrópolis, RJ: Vozes, 2001.

BARROSO, Juliane Matsubara. (org). **Projeto Araribá:** Matemática 6ªsérie. 1. ed., São Paulo: Moderna, 2006.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática 7º Ano.** 6. ed. São Paulo:Moderna, 2006.

BORBA, Marcelo de Carvalho; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos; ZULATTO, Rúbia Barcelos Amaral. **Educação a Distância online.** 2. ed., Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

BOYER, Carl B. **História da Matemática.** 3. ed. São Paulo: Edgar Blucher Ltda, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto**. Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC, 1998.

**_____**. Ministério da Educação. **Plano de Desenvolvimento da Educação:** Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; Inep,2008.

D'AMBROSIO, Ubiratan**. Educação Matemática**: da teoria a prática. 18.ed. São Paulo: Papirus, 2009.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática 7**. 1. ed./2. imp. São Paulo: Ática, 2013.

FIGUEIREDO, Auriluci de Carvalho. **Saberes e concepções de educação algébrica em um curso de Licenciatura em Matemática**. 2007, 290 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

GARBI, Gilberto Geraldo. **O Romance das Equações Algébricas.** 3. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

GUELLI, Oscar. **Contando a história da Matemática:** 2 Equação-o idioma da Álgebra. 7. ed. São Paulo: Ática, 1996.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática 6ª Série**. 1 ed, São Paulo: Scipione, 1999.

IMENES, Luiz Márcio; JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo Cestari .**Pra que serve Matemática?** Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

JUNGBLUT, Airton Luiz. A heterogenia do mundo *on-line*: algumas reflexões sobre virtualização, comunicação mediada por computador e ciberespaço. v.10. n.21. **Horizonte**

**antropológico**. Porto Alegre. Jan./June 2004. Disponível em: <http://dx.doi.0rg/10.1590/S0104-71832004000100005> Acesso em 23 maio 2015.

LÉVY, Pierre. **As Tecnologias da Inteligência**. São Paulo: 34 Ltda, 1993.

**____________ O que é virtual o virtual?** São Paulo: 34 Ltda, 1996.

**____________ Cibercultura**. São Paulo: 34 Ltda, 1999.

MARTINS, Herbert Gomes; GALDINO, Mary N.D. Ensino a Distância: entre a Institucionalidade e a formação de uma nova cultura. Reunião Anual da Associação de Pós Graduação e Pesquisa em Educação. ***Anais...*** Caxambu, 2006.

MARTINS, Gilberto de Andrade. **Estudo de Caso, uma estratégia de pesquisa.** 2.ed. São Paulo: Atlas S.A., 2008

MORIN, Edgar. **Introdução ao Pensamento Complexo.** 4.ed. Porto Alegre: Sulina, 2005.

_____. **Os Sete Saberes Necessários à Educação do futuro.** 2.ed. revisada. São Paulo-SP: Cortez, 2011.

MULTIRIO.**A escola entre mídias.** Rio de Janeiro: MultiRio na Escola, 2011.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. O Problema da Afetividade em Vygotsky. In: TAILLE, Yves; OLIVEIRA, Marta Kohl; DANTAS, Heloysa. **Piaget, Vygotsky, Wallon:** Teorias Psicogenéticas em Discussão. São Paulo-SP: Summus, 1992, p.75-84.

PARRIS, Richard. **Programa Winplot - Versão para Windows98**, 2001.Disponível em: <http://math.exeter.edu/rparris/peanut/wppr32z.exe(557Kb),software.> Acesso em: 20 set. 2013.

RIBEIRO, Alessandro Jacques. O Ensino de Álgebra na perspectiva dos Multisignificados de Equação: algumas possibilidades para a sala de aula.CIAEM (XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática), ***Anais...*** Recife, Brasil, 2011.

VYGOTSKY, Lev Semenovitch. **Pensamento e Linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 1989(2.ed).

YIN, Robert K. **Estudo de Caso, Planejamento e Métodos.** 4.ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

VECCHIA, Rodrigo Dalla; MALTEMPI, Marcus Vinicius. Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação: a realidade do mundo cibernético como um vetor de virtualização. **Bolema**, v.26, n.43, p.963-990, ago.2012. Rio Claro (SP).

# ANEXOS

# ANEXO I

## APRESENTAÇÃO DA MATRIZ DE REFERÊNCIA DE MATEMÁTICA

EDUC(AÇÃO) MATEMÁTICA...

Discute-se muito sobre o ensino de matemática e parece ser um consenso de que uma educação matemática deve contribuir na preparação para o exercício da cidadania, também cabendo à escola auxiliar o aluno a desenvolver valores éticos, como o sentimento de solidariedade, de justiça, de respeito pelo outro e pelas diferenças, a valorização da dignidade, além dos conhecimentos específicos.
Outra questão fundamental e até antiga, diz respeito ao *pensar* – um dos desafios apontados pelos educadores é ensinar os alunos a pensar, a argumentar, a desenvolverem o raciocínio lógico, a fazerem inferências e aplicar conhecimentos, combinando elementos para atender satisfatoriamente as necessidades prementes da vida real dos indivíduos na sociedade atual.

Apesar da matemática ser apontada como uma ciência racional, é impossível separar valores vividos e pensados, já que fazem parte de seu campo de ação, a argumentação, a comunicação, a modelagem e até mesmo o uso de linguagem simbólica, formal e técnica, na representação e solução de problemas.
O que se pretende propor neste trabalho, são ações didáticas que levem ao desenvolvimento de habilidades, descritas por meio de metas comuns, dentro de cinco principais campos de trabalho matemático, ao longo do Ensino Fundamental II, dando continuidade ao que foi desenvolvido de 1º ao 5º ano:

*Eixo temático I -"Espaço e Forma"* – compreender o espaço, suas dimensões e as formas que o constituem, com desenvolvimento de um raciocínio que leve o aluno não só a compreender, mas também a descrever e a representar situações relativas ao meio do qual faz parte, aplicando conceitos geométricos que, trabalhados de forma organizada, contribuem para a aprendizagem no âmbito de medidas e, consequentemente, dos números, estimulando percepção de semelhanças, diferenças, regularidades e um olhar artístico voltado para o espaço natural e construído pelo ser humano.

*Eixo temático II - "Grandezas e Medidas"* – relacionando-se ao tema anterior, há possibilidade de se promover situações que levem o aluno a aplicar grandezas físicas para realizar medidas e seus atributos, reconstruindo não só historicamente o processo de medição, as comparações concernentes, mas também levando o aluno a concluir a necessidade de adotar medidas convencionais para aferir dimensões na natureza – tempo, massa, volume, temperatura, comprimento, que podem ser observadas, estimadas, verificadas, inclusive, através de instrumentos apropriados, e que sofreram mudanças com o passar dos séculos.

*Eixo temático III - "Números e Operações/Álgebra e Funções"* – tema que se faz presente nos demais, é um saber indispensável, pois o conhecimento e aplicação dos números e das operações, bem como do amadurecimento da álgebra e o início de funções, na resolução de situações-problema, é campo de vasta abordagem, pois sua funcionalidade em cálculos e medidas, representação de localizações no tempo e no espaço, é fundamental para passar ideias e suscitar análises e conclusões dentro de um determinado contexto.

*Eixo temático IV –"Tratamento da Informação"* – favorece o desenvolvimento da capacidade de estimativas, de opinar, de tomar decisões, através da chamada "leitura de mundo", ao se apresentar, organizar e representar graficamente dados coletados para conclusões posteriores, incluindo comparações e formulação de hipóteses sobre o que é observado neste tipo de texto matemático.

*Eixo temático V – "Letramento Matemático"* – envolve conhecimento da terminologia, da linguagem simbólica, dos dados e dos procedimentos matemáticos, aliados à interpretação de textos matemáticos, como desenhos geométricos, gráficos, estatísticas e problemas, além da busca em desenvolver capacidades de raciocinar, comparar, realizar inferências e registros verbalizados ou escritos de conclusões ou estratégias resolutivas. Perpassa pelos demais eixos e promove natural interdisciplinaridade e contextualização, propiciando competências de reprodução, conexão e reflexão dos diferentes (mas relacionados) saberes. Paulo Freire afirma *in "A importância do ato de ler":* "A leitura do mundo precede a leitura da palavra, daí que a posterior leitura desta não possa prescindir da continuidade da leitura daquela. Linguagem e realidade se prendem dinamicamente. A compreensão do texto a ser alcançada por sua leitura crítica implica na percepção das relações entre o texto e o contexto."

Faz-se necessário frisar que, de acordo com o grau de assimilação do educando, também do 6º ao 9º ano, a abordagem dos assuntos trabalhados vão *sendo aprofundados a cada ano de escolaridade concluído,* sem excluir o uso do "concreto".

Entre as expectativas de aprendizagem no âmbito matemático, há previsão, do 6º ao 9º ano, de que o aluno alcance gradativamente habilidades quanto à análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema variadas, de caráter prático ou não, compreendendo e aplicando os diferentes significados associados à manipulação, observação de propriedades e suas aplicações em figuras geométricas planas e não planas, bem como as unidades de medidas adequadas; às operações fundamentais com números naturais, em primeiro momento, prosseguindo com números fracionários, decimais e irracionais, em segundo momento. Álgebra e Funções são inicialmente estudadas de modo intuitivo, que será amadurecido no 8º e 9º anos, desenvolvendo a capacidade de abstração do educando. Gráficos merecem atenção, em razão de promover análises e discussões em sua leitura e construção, com a união entre a competência leitora e a matemática sempre presente, pois sem interpretação não há entendimento, raciocínio, busca de estratégias e consequente resolução de problemas.

Ao se tratar dos conteúdos de matemática, faz-se necessário procurar diminuir a distância entre a matemática e as demais disciplinas, buscando caminhos e novidades possíveis, aplicáveis, visando que os conhecimentos matemáticos contribuam para manter vivo, no aluno, o espírito investigativo por toda a escolaridade. Também repensar constantemente a práxis pedagógica, considerando-se os diferentes ritmos de aprendizagem, buscando formas de envolver a comunidade no trabalho da escola, a fim de se avaliar e reavaliar o planejamento, dentro de uma reflexão constante sobre o ensinar e o aprender, são questões cruciais e necessárias, exigindo um espírito coletivo e dinamizador.

Norteados por descritores dessas habilidades pretendidas, aliados à sugestão de estratégias e projetos motivadores, procurou-se, através desta proposta, envolver professores e alunos no processo de aprendizagem, refletindo acerca de seus procedimentos, de experiências significativas e viáveis, de tentativas (e erros – já diziam: "*é errando que se aprende*..."), em sistema de parcerias e reavaliações constantes, na busca do objetivo maior, que é EDUCAR, superando-se grande parte das dificuldades que sempre surgem com motivação, criatividade e espírito colaborativo.

Professores:

Iasmine da Silva Diogo

Cleverson Vidal Esteves

# ANEXO II

## 7º ANO

| EIXO TEMÁTICO | DESCRITOR | HABILIDADES |
|---|---|---|
| ***NÚMEROS E OPERAÇÕES/ ÁLGEBRA E FUNÇÕES*** | **D14:**Diferenciar uma equação de uma inequação, ambas do 1º.grau, traduzindo-as na linguagem algébrica.<br><br>**D15:**Resolver situações-problema por meio de equações do 1º.grau, compreendendo os procedimentos envolvidos | Diferenciar através da leitura uma equação de uma inequação.<br>Resolver problemas utilizando a equação do 1º. Grau como estratégia de resolução<br>Obs.:<br>O aprofundamento de Inequações, pode ser realizado dentro do descritor 14. Não é necessário um descritor específico.<br>Para as escolas que iniciarem o estudo de sistemas no 7º. Ano, poderão fazê-lo como aprofundamento da linguagem algébrica e, portanto utilizar os descritores das mesmas. O importante é que até o 9º. ano, o aluno tenha competências e habilidades para interpretar situações que possam ser traduzidas por equações lineares resolvendo sistemas algebricamente e graficamente. |

| | | |
|---|---|---|
| ***LETRAMENTO MATEMÁTICO*** | **D22:** Adquirir vocabulário matemático, relacionado às situações-problema, selecionando ações para sua resolução.<br>**D23:** Analisar textos matemáticos, como gráficos, desenhos geométricos e problemas, comparando e realizando inferências entre as ideias principais identificadas e os conhecimentos adquiridos para sua resolução.<br>**D24:** Identificar dados relevantes de textos matemáticos, como gráficos, desenhos geométricos e problemas, registrando conclusões e ressignificações para seu entendimento. | Extrair palavras-chave ligadas ao vocabulário matemático, compreendendo e ampliando seus respectivos significados em cada contexto.<br><br>Relacionar as ações matemáticas ou geométricas necessárias às situações-problema propostas, estabelecendo o raciocínio necessário para sua resolução correta.<br><br>Comparar novos problemas a situações de aprendizagem já vivenciadas, investigando e aplicando os conhecimentos necessários.<br><br>Observar e destacar ideias principais, buscando estratégias resolutivas diferenciadas, verbalizando ou registrando por escrito o que for escolhido.<br><br>Observar e interpretar diferentes textos matemáticos: gráficos, desenhos geométricos, problemas, extraindo conclusões e externando as mesmas dentro de um estilo e vocabulário apropriado a cada contexto.<br><br>Interpretar situações-problema matemáticas e associar linguagem simbólica (algébrica), propiciando sua resolução por meio de operações inversas ou equações do 1º grau.<br><br>Analisar e buscar estratégias para a realização de jogos matemáticos (já existentes ou adaptados), registrando conclusões a respeito do que foi observado e de seu significado para a própria aprendizagem. |

# ANEXO III

**Modelo de avaliação dado na turma no final do período letivo:**

Aluno: ______________________

Data: 26/11/14 Turma:705

AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA
4° BIMESTRE-PROVA VIRTUAL
VALOR: 10,0

**1.Consulte o site *www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=582* e responda as questões abaixo:**

a) A equação é considerada que tipo de idioma?____________________________

b) Quem foi o responsável pela expressão ax+b=0?____________________________

c) De que forma Viète marcou o estudo de equações?______________________________
______________________________________
______________________________________

2.**Consulte o site *diadematematica.com/docentes/2013/10/05/equaçoes-que-revolucioraram....* e analisando a importância de cada uma,** escolha uma delas e explique o porquê da sua escolha:

______________________________________
______________________________________
______________________________________
______________________________________
______________________________________
______________________________________
______________________________________
______________________________________

**3.Use o site** http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica_virtual/Antonio_miguel_e_Adilson_Sella/index.html **, faça as etapas:**

**1. resposta:**

**2.resposta:**

**3.resposta:**

**4.Usando o *software Winplot,* encontre o resultado:**

a) da equação 2(-x+3)= -5

b)da inequação 6(x-3) –x > -18

**5.No site *http://www.consciencia.org/descartes.shtml que* conta a história de René Descartes, o leitor pode descobrir o motivo pelo qual ele criou o Plano Cartesiano.** Descreva as razões que o levaram a criá-lo.

______________________________________
______________________________________
______________________________________
______________________________________

**6.Usando o *software Winplot, considere o eixo do y o meridiano de Greenwchi e cada valor do x um fuso horário. Um viajante sai de uma cidade com a localização (2,1) no plano às 15h e vai para uma cidade localizada no ponto (-5,1)*.** A que horas ele chegou nessa cidade?

**7.Use o *software Winplot* para resolver o sistema**

$$\begin{cases} x+y=-4 \\ 2x+3y=-11 \end{cases}$$

# ANEXO IV

## Transcrição da avaliação realizada pela aluna Luciene

Aluno(a): Luciene
Data 26/11/14 Turma: xxx
Avaliação de Matemática
4º bimestre-Prova Virtual
Valor 10,0.

1.Consulte o site www.matematiques.com.br/conteudo.php?id=582 e responda as questões abaixo:

a) A equação é considerada que tipo de idioma? O idioma da Álgebra.

b) Quem foi o responsável pela expressão ax+b= 0? François Viéte.

c) De que forma Viéte marcou o estudo de equações? Sendo o primeiro a estudar as propriedades das equações.

2.Consulte o endereço eletrônico diadematematica.com/docentes/2013/10/05/equações-que-revolucionram... e analisando a importância de cada uma, escolha uma delas e explique o porquê da sua escolha: Eu escolhi "As equações de Maxwell" porque levou à invenção do rádio, do radar, da televisão e de conexões sem fio. Elas possibilitaram novas formas de comunicação, eu acho importante as pessoas se comunicarem.

3.Use o site http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica virtual/Antonio miguel e Adilson Sella/index .html, faça as etapas:

1.resposta: se a balança tiver com a mesma quantidade ela fica sem equilíbrio.

2.resposta: se mantém em equilíbrio.

3.resposta:se mantém em equilíbrio

4.Usando o *software Winplot*, encontre o resultado:

a) da equação 2(-x+3) = -5 x=5,5

b) da inequação 6(x-3) -x>-18 x>0

5.No site htpp://www.consciencia.org/descartes.shtml que conta a história de René Descartes, o leitor pode descobrir o motivo pelo qual ele criou o Plano Cartesiano. Descreva as razões que o levaram a cria-lo: Queria associar as leis numéricas com as leis do mundo. Queria refletir sobre a questão da autonomia da ciência e objetividade da razão frente ao Deus todo poderoso.

6.Usando o *software Winplot*, considere o eixodo y o meridiano de *Greenwchi* e cada valor do x um fuso horário. Um viajante sai do ponto (2,1) no plano às 15h e vai para uma cidade localizada no ponto(-5,1). A que horas ele chegou nessa cidade? 10h

7.Use o *software Winplot* para resolver o sistema $\begin{cases} x+y=-4 \\ 2x+3y=-11 \end{cases}$

x=-7 e y= 3

# ANEXO V

Carta de Anuência da Instituição

Estado do Rio de Janeiro
Prefeitura Municipal de Teresópolis
Secretaria Municipal de Educação
*Escola Municipal Antônio Santiago*

**CARTA DE ANUÊNCIA DA INSTITUIÇÃO SEDIADORA**

Declaramos, para os devidos fins, que concordamos em disponibilizar o(s) setor(es) **sala de aula, sala de vídeo e laboratório de informática** desta Instituição, para o desenvolvimento das atividades referentes ao Projeto de Pesquisa, intitulado: **A Virtualização como estratégia de ensino no Fundamental II: uma abordagem hipertextual no contexto algébrico** do pesquisador **Cleverson Vidal Esteves** sob a responsabilidade do Professor **Cleverson Vidal Esteves** do curso de **Mestrado**, da Universidade do Grande Rio, pelo período de execução previsto no referido Projeto.

Teresópolis, 10 de março de 2014

Claudia Helena Ribeiro Seabra Leal
Nome, por extenso, do responsável pelo setor

Direção
Cargo e/ou função que exerce na instituição

Claudia H. R. Seabra Leal
Diretora
Mat. 111855-2

Assinatura e Carimbo

ESCOLA MUNICIPAL ANTÔNIO SANTIAGO
Teresópolis
RJ

83153128 7-15
CPF

claudiahrseabra@uol.com.br
E-mail

# ANEXO VI

## DECLARAÇÃO DE APROVAÇÃO PELO CEP

UNIVERSIDADE UNIGRANRIO
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Duque de Caxias, 24 de Maio de 2014.

Do: Comitê de Ética em Pesquisa da UNIGRANRIO

Para Responsável Principal: Cleverson Vidal Esteves

Orientador: Prof. Dr. Herbert Gomes Martins

O Comitê de Ética em Pesquisa da UNIGRANRIO, após avaliação considerou **aprovado** o projeto de pesquisa **"A VIRTUALIZAÇÃO COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO NO FUNDAMENTAL II: UMA ABORDAGEM HIPERTEXTUAL NO CONTEXTO ALGÉBRICO"**, protocolado sob o **número de CAAE 30812114.2.0000.5283**, encontrando-se a referida pesquisa e o Termo de consentimento Livre e Esclarecido em conformidade com a Resolução N.º 466, de 12 de Dezembro de 2012, do Conselho Nacional de Saúde, sobre pesquisa envolvendo seres humanos.

Os pesquisadores deverão informar ao Comitê de Ética qualquer acontecimento ocorrido no decorrer da pesquisa.

O Comitê de Ética em Pesquisa solicita a V. Sª. que ao término da pesquisa, conforme cronograma apresentado, encaminhe a este comitê um sumário dos resultados do projeto, a fim de que seja expedido o certificado de aprovação final.

Prof. Renato C. Zambrotti
Coordenador do CEP-UNIGRANRIO

Andreia Peter Christo Gomes
Secretária do CEP/UNIGRANRIO