

**UNIVERSIDADE DO GRANDE RIO “Prof. José de Souza Herdy”
UNIGRANRIO
MESTRADO PROFISSIONAL NO ENSINO DAS CIÊNCIAS NA
EDUCAÇÃO BÁSICA**

ANDREIA SANCHES DE OLIVEIRA ARAÚJO

**A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO À LUZ DA
TEORIA DE VAN HIELE**

Duque de Caxias

2015

ANDREIA SANCHES DE OLIVEIRA ARAÚJO

**A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO À LUZ DA
TEORIA DE VAN HIELE**

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre, do Curso de Mestrado
Profissional em Ensino das Ciências na Educação
Básica da Universidade do Grande Rio.


Orientadora: Profa. Dra. Chang Kuo Rodrigues
Co-orientador Prof. Dr. Abel Rodolfo Garcia Losano.

Duque de Caxias

2015

Ficha Catalográfica elaborada pela Biblioteca Unigranrio

Bibliotecária:

A large, empty rectangular box with a thin black border, positioned below the text. It appears to be a placeholder for a signature or a stamp.

ANDREIA SANCHES DE OLIVEIRA ARAÚJO

**A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO À LUZ DA
TEORIA DE VAN HIELE**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, do Curso de Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica da Universidade do Grande Rio.

Aprovada em ____ de _____ de 2015
Banca Examinadora

Prof.^a Dr.^a Chang Kuo Rodrigues (Orientadora)
Universidade do Grande Rio - UNIGRANRIO

Prof. Dr. Abel Rodolfo Garcia Losano (Co-orientador)
Universidade do Grande Rio - UNIGRANRIO

Prof.^a Dr.^a Jurema Rosa Lopes
Universidade do Grande Rio - UNIGRANRIO

Prof. Dr. Amarildo da Silva Melchiades
Universidade Federal de Juiz de Fora - MG

Prof.^a Dr.^a Rosana de Oliveira
Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ

APRESENTAÇÃO

Nasci na cidade de Três Rios, mas fui criada em Paraíba do Sul, cidade do interior do estado do Rio de Janeiro. Sempre estudei em escola pública e fui muito incentivada por minha mãe a ser uma mulher independente, e o estudo era o caminho para isso. cursar Formação de Professores não foi exatamente uma escolha e, sim, a opção que tinha, caso contrário, faria Formação Geral e, de acordo com meu pai, não teria profissão.

Apesar de não ter sido uma escolha, gostava do curso; na minha imaturidade, me divertia nos estágios e, como sempre fui dedicada, tive bom rendimento e fui aprovada no primeiro concurso público que prestei, ainda com 17 anos. Fui chamada aos 18, quando iniciei minha vida docente.

O primeiro fato que percebi em sala de aula era que a teoria não condizia com a prática. Tive muito que aprender, já que a realidade dos alunos não era a que havia estudado nos livros didáticos.

Na minha trajetória docente, lecionei em todas as séries (hoje, anos de escolaridade) do primeiro segmento, mas sempre me identifiquei com os adolescentes – quando podia, escolhia a 4ª série (5º ano) – e, quando dividia disciplina com outra colega, optava por Matemática e Ciências.

A Matemática foi minha paixão na escola, matéria em que obtive bom aproveitamento. Tive o privilégio de estudar com excelentes professoras nessa área, gostava de ajudar meus colegas de classe e, talvez, isso tenha me levado à sala de aula.

Apesar de estar trabalhando, sempre gostei de estudar, buscava participar de cursos, encontros, mesmo que fossem apenas na área pedagógica e, então, os colegas começaram a fazer Faculdade em Pedagogia. Sabia que era necessário, mas não me identificava, queria Matemática, e, quando tive a oportunidade, fiz Licenciatura.

Continuei lecionando com alunos da 4ª série (5º ano), e tive a oportunidade de me especializar em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática, pois a tecnologia sempre me encantou (gostava de levá-la para a sala de aula, mas nem sempre sabia como fazer, então o curso me propiciou isso).

Em 2009, troquei de escola e fui designada para a função de Coordenação, na qual fiquei por três anos (pedi para retornar à sala de aula, sentindo que ali não era meu lugar).

Consegui retornar à função de professora em 2013, já lecionando a disciplina para a qual me habilitei, e continuei buscando cursos que aperfeiçoassem minha prática docente. O

fato é que aprendemos muito quando lecionamos, o que aconteceu comigo: conhecia, aprendia e compartilhava com meus alunos a Matemática.

Os desafios em sala de aula são diversos, vivemos um momento em que o ensino não é valorizado, nossos alunos, em sua maioria, não têm perspectivas de futuro, tudo é para o momento, não há o porquê de estudar. Matemática, então, tornou-se para poucos e, a cada ano, é preciso retornar ainda mais conceitos de séries anteriores, para que nossos alunos alcancem o conteúdo necessário para a série em que se encontram.

Em minhas buscas por respostas, encontrei o Mestrado Profissional no Ensino das Ciências na Educação Básica e participei da seleção. Não foi fácil, moro no interior, precisava ficar dois dias em Duque de Caxias, arcar com uma despesa que, para um professor, pesa no orçamento, deixar dois filhos para trás, contando com o apoio incondicional do meu esposo e ainda lecionando minhas trinta aulas semanais, na minha cidade, Paraíba do Sul. Mas o resultado de todo esse esforço não tem preço: além das amizades que fiz, a vivência em um ambiente tão diferente do meu me fez ver que existia mundo fora da minha cidade, e que eu podia ir além, eu era capaz.

Durante o Mestrado, tive muitas indagações; eram tantas perguntas, que não conseguia me concentrar em uma questão, para minha pesquisa. Com a ajuda da minha orientadora, Chang, consegui decidir o que fazer. Minha Licenciatura e Especialização abordaram a Geometria, a princípio, com o foco na história, depois, na tecnologia; eu queria continuar com a Geometria, mas agora não conseguia mais encontrar meu foco.

Meu grande desafio sempre foi compreender por que o aluno, mesmo tendo estudado o conteúdo, na série seguinte, agia como se não tivesse visto aquilo. Encontrei, na teoria de Van Hiele, resposta para isso, sobretudo pelo fato de necessitar fundamentar os argumentos que dizem respeito ao ensino e à aprendizagem de Geometria, mesmo não sendo necessário classificá-los tal como preconiza essa teoria, mas, certamente, podemos agir, com atividades direcionadas, que façam o aluno compreender, construir um conhecimento geométrico que não seja momentâneo, que ainda use nas séries seguintes.

A pesquisa foi muito gratificante, aprendi coisas novas e pude observar como meus alunos reagiam a cada nova atividade. Inevitavelmente, me tornei uma professora diferente, minha visão dos acontecimentos em sala de aula não é mais a mesma; sempre que surge uma questão a ser resolvida, já penso em buscar respostas, em vez de apenas reclamar, ou culpar terceiros.

Durante esses dois anos de Mestrado, aprendi muito com todos que passaram pela minha vida acadêmica e espero reencontrá-los.

A qualificação também foi um momento inesperado e gratificante, estava apreensiva, mas as colaborações dos professores foram essenciais para o término deste trabalho.

Assim, encerro uma parte de minha trajetória acadêmica, pois estarei seguindo em busca de outros desafios, do Doutorado, de outras experiências, e agradeço a Deus, acima de tudo, e a todos que me apoiaram e me auxiliaram nesse processo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, sobre todas as coisas, Ele é o meu cuidador, Ele me sustentou, Ele me permitiu chegar até aqui, toda glória e toda honra sejam dadas a Ele.

Agradeço ao meu pai, Luiz (in memoriam), quem me ensinou a lutar pelos meus objetivos, me ensinou a ser forte, e à minha mãe, Nerina, mulher incrível, sempre me apoiando em todos os momentos de minha vida. Não seria nada sem eles.

Agradeço ao meu esposo, Márcio, meu companheiro em todos os momentos, e aos meus filhos, João Vítor e Matheus, presentes de Deus na minha vida. Seu apoio e compreensão foram essenciais para que pudesse terminar essa etapa.

Agradeço aos meus grandes e queridos amigos, sem os quais não teria passado pelo processo seletivo, Pastor João Carlos, Itamar, Marli e tio Evaldo.

Agradeço, de maneira especial, à minha nova família, que amo incondicionalmente e para a qual nunca poderei pagar o que fizeram por mim, me acolhendo em sua casa, como parte da família: todo o meu carinho ao Pastor Márcio, à Elane e ao Gabriel.

Agradeço à minha Orientadora, Professora Doutora Chang Kuo Rodrigues, colocada por Deus na minha vida, uma grande amiga, que não mediu esforços para me ajudar a chegar até aqui.

Aos familiares e irmãos ICM Paraíba do Sul e ICM Levy Gaspariam, pelo apoio e pelas orações.

Agradeço aos meus colegas e alunos do Colégio Estadual Barão de Palmeiras, que me permitiram a coleta de dados e aplicação do projeto.

Aos meus amigos do Mestrado. Vivemos muita coisa juntos: medos, incertezas, alegrias, vitórias e, agora, o sucesso. Não tenho como descrever a importância que teve o apoio de vocês à colega do interior que chegou à “cidade grande”.

Aos meus professores do Mestrado, com quem tanto aprendi, em todos os momentos, dentro e fora de sala de aula, sempre dispostos a nos ajudar, contribuindo com nosso trabalho.

Aos Professores Doutores Rosana, Amarildo e Jurema, componentes da Banca de Qualificação, e a todos que, de maneira direta ou indireta, contribuíram de maneira importante para a conclusão deste trabalho.

Este trabalho é dedicado ao meu esposo, Márcio Luis Alves de Araújo, meu companheiro, meu cúmplice, meu amor, presente de Deus em minha vida, que sempre cuidou de nossos filhos, em minha ausência, sempre esteve ao meu lado, em todos os momentos, encorajando-me, dizendo que eu era capaz de vencer. Não há como agradecer-lhe por tudo, apenas expressar minha gratidão pelo que é e significa em minha vida.

**“Sim, grandes coisas fez o Senhor por nós,
e por isso estamos alegres”.**
(Salmos 126:3)

RESUMO

O presente estudo objetiva identificar e analisar a construção do conhecimento geométrico com a utilização de atividades pedagógicas diferenciadas. A pesquisa foi realizada em um grupo de alunos da 2ª série do Ensino Médio, de um colégio estadual na cidade de Paraíba do Sul (RJ). A proposta surgiu após uma avaliação diagnóstica do SAERJINHO, em que os alunos não obtiveram bom resultado, mesmo tendo estudado todo o conteúdo do livro didático. A pesquisa apresenta duas etapas pedagógicas, que quando direcionadas, constroem o conhecimento geométrico, fazendo com que o aluno mude de nível do pensamento geométrico. Como metodologia, escolhemos a Engenharia Didática, o qual subsidiou-nos teórica e procedimentalmente. O Produto Educacional desta pesquisa será uma vídeo-aula, contendo o tema abordado neste estudo.

Palavras-chave: Educação Matemática. Geometria Espacial. Engenharia Didática. Pensamento Geométrico.

ABSTRACT

This study aims to identify and analyze the construction of geometrical knowledge with the use of different pedagogical activities. The survey was conducted on a group of students of the 2nd year of high school, a public school in the Paraíba do Sul (RJ). The proposal came after a diagnostic evaluation of SAERJINHO, where students did not obtain good assessment, even having studied the entire contents of the textbook. The research features two educational stages, which, when directed, build the geometrical knowledge, causing the student to change the level of geometric thinking. The methodology chosen the Didactic Engineering, which subsidized us theoretical and procedurally. The Educational Product of this research will be a instructional video, containing the topic covered in this study.

Keywords: Mathematics Education. Space Geometry. Didactic Engineering. Geometric Thinking.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 -	Níveis do modelo de Van Hiele	29
FIGURA 2 -	Definição de Prisma	33
FIGURA 3 -	Definição de Pirâmide	33
FIGURA 4 -	Definição de Poliedro	34
FIGURA 5 -	Atividades de Poliedro (Projeto Reforço Escolar) (1)	36
FIGURA 6 -	Atividades de Poliedro (Projeto Reforço Escolar) (2)	37
FIGURA 7 -	Conteúdos de Matemática do 1º Bimestre	40
FIGURA 8 -	Conteúdos de Matemática do 2º Bimestre	40
FIGURA 9 -	Conteúdos de Matemática do 3º Bimestre	41
FIGURA 10 -	Conteúdos de Matemática do 4º Bimestre	41
FIGURA 11 -	Matriz de Referência de Matemática – SAERJINHO 2º Ano Ensino Médio	45
FIGURA 12 -	Matriz de Referência de Matemática – SAERJINHO 2º Ano Ensino Médio (cont.)	46
FIGURA 13 -	H07 Poliedros	57
FIGURA 14 -	H08 - Vértices, Faces e / ou Arestas de Poliedros	57
FIGURA 15 -	Questão 14	58
FIGURA 16 -	Questão 49	59
FIGURA 17 -	Questão 41	59
FIGURA 18 -	Temas para construção de Poliedros	62
FIGURA 19 -	<u>Etapa 2</u> da Experimentação	63
FIGURA 20 -	Aluna Marylda	68
FIGURA 21 -	Aluna Sheila	69
FIGURA 22 -	Aluna Danielle	70
FIGURA 23 -	Aluna Rose	71
FIGURA 24 -	Aluna Michele	72
FIGURA 25 -	Aluna Adriana	73
FIGURA 26 -	H07 Poliedros	75
FIGURA 27 -	Etapa 2 da Experimentação	76
FIGURA 28 -	Etapa 2 da Experimentação	77
FIGURA 29 -	Etapa 2 da Experimentação	78

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - Habilidades do SAERJINHO 1º bimestre para o campo geométrico .	56
QUADRO 2 - Habilidades do Campo Geométrico 2º bimestre	61

SUMÁRIO

1	- INTRODUÇÃO.....	14
2	- FASE PRELIMINAR DA ENGENHARIA DIDÁTICA	17
2.1	- REVISÃO DA LITERATURA	17
2.2	- METODOLOGIA DE PESQUISA: A ENGENHARIA DIDÁTICA	23
2.3	- O MODELO TEÓRICO DE VAN HIELE	25
	2.3.1 - <u>Os Níveis do Modelo de Van Hiele</u>	26
	2.3.2 - <u>Características Gerais do Modelo de Van Hiele</u>	30
2.4	- O SABER MATEMÁTICO: PRISMAS E PIRÂMIDES	31
3	- SEEDUC-RJ - SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO	38
	3.1 - CURRÍCULO MÍNIMO DA SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO	38
	3.2 - AS AVALIAÇÕES EXTERNAS SAERJ E SAERJINHO	42
	3.3 - O PROGRAMA DO REFORÇO ESCOLAR	46
	3.4 - O LIVRO DIDÁTICO	49
	3.4.1 - <u>A Escolha do Livro Didático</u>	49
	3.4.2 - <u>O Livro Didático na Escola Participante da Pesquisa</u>	51
4	- FASE DAS CONCEPÇÕES E ANÁLISE A <i>PRIORI</i> DA ENGENHARIA DIDÁTICA	55
5	- EXPERIMENTAÇÃO	61
	5.1 - A ETAPA 2: RECURSO MANIPULÁVEL	61
	5.2 -A ETAPA 3: ATIVIDADES DO CADERNO DO PROJETO REFORÇO ESCOLAR	63
6	FASE DA ANÁLISE A <i>POSTERIORI</i> E VALIDAÇÃO	74
7	- CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	80
	REFERÊNCIAS	83
	ANEXOS	85

1 INTRODUÇÃO

Na maioria dos livros didáticos, quando se aborda o conteúdo Números Naturais, mostra-se o surgimento da Matemática associado à contagem de seres ou objetos. Concomitantemente, a Geometria também surge, diante das necessidades de se resolverem questões socioeconomicopolíticas, como, por exemplo, na Antiguidade, quando as inundações do Rio Nilo deformavam as demarcações das propriedades, fazendo com que os egípcios aprimorassem técnicas para o cálculo de medidas de área. Segundo Rooney (2012), técnicas do tipo cordas serviam para demarcação de distâncias e formas.

Nos tempos atuais, a matemática escolar, no ensino público, tem como forte aliada o livro didático, sendo que os adotados passaram por um crivo avaliativo do Governo Federal, pelo documento PNLD (Programa Nacional do Livro Didático), o qual tem a função de avaliar a qualidade do material, indicar os que estão de acordo com as propostas oficiais de ensino, comprá-lo e distribuí-lo às escolas públicas.

Uma das características do livro didático, nas séries iniciais, é a sugestão de trabalho com a Geometria a partir do material concreto, resultando em uma forma geométrica, tendo em vista que, em geral, os estudantes conseguem visualizá-la, identificá-la e associá-la a um elemento do cotidiano. No entanto, a partir do segundo segmento do Ensino Fundamental, principalmente, no Ensino Médio, os alunos apresentam resistência em aprender Matemática e os resultados das avaliações são preocupantes.

Esta pesquisa surgiu dessas inquietações, sobretudo, a respeito das limitações que ocorrem durante a aprendizagem da Matemática, em particular, da Geometria, focando a Geometria Espacial, na forma de Prismas e Pirâmides. Os resultados de avaliações diagnósticas externas corroboram com nosso argumento a respeito dessas limitações.

No estado do Rio de Janeiro, onde foi realizada esta pesquisa, os estudantes realizam duas avaliações diagnósticas externas, o SAERJINHO e SAERJ, sendo uma bimestral e a outra, anual, respectivamente. Após o resultado do SAERJINHO do 1º bimestre, aplicado a estudantes da 2ª série do Ensino Médio, abordando o conteúdo geométrico Poliedros: Prismas e Pirâmides, foi constatado que eles não atingiram os objetivos propostos e, assim, surgiram questionamentos do tipo: O que era necessário fazer, para mudar essa situação? Outras atividades pedagógicas apresentariam resultados diferentes? Partindo dessas questões, surgiu, então, a pergunta central desta pesquisa:

Como o aluno constrói o conhecimento geométrico espacial, a partir de atividades pedagógicas que estimulam o pensar geometricamente, à luz da Teoria de Van Hiele?

Para responder a essa pergunta, partindo da experiência em sala de aula, dos estudos nos cursos de formação continuada, especialização, mestrado, levantou-se a seguinte hipótese: as atividades pedagógicas diferenciadas, usando material manipulável e os projetos propostos pela SEEDUC-RJ (Secretaria Estadual de Educação do Estado do Rio de Janeiro), para a melhoria no ensino, afetarão positivamente a aprendizagem do aluno.

Para a realização desta pesquisa, optou-se pela metodologia da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1988) no desenvolvimento e na estruturação, a qual é caracterizada pelas seguintes fases: análise preliminar, concepção e análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori* e validação, quando será permitido validar ou não a hipótese exposta anteriormente.

A fundamentação teórica vai ao encontro do modelo de Van Hiele para a análise das tarefas realizadas pelos alunos, um modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico em diferentes níveis, apresentados pelos alunos nas aulas de Geometria, concatenando-se com a pergunta de partida e a hipótese levantada, uma vez que o modelo de Van Hiele sugere que o professor faça intervenções pedagógicas, a fim de que os estudantes alcancem níveis de pensamento geométrico.

A presente pesquisa está organizada em seis capítulos, sendo a Introdução o primeiro deles, em que o leitor é situado sobre o assunto de que trata este trabalho.

O segundo capítulo aborda a fase preliminar da Engenharia Didática e é composto de: revisão da literatura; pressupostos que regem a engenharia como metodologia de pesquisa; detalhamento da fundamentação teórica; e, por fim, o saber matemático, o próprio tema que motivou a realização desta pesquisa.

O terceiro capítulo refere-se aos elementos fundamentais, para fazer com que ocorram as intervenções pedagógicas propostas pela pesquisa, a partir dos projetos da SEEDUC-RJ e das orientações curriculares para os professores da rede estadual de ensino. Iniciamos com o Currículo Mínimo da SEEDUC-RJ, apresentamos os conteúdos de Matemática da 2ª série do Ensino Médio, enfocando a parte de Geometria Espacial, Prismas e Pirâmide, com a utilização do material concreto, e, na sequência, há o estudo do material do Projeto Reforço Escolar. Além disso, serão relatados as avaliações diagnósticas externas – SAERJ, SAERJINHO e o IDERJ – e o livro didático, de acordo com PNLD/2012.

No quarto capítulo, apresentamos a fase das concepções e análise *a priori* da Engenharia Didática, quando são identificadas as variáveis macrodidáticas e microdidáticas;

há, ainda, a apresentação de dados sobre as tarefas sugeridas pelo livro didático, acordadas com a Matriz de Referência de Matemática do SAERJINHO, e a exposição dos primeiros resultados do SAERJINHO/2014, 1º bimestre.

O quinto capítulo apresentará as duas últimas etapas da fase de experimentação da Engenharia Didática, quando ocorrerão as intervenções pedagógicas, a saber: manipulação do material concreto manipulável na construção de prismas e pirâmides e atividades com o Caderno do Projeto Reforço Escolar. Vale ressaltar que, para cada etapa, haverá a realização de questões do SAERJINHO.

No sexto capítulo, é feito o confronto de dados entre as fases de análise *a priori* e *a posteriori*, diante dos resultados obtidos na experimentação para a validação da hipótese proposta anteriormente, concomitantemente à análise e discussão dos resultados.

Por fim, no último capítulo, considerações finais, far-se-á uma retomada de todas as fases da pesquisa, Engenharia Didática, agregadas às etapas em que ocorreram, ou não, as intervenções do professor/pesquisador, na perspectiva do modelo de níveis do pensamento geométrico de Van Hiele.

2 FASE PRELIMINAR DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Este capítulo está dividido em quatro partes. Inicialmente, apresentamos a revisão da literatura, feita a partir dos bancos de dados de dissertações e teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e de dissertações na área de Geometria, utilizando a Engenharia Didática e modelo de Van Hiele, no que se refere ao ensino de tal conteúdo, recursos e metodologias que venham a auxiliar o processo de aprendizagem do estudante; em seguida, os procedimentos metodológicos, discorrendo sobre a metodologia de pesquisa escolhida, a Engenharia Didática; na sequência, o referencial teórico adotado, o modelo de Van Hiele sobre o pensamento geométrico; e, por último, o saber a ser ensinado sobre os poliedros: prisma e pirâmides, conceitos e propriedades, a partir da visão de autores de livros didáticos.

2.1 REVISÃO DA LITERATURA

A revisão da literatura partiu de um levantamento de dados bibliográficos de trabalhos produzidos em banco de dados de dissertações e teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), no período de 2015 a 2010, além de programas de pós-graduação em Educação Matemática do país, buscando uma possível organização da produção da área de conhecimento da Geometria e da Engenharia Didática. Esse tipo de investigação, segundo Ferreira (2002), além de mapear e discutir produções acadêmicas, também faz um levantamento de tempo e espaço onde têm sido produzidos trabalhos acadêmicos na área. Ferreira (2002) ainda relata que tais pesquisas são reconhecidas pela metodologia descritiva e investigativa e propõe essa busca por trabalhos acadêmicos, pois, dessa forma, é possível informar à comunidade acadêmica as produções científicas dos programas de pós-graduação do país.

Na análise dos trabalhos encontrados, vê-se forte tendência para o ramo tecnológico – a maior parte das produções na área da Geometria e Ensino são trabalhos com *softwares*, apresentando novidades metodológicas e recurso tecnológico como auxílio de uma aprendizagem mais efetiva e desenvolvimento do pensamento geométrico. Trabalhos com material concreto são poucos, principalmente no Ensino Médio, em que parte-se do princípio de que o aluno já apresenta habilidade de abstração. Na leitura dos trabalhos, analisaremos hipóteses, objetivos, fundamentação teórica, metodologia e resultados.

Foi realizada uma busca no Banco de teses e dissertações da CAPES na parte de *busca básica*, com as palavras: material concreto; sólido geométrico; situações didáticas; engenharia didática; geometria espacial. A busca foi realizada com uma palavra e, também, com a junção de duas ou mais, e os registros encontrados foram os seguintes:

MATERIAL CONCRETO: 179 registros encontrados.

SÓLIDO GEOMÉTRICO: 02 registros encontrados.

MATERIAL CONCRETO E SÓLIDO GEOMÉTRICO: Nenhum registro encontrado.

ENGENHARIA DIDÁTICA: 86 registros encontrados.

GEOMETRIA ESPACIAL E MATERIAL CONCRETO: 02 registros encontrados.

MODELO DE VAN HIELE: 06 registros encontrados.

SAERJINHO: 01 registro encontrado.

Dentre os trabalhos encontrados, destacam-se os que estão ao encontro desta pesquisa, dentre eles, o trabalho de Maria Lucia Torelli Doria Andrade, intitulado: “Geometria Esférica: uma sequência didática para a aprendizagem de conceitos elementares no Ensino Básico”, defendido em 2011, pelo programa de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática, na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, cujas palavras-chave são: Geometria não-euclidiana e Geometria Esférica. O objetivo do trabalho foi investigar a assimilação dos conceitos básicos de Geometria Esférica, a partir de sequência didática, pelos alunos da 2ª série do Ensino Médio. A autora se baseia, para sua fundamentação teórica, na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, e na Teoria das Situações Didáticas, de Guy Brousseau. Com abordagem qualitativa, Andrade (2011) utilizou a metodologia da Engenharia Didática e, assim, partiu da seguinte questão: “Como uma sequência didática articulando diferentes registros de representações pode avaliar alunos do Ensino Médio na aprendizagem de conceitos de Geometria Esférica?”.

A autora utilizou, nas sequências didáticas, o material concreto (bola de isopor), para auxiliar as resoluções das atividades envolvendo o conceito de reta na Geometria Esférica e concluiu que a utilização desse material contribuiu para a apropriação dos conceitos. Identificamo-nos com esse trabalho quanto à fundamentação metodológica e utilização do material concreto como recurso auxiliador do ensino da Geometria com alunos da 2ª série do Ensino Médio.

Encontramos, ainda, o trabalho de Ana Paula Noro, com o título “Contribuições da Engenharia Didática para o Ensino e Aprendizagem de Poliedros.” A dissertação foi defendida em 2012, pelo programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e

Matemática, no Centro Universitário Franciscano. Apresenta as seguintes palavras-chave: Educação Matemática, Engenharia Didática e Poliedros.

Assim como o trabalho anterior, Noro (2012) propôs um trabalho com o objetivo de: “[...] analisar as possibilidades que a proposição de uma Sequência Didática fundamentada na metodologia da Engenharia Didática traz para o ensino e aprendizagem dos Poliedros”. De caráter qualitativo, a autora utilizou material concreto (bolas de isopor, palitos de churrasco e papel colorido) e manipulável na resolução das sequências didáticas com alunos da 3ª série do Ensino Médio, em uma escola pública do Rio Grande do Sul. A partir dos registros, analisou-se a contribuição desse material no estudo dos Poliedros e verificou-se que o mesmo colaborou de forma efetiva para a aprendizagem. O trabalho de Noro (2012) é muito importante para esta pesquisa, pois, entre eles, encontramos elementos afins, tais como a utilização de material concreto manipulável e a metodologia da Engenharia Didática.

O próximo trabalho intitula-se “Análise de uma proposta de ensino de geometria descritiva baseada na perspectiva histórico-cultural”, de Cecília Oliveira Boanova, defendido em 2011, pelo programa de Mestrado Acadêmico em Educação, na Universidade Federal de Pelotas. Tem como palavras-chave: Ensino, Geometria Descritiva, Aprendizagem e Escrita.

Essa dissertação enfoca a Geometria Descritiva em curso profissionalizante em *Design* de Móveis, com o objetivo de superar as habituais dificuldades de aprendizagem na disciplina, desenvolvendo o raciocínio espacial dos estudantes. A autora realizou planejamento, implementação e avaliação de uma prática de ensino voltada à construção dos conhecimentos sobre Retas, embasada na perspectiva histórico-cultural de Vygotsky. A prática de ensino utilizada por Boanova (2011) deu-se por:

- a) oferecer cursos de raciocínio para serem imitados (no sentido Vygotskyano do termo) pelos estudantes; b) partir de elementos mais simples até chegar aos mais complexos; c) usar materiais concretos e exemplos da vida diária para dar sentido aos conceitos; e d) usar a escrita para sistematizar e aprofundar a aprendizagem dos estudantes e possibilitar, à professora, o acompanhamento dessa aprendizagem. (BOANOVA, 2011, p. 7)

A avaliação foi qualitativa, a partir da coleta de dados em grupo focal, análise de documentos das provas, questionários e exercícios realizados pelos estudantes, além da observação de todo o processo, pela pesquisadora.

A autora concluiu que a utilização de material concreto internalizou os conhecimentos trabalhados e todos foram aprovados. Boanova (2011, p. 7) ainda relatou que “[...] considera-se que a prática de ensino, no formato configurado nesta pesquisa, apresenta potencial para

contribuir para a discussão que visa a melhorias nos processos de ensino e aprendizagem da GD [...]”. Essa obra corrobora o argumento realizado pela presente pesquisa, a respeito do material concreto: é um instrumento potencialmente válido no processo de aprendizagem da Geometria Espacial.

Seguindo a revisão da literatura, encontramos, dentro da área dessa pesquisa, o trabalho de título “Explorando conceitos geométricos por meio da metodologia de projetos numa turma de PROEJA”, da autora Elisangela Fouchy Shons, defendida em 2012, pelo programa de Mestrado Profissional em Ensino de Física e Matemática, do Centro Universitário Franciscano, SANTA MARIA-RS. Apresenta as seguintes palavras-chave: Ensino, Geometria Descritiva, Aprendizagem e Escrita.

A dissertação parte de uma pesquisa que utilizou a Metodologia de Projetos a partir do material concreto, para abordar conceitos geométricos. A autora parte da confecção e manipulação de embalagens em atividades com alunos do 2º ano do curso Técnico em Comércio de uma turma de PROEJA, em instituição federal no interior do Rio Grande do Sul, objetivando a compreensão de conceitos de Geometria Espacial em situações problemas.

Shons (2012) realizou uma abordagem qualitativa, utilizando a coleta de dados e testes realizados antes e após a aplicação das atividades, anotando em diário de campo e tendo, ainda, como registro, relatório de alunos, fotos e filmagem dos encontros. Quando ainda no resumo, a autora afirmou: “As observações feitas possibilitaram verificar que a utilização de materiais manipuláveis durante a realização das atividades contribuiu para a aprendizagem dos conceitos estudados e na compreensão de situações-problema.” Shons (2012) concluiu que a utilização de metodologia aplicada, utilizando o recurso concreto da confecção de embalagem, foi eficaz, uma vez que o material é de baixo custo e proporciona ao aluno uma aprendizagem mais sólida.

A dissertação de Pértile (2011) analisou a abordagem da geometria plana encontrada nos livros de Matemática, os quais, depois de aprovados, foram distribuídos pelo PNLD, em 2009. Relatou sobre a importância do livro didático, mas enfatizou a necessidade de análise da qualificação dos mesmos pelos professores. Em sua questão investigativa, a autora questionou a contribuição da abordagem da geometria plana nesses livros, fundamentando sua pesquisa com um histórico do livro didático no Brasil e do PNLD e utilizou a teoria do modelo de Van Hiele. A autora informou que, no trabalho, foram analisadas três coleções de livros didáticos mais escolhidos pelos professores e constatou que não há uma distribuição homogênea de exemplos que contribuam para que o estudante alcance os níveis da teoria de Van Hiele. Afirmou, ainda, que há poucas atividades e discrepância na quantidade de

exemplos significativos para o desenvolvimento do pensamento geométrico. A contribuição da obra de Pértile (2011) para esta pesquisa dá-se por dois itens fundamentais: a discussão sobre o livro didático, segundo o PNLD, e a teoria de Van Hiele.

A dissertação de Araújo (2012), intitulada: “O Ensino do Conceito de Área no sexto ano do Ensino Fundamental: Uma proposta didática fundamentada na Teoria de Van Hiele”, foi defendida pelo programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Alagoas. Apresenta as seguintes palavras-chave: Vigotsky; Van Hiele; Geometria; Matemática; Sequência didática. A pergunta de partida da autora originou-se a partir do questionamento de um aluno sobre a aplicação da Matemática para assoalhar um piso. Araújo (2012) buscou respostas para a seguinte indagação: “como promover uma abordagem didática do conceito de área de modo a propiciar ao estudante a solução de situações-problema do seu cotidiano?”. A pesquisa, segundo a autora, de cunho documental, bibliográfica e exploratória, foi realizada com duas turmas do sexto ano do Ensino Fundamental noturno, de uma escola pública. A metodologia utilizada foi a engenharia didática, com a coleta de dados realizada antes, durante e depois da realização do processo investigatório. As teorias que fundamentaram o trabalho de Araújo (2012) foram o Construtivismo, de Vygotsky, e a Teoria de Van Hiele. O Produto Educacional foi uma sequência didática das ações realizadas em sala de aula.

O trabalho de Araújo (2012) reforçou a escolha teórica e metodológica da presente pesquisa, diante das atividades que desenvolvem o pensamento geométrico.

Ainda em nossa pesquisa, no banco de dissertações da CAPES, buscamos trabalhos que discorressem sobre avaliação externa, especificamente, o SAERJINHO. Com essa palavra-chave, encontramos apenas o trabalho de Rosane de Barros Alves Gilson, uma dissertação apresentada em 2012, como requisito à conclusão do Mestrado Profissional em Gestão e Avaliação da Educação Pública, da Faculdade de Educação da UFJF, Universidade Federal de Juiz de Fora, cujo título é: “SAERJINHO – desafios e conquistas na busca por uma educação de qualidade para o estado do RJ”.

A autora buscou analisar o papel do gestor escolar na implementação da avaliação diagnóstica externa SAERJINHO. Gilson (2012) disse que:

Esta Dissertação busca analisar o papel do diretor escolar na implementação do SAERJINHO nas escolas da rede estadual do município de Vassouras-RJ e verificar como ele contribuiu para este processo junto aos professores, sendo a dimensão da gestão analisada neste trabalho a escolar. (GILSON, 2012, p. 6)

A autora relatou as características do SAERJINHO, justificando que a avaliação diagnóstica sinaliza quais alunos e turmas apresentam dificuldades no bimestre, permitindo ao professor ajustar seu planejamento, diante desses resultados. O trabalho foi realizado com entrevistas aplicadas a Diretores de duas escolas, professores de Língua Portuguesa e Matemática, ao IGT (Integrante do grupo de trabalho) e à Diretora Pedagógica da Diretoria Regional Pedagógica Centro Sul. Ao final de seu trabalho, que tem como palavras-chave: SAERJINHO, Gestão educacional e avaliação estadual, Gilson (2012) apresentou um Plano de Ação Educacional, com o objetivo de superar os problemas detectados. Gilson (2012) mostrou o porquê desse tipo de avaliação, dentro de uma perspectiva administrativa e pedagógica, e auxiliou nosso trabalho ao afirmar que, com o resultado do SAERJINHO, o professor pode rever seu planejamento. Em nossa pesquisa, esse instrumento de avaliação é utilizado nas três etapas, para comparar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos.

Em todas as obras analisadas, percebemos a importância da relação entre o ensino e a aprendizagem geométrica, que ocorre no cotidiano escolar.

O trabalho a seguir não foi encontrado dentro da pesquisa na *busca básica* do Capes, devido às suas palavras-chave. A pesquisa em questão se encontra em busca pelas palavras-chave do próprio trabalho: Função, Ensino Fundamental e Educação Básica. Apesar de não fazer parte da pesquisa inicial da CAPES, já conhecíamos o trabalho e consideramos utilizá-lo, por contribuir com essa investigação, quando utilizou a metodologia da Engenharia Didática. A autora Karina de Oliveira Castro, com o trabalho “Ideias e conceitos básicos de função no 7º ano do ensino fundamental: possibilidades e desafios”, defendida em 2012, pelo programa de Programa de Pós-Graduação *strictu sensu* – Mestrado em Educação Matemática – da Universidade Severino Sombra, Vassouras/RJ, buscou investigar qualitativamente as possibilidades e desafios de um trabalho com apresentação da ideia de Função a alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, em Minas Gerais. Assim como Campos (2014) e Castro (2012) realizaram a pesquisa a partir da metodologia da Engenharia Didática, a investigação ocorreu no contra-turno das aulas desses alunos, com atividades que exploravam ideias de regularidade, dependência, generalização, variável e correspondência, com aplicação de teste *a priori* e *a posteriori*. Esse trabalho permitiu à autora analisar as atividades e concluir que há benefícios em desenvolver as noções de função a partir dessa fase escolar (tais atividades compuseram o produto final).

Analisando os trabalhos selecionados, observamos que não trazem respostas completas, mas deixam o horizonte aberto para que novas pesquisas possam ser realizadas,

reiterando a pertinência desta investigação, subsidiada pelos pressupostos que fundamentam a Teoria de Van Hiele.

A seguir, apresentamos as concepções que regem a Engenharia Didática, metodologia adotada para estruturar o trabalho de um pesquisador.

2.2 METODOLOGIA DE PESQUISA: A ENGENHARIA DIDÁTICA

A Engenharia Didática é uma metodologia utilizada em pesquisas direcionadas, sobretudo, para os eventos que ocorrem na Educação; sua origem deve-se às pesquisas na área da Didática da Matemática, na França e, portanto, na Didática Francesa. Essa metodologia extrai dados da realidade, compara e valida hipóteses da investigação. Dentre as características gerais, Artigue (1988 apud MACHADO, 1999) diz que é “[...] como um esquema experimental baseado sobre ‘realidades didáticas’ em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino”. Artigue (1996 apud NORO, 2012) estabelece a seguinte relação:

[...] tal como o engenheiro, o professor necessita de um conjunto de conhecimentos teóricos, ter planejamento de todas as etapas da pesquisa, ir prevendo as possíveis dificuldades e soluções para os problemas encontrados, até a aplicação da sequência didática. (ARTIGUE 1996 apud NORO, 2012, p. 22)

Essa metodologia compara o trabalho do pesquisador ao trabalho de um engenheiro, que se sustenta em conhecimentos científicos, para a realização de seu projeto, e é constituída de quatro fases de uma pesquisa, a saber: análises preliminares, concepção e análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori* e validação, as quais serão detalhadas a seguir:

- Primeira fase: *Análise preliminar* - o momento em que o pesquisador encontra-se em contato com publicações e bibliografias relacionadas ao tema, pois é a identificação das condições e fatores de que depende a construção didática efetiva, assim como a consideração dos objetivos específicos da pesquisa. Essa fase compõe um momento mais teórico para o pesquisador e, nessa investigação, refere-se à busca pela consolidação teórica sobre pensamento geométrico, além de apresentar os pressupostos teóricos que sustentam a metodologia de pesquisa adotada.

- Segunda fase: *Concepções e análise a priori* - a finalidade dessa etapa centra em determinar as variáveis, macro e microdidáticas, que permitem observar os efeitos advindos da proposta da pesquisa sobre os participantes, descrevendo as primeiras percepções do

pesquisador sobre as variações que são decorrentes da análise dos resultados do 1º bimestre de 2014, a partir das habilidades e competências, no Campo Geométrico, da Matriz de Referência do SAERJINHO e, nesse sentido, consideram-se uma variável macrodidática os instrumentos utilizados para a análise da pesquisa, os quais são: o livro didático, a prova do SAERJINHO e o Projeto Reforço Escolar. Por outro lado, cada nível do pensamento geométrico dos alunos participantes, identificado pelo pesquisador, constitui-se uma variável microdidática.

Ainda nessa fase, a presente pesquisa foi dividida em três etapas, a saber: a primeira é aquela em que o pesquisador realizou um levantamento dos resultados do SAERJINHO, associando, para cada questão, as habilidades preconizadas na Matriz; a segunda etapa corresponde à intervenção do professor, o qual é, também, o pesquisador, com aplicação de atividades que envolvem recursos concretos e manipuláveis, para, na sequência, avaliar o desempenho dos mesmos participantes na Avaliação Diagnóstica Externa (SAERJINHO) do 2º bimestre.

Vale ressaltar que, apesar da utilização dos resultados do SAERJINHO, a presente pesquisa não tem como foco o estudo das avaliações externas e, sim, propiciar a compreensão de conceitos geométricos no estudo da Geometria Espacial. Diante disso, isenta-se de um estudo mais detalhado a respeito das avaliações, que, inclusive, podem servir como alvos para futuros trabalhos.

- Terceira fase: *Experimentação* - é o momento em que o pesquisador e o aluno têm o contato direto, ou seja, momento de se colocar em funcionamento tudo que foi organizado e construído, retificando, quando necessário, o planejamento anterior, implicando um retorno à análise *a priori*, em um processo de complementação, mas não, necessariamente, excludente. Por exemplo, nessa pesquisa, a segunda etapa da fase análise *a priori*, da intervenção do professor com as atividades de recurso concreto e manipulável, é também reconhecida nesta fase, da *experimentação*; e, na terceira etapa, houve a seleção de seis alunas, de ambas as turmas participantes das etapas anteriores, as quais realizaram atividades do Caderno do Projeto Reforço Escolar. Dessas atividades, os resultados serão analisados à luz do modelo de níveis do pensamento geométrico de Van Hiele.

- Quarta fase: *Análise a posteriori e validação* - essa é a última fase da Engenharia Didática, um momento em que o pesquisador se apoia sobre todos os dados coletados durante a experimentação, quando há o confronto entre as fases *a priori* e *a posteriori*, para a validação, ou não, da hipótese da pesquisa, a qual, retomando, é: as intervenções pedagógicas

– tanto o material concreto, quanto o Projeto proposto pela SEEDUC-RJ para a melhoria do ensino – afetarão positivamente a aprendizagem dos alunos.

A pesquisa foi realizada no segundo semestre de 2014. Os sujeitos escolhidos fazem parte de um grupo de alunos da 2ª série do Ensino Médio de uma escola pública, na cidade de Paraíba do Sul, estado do Rio de Janeiro.

Paraíba do Sul é uma cidade do interior do estado do Rio de Janeiro, situada na divisa com o Estado de Minas Gerais e caracterizada como Estância Hidromineral. Seu nome homenageia o rio que banha o município. De acordo com os dados disponibilizados pelo *site* do estado¹, a cidade possui 41.084 habitantes (Censo 2010), com uma área da Unidade Territorial de 580,525 Km². Paraíba do Sul faz limites com as cidades de: Três Rios, Areal, Comendador Levy Gasparian, Rio das Flores, Paty do Alferes, Petrópolis, Vassouras e Belmiro Braga (MG). De clima ameno, temperatura média de 20° C, Paraíba do Sul fica a 149 km de distância da capital. Em sua divisão administrativa, encontram-se 42 bairros e 4 distritos.

A escola participante desta pesquisa está situada no 4º Distrito, conhecido como Distrito Werneck, o qual atende alunos da zona rural e, também, de bairros próximos. O próximo item trata da teoria que fundamentará a pesquisa: a Teoria de Van Hiele.

2.3 O MODELO TEÓRICO DE VAN HIELE

O propósito de estudo dessa investigação incide sobre a contribuição de atividades contextualizadas na aprendizagem dos conceitos que envolvem os sólidos geométricos, com alunos da 2ª série do Ensino Médio de uma escola pública. Para compreender como os alunos aprendem os conceitos geométricos, fizemos a escolha pela Teoria do Modelo, de Van Hiele, diante dos níveis de pensamento geométrico proposto pelo casal Van Hiele, na década de 1950.

A teoria de Van Hiele é um modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico, que surgiu na década de 50, com o casal de pesquisadores holandeses, Dina Van Hiele Geoldof e Pierre Marie Van Hiele. Os Van Hiele observaram, durante suas aulas, as dificuldades de aprendizagem de seus alunos; estudaram uma didática para ensinar os conceitos de Geometria Euclidiana do Ensino Fundamental e Médio, tentando compreender as dificuldades em aprender os conteúdos de Geometria, por parte dos alunos. Esse modelo é

¹ Disponível em: <http://www.paraibadosul.rj.gov.br/cidade/dados_gerais>. Acesso em: 4 mai. 2015.

constituído pelo conceito de que o raciocínio dos alunos passa por níveis hierárquicos, os quais serão apresentados mais detalhadamente no próximo item, em que o trabalho do professor, com atividades orientadas, favorece o avanço de um nível de pensamento para outro.

2.3.1 Os Níveis do Modelo de Van Hiele

Segundo Van Hiele (1986), os níveis do pensamento geométrico podem ser classificados da seguinte forma:

- nível 1: o visual
- nível 2: o descritivo
- nível 3: o teórico
- nível 4: o lógico formal
- nível 5: a natureza das leis lógicas

O primeiro nível é denominado visualização/reconhecimento (PÉRTILE, 2011), em que os alunos são capazes de reconhecer formas geométricas por sua aparência global, sua forma, sem identificar suas partes ou propriedades; o reconhecimento das figuras se dá pelas semelhanças ou diferenças físicas. O estudante é capaz de representá-las como imagens mentais, a partir de modelos visuais e de imagens conhecidas. De acordo com Van Hiele (1986), nesse Nível da visualização, as figuras são compreendidas a partir de sua aparência, no entanto, as propriedades das formas não são abstraídas das formas manipuladas. Em tal nível, o aluno aprende o vocabulário geométrico, identifica formas específicas e reproduz figuras; como exemplo, o aluno pode dizer que um hexaedro é uma caixa quadrada, assim como diferencia pirâmide e prisma a partir da visualização, mas não reconhece e nem diferencia os sólidos por suas propriedades, como bases, arestas e vértices. Pértile (2011) ainda explica que “[...] no nível visual, o aluno reconhece as figuras pelas suas semelhanças ou diferenças físicas.” A associação das figuras, com suas propriedades e características, ocorre durante a transição para o estágio seguinte.

O segundo nível é o descritivo, marcado pelo:

[...] reconhecimento e caracterização das figuras geométricas por meio de suas propriedades. As propriedades são apreendidas experimentalmente, por meio de atividades de observação, de medição e desenhos. Os estudantes descobrem que algumas propriedades, quando combinadas, referem-se a uma classe de figuras. (VIEIRA; ALLEVATO, 2015, p. 45).

Nesse nível, o aluno ainda não é capaz de realizar inclusões de classe nas mesmas, explicando relações entre as propriedades, não faz classificações adequadas, não percebe inter-relações entre figuras e não entende definições. Começa a perceber que a figura é formada por partes; no caso do exemplo anterior, o hexaedro, o aluno começa a perceber que esse sólido possui seis faces quadrangulares (no caso do cubo) e que pode, ainda, possuir faces quadrangulares e retangulares, duas a duas (no caso do paralelepípedo). Com essas informações, o aluno é capaz de resolver problemas que envolvam as propriedades de figuras, como polígonos regulares. É importante que o aluno seja instigado com atividades de observação, medição e desenho, para a apreensão das propriedades. Nesse nível, Pértile (2011) mostra a necessidade de o professor proporcionar aos alunos atividades do tipo:

- manipulação, coloração, dobraduras e construção figuras geométricas;
- identificação de uma figura ou de uma relação geométrica, num desenho simples, num conjunto de recortes, blocos de modelos ou outros objetos classificáveis, envolvendo objetos físicos do ambiente em que encontra, ou dentro de outras configurações geométricas;
- criação de figuras, desenhando à mão livre; fazendo cópia de figuras em papel pontilhado ou quadriculado, fazendo recortes, usando geoplanos; construindo figuras com o auxílio de material concreto, como varetas, canudos, blocos;
- descrição de figuras e construções geométricas utilizando a linguagem adequada;
- trabalho com problemas que possam ser resolvidos manejando figuras, medindo e contando. (CROWLEY, 1994 apud PÉRTILE, 2011, p. 34 e 35)

Com essas informações, percebemos a importância da intervenção pedagógica, para que o estudante alcance o nível desejado do pensamento geométrico, desde que se reconheça o nível em que se encontra e o que se quer alcançar.

No terceiro nível, o teórico, segundo Vieira e Allevato (2015), os alunos são capazes de trabalhar com definições abstratas, distinguindo as condições para que um conceito seja verdade e podem até compreender algumas argumentações lógicas. Apresentam um domínio no processo dedutivo simples, a partir das relações das propriedades das figuras e reconhecimento das classes e das transformações. Os significados das deduções, nesse nível, ainda não são compreendidos como um todo, apesar de já apresentarem alguns indícios dedutivos. Acompanham demonstrações, formas, sem, no entanto, alterar a ordem lógica e nem as provas das deduções com novas formas.

Segundo os PCN (BRASIL, 2002), é necessário que, no Ensino Médio, o aluno trabalhe com um sistema dedutivo, construindo significados para os axiomas e teoremas, aplicando-os e compreendendo o valor de uma demonstração. Defendem que se trabalhe com deduções desenvolvidas a partir de algumas verdades eleitas, apresentando a Geometria de

forma axiomática. O aluno reconhece as condições necessárias e suficientes para dedução, estabelecendo a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático. Nesse nível, o estudante é capaz de trabalhar com as sentenças abstratas relativas às propriedades geométricas, além de realizar conclusões, a partir da lógica, na intuição. Esse tipo de raciocínio é esperado em um aluno do Ensino Médio que trabalha, em geral, com um sistema dedutivo geométrico completo.

No conteúdo de Prismas e Pirâmides, os alunos são capazes de mostrar a relação entre vértices, arestas e faces de poliedros, a partir de suas propriedades, utilizando a relação de Euler. Nesse nível, para Van Hiele (1999), os alunos iniciam o pensamento sobre as propriedades dos objetos geométricos e estabelecem relações entre elas, para formular definições e justificar seu raciocínio.

No quarto nível, do lógico formal, de acordo com Vieira e Allevato (2015), os estudantes examinam além das propriedades das formas. “Neste estágio o aluno analisa e compreende o processo dedutivo e as demonstrações com o processo axiomático associado” (PEREIRA; SILVA; MOTTA JR., 2005 apud VIEIRA; ALLEVATO, 2015, p. 46). Os autores ainda afirmam que os alunos sentem necessidade de um sistema estruturado lógico, que contenha postulados, teoremas, axiomas, definições, e proporcione-lhes construir as demonstrações.

No quinto nível, denominado “a natureza das leis lógicas ou rigor”, autores como Pértile (2011) defendem que o estudante é capaz de compreender a abstração geométrica não euclidiana, o significado da dedução das teorias geométricas mais complexas, realizar demonstrações, comparar sistemas, desenvolver sistemas axiomáticos e relações topológicas mais complexas.

É importante que, nesse nível, o aluno tenha consciência do sistema dedutivo da Geometria, quando os resultados, em casos particulares, devem ser estudados para uma situação geral; além disso, a validação desses resultados se dá diante dos axiomas e das demonstrações. É necessário ressaltar que, para o estudante passar pelos níveis, deve ter adquirido as competências do nível anterior. Péricles (2011) apresenta um quadro explicativo resumido, Figura 1, sobre o modelo da teoria de Van Hiele:

Figura 1 - Níveis do modelo de Van Hiele

Níveis de Aprendizagem	Características	Exemplo
Nível 0: Visualização	O aluno identifica, compara e nomeia figuras geométricas, com base em sua aparência global.	Classificação de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
Nível 1: Análise	Os componentes de uma figura geométrica são analisados, suas propriedades reconhecidas e o uso destas são utilizados para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de propriedades: quatro lados iguais, quatro ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
Nível 2: Dedução Informal	O aluno estabelece relações e implicações entre as figuras, classificando-as em relação a suas propriedades.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades mínimas: quatro lados iguais, quatro ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.
Nível 3: Dedução Formal	Domínio do processo dedutivo e de demonstrações. O aluno realiza demonstrações formais das propriedades já compreendidas e ainda descobre novas propriedades	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
Nível 4: Rigor	O aluno estabelece e compara teoremas e axiomas.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria finita.

Fonte: PÉRTILE, 2011, p. 38.

Os próprios Van Hiele (1986) falam sobre as divergências dos últimos dois níveis, 4 e 5, tendo em vista que o quinto nível não está visível no quadro elaborado por Pértile (2011), Figura 1.

Este era o final do nosso primeiro artigo sobre níveis de pensamento. Você vê que nós não tentamos descrever mais de 4 níveis. Estes níveis elevados são muito mais difíceis de discutir do que os níveis 2, 3 e 4. Entretanto, ele enfatiza que muito facilmente estes níveis são muito valorizados. É o que nós iremos fazer com eles também. Na escola nós lidamos com os níveis 2, 3 e 4. Se nossos alunos não nos compreenderem, é nestes níveis que isto ocorre e não quando falamos do 5º ou talvez nos níveis posteriores. Algumas pessoas estão, hoje, testando estudantes para ver se eles alcançaram o 5º Nível ou níveis superiores. Eu acredito que isto é somente de valor teórico. Eu acho que por anos e anos o ensino de matemática tem sido péssimo. Mas isto tem sido pela negligência com os níveis 2, 3 e 4 - os danos sobre o 5º Nível e níveis superiores já ocorreram. Assim, eu fico aborrecido quando usam meus níveis de pensamento para estabelecer a existência do 5º Nível ou de níveis superiores. Esta é uma maneira de satisfazer uma vaidade teórica pessoal, eu preferiria muito mais que começassem a fazer algo para melhorar a educação com a ajuda dos níveis de pensamento. (VAN HIELE, 1986, p. 7)

Os autores deixam clara a importância de os alunos atingirem os primeiros níveis, que são o foco do nosso trabalho, no entanto, caso se encontrem nos níveis 2 e 3, facilmente alcançarão os outros níveis, desde que realizem atividades direcionadas. Nesta pesquisa, investigaremos os primeiros níveis necessários para que o aluno do Ensino Médio seja capaz de compreender e realizar as atividades dessa modalidade de ensino.

Os níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele mostram a importância da implementação de aulas de Geometria com elaboração de tarefas investigativas, que produzam conhecimento geométrico e não apenas memorização de fórmulas. Tais tarefas apresentam aos alunos situações em que é necessária a investigação de relações, conjecturas, experimentação e estabelecimento de conclusões. Ainda segundo os autores, não basta que o professor explique as atividades para o aluno, eles devem ser desafiados a resolver questões de seu jeito. “Algumas vezes, há uma tentativa de informar os alunos do contexto por explicação, mas isto é inútil: os alunos deveriam aprender fazendo, não sendo informados por explicações” (VAN HIELE, 1986 p. 11).

Nesta pesquisa, buscamos identificar, durante as tarefas, em que estágio do desenvolvimento do pensamento geométrico encontra-se cada um dos participantes de todas as etapas da pesquisa. Sendo assim, faz-se necessário, para a compreensão da produção do conhecimento geométrico, estabelecer as características gerais do Modelo de Van Hiele, conforme será abordado no próximo item.

2.3.2 Características Gerais do Modelo de Van Hiele

O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, além de apresentar os níveis de aprendizagem, também aponta algumas características, do tipo: Sequencial, Avanço, Intrínseco e Extrínseco, Linguística e Combinação Inadequada e, segundo Pértile (2011), são assim descritas:

- a) *Sequencial*: o estudante deve prosseguir cada nível hierarquicamente. Van Hiele (1986) destaca a importância de o aluno passar, necessariamente, por todos os níveis de aprendizagem.
- b) *Avanço*: O progresso, ou não, na troca de nível, não depende da idade ou maturação biológica e, sim, de métodos de ensino e conteúdos trabalhados (VAN HIELE, 1986). Os métodos de ensino não fazem o aluno pular de nível, mas acentuam ou retardam o progresso dos estudantes.
- c) *Extrínseco e intrínseco*: Os objetos inerentes a um nível tornam-se explícitos ao estudo no nível seguinte. Um exemplo é o fato de o aluno, no primeiro nível, reconhecer a figura por sua forma e não por suas propriedades, o que só acontece no próximo nível, quando os componentes são analisados e descobertos.
- d) *Linguística*: “Cada nível tem seus próprios símbolos linguísticos e seus próprios sistemas de relações que ligam esses símbolos” (VAN HIELE, 1986, p. 246). Dessa forma, uma

relação que é “correta” em um nível pode ser modificada em outro. Como exemplo, o caso do Prisma com seis faces (hexaedro), que pode ser identificado como uma caixa, ou cubo (classe de inclusão), e é diferente da Pirâmide. No nível seguinte, o aluno já classifica o Prisma e a Pirâmide a partir de suas propriedades, conseguindo nomear os poliedros. Essa noção e a linguagem que a acompanha são fundamentais no nível 2.

- e) *Combinação Inadequada*: No processo docente e discente, eles devem raciocinar no mesmo nível; se isso não ocorrer, não há aprendizado. É necessária uma sintonia entre professor, material didático, conteúdo e vocabulário compatíveis com o nível em que se encontra o estudante, para que seja capaz de acompanhar os processos de pensamento que estão sendo empregados.

Essas cinco características apresentadas servirão, também, como embasamento teórico para análise e discussão dos resultados da pesquisa. A seguir, será apresentado o saber matemático que impulsionou a realização deste trabalho.

2.4 O SABER MATEMÁTICO: PRISMAS E PIRÂMIDES

Quando se questiona o saber matemático a ser abordado nesta investigação, encontramos planos de curso, currículo de Matemática em documentos oficiais, entre outros, que direcionam o trabalho do professor quanto ao conteúdo de cada etapa do ensino.

O documento nacional oficial são os Parâmetros Curriculares Nacionais, a partir do qual as Secretarias de Educação de municípios e estados se mobilizam para organizar o currículo relativo ao ano de escolaridade, já que “os objetivos propostos nos Parâmetros Curriculares Nacionais concretizam as intenções educativas em termos de capacidades que devem ser desenvolvidas pelos alunos ao longo da escolaridade” (BRASIL, 1997, p. 47).

No caso do estado do Rio de Janeiro, a partir dos PCN, foi elaborado o Currículo Mínimo, um documento que sugere quais saberes o aluno deve aprender, em cada disciplina, em determinado ano de escolaridade. No caso da Matemática, na 2ª série do Ensino Médio, foco desta pesquisa, a Geometria é apresentada em todo o ano letivo, nos quatro bimestres. Em relação aos Poliedros, a orientação presente no Currículo indica sua abordagem para o 1º e o 2º bimestres e, no tocante às habilidades e competências, também presentes nesse documento, a serem trabalhadas, nesta investigação, com os alunos, são:

- Relacionar diferentes poliedros, ou corpos redondos, com suas planificações.
- Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema (Relação de Euler).

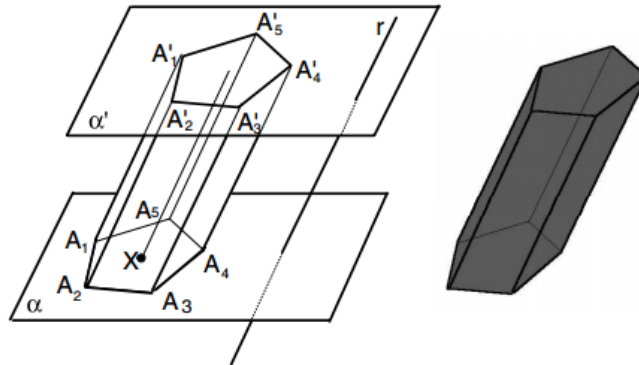
- Identificar e nomear os poliedros regulares.
- Reconhecer e nomear prismas e pirâmides.

Observam-se, na sequência de habilidades e competências, os níveis do pensamento geométrico do modelo de Van Hiele, quando o aluno será capaz de reconhecer e nomear Prismas e Pirâmides, depois que estiver no terceiro nível, e poderá trabalhar com sentenças abstratas, já tendo passado pelo primeiro nível, o da visualização, em que reconhece as formas geométricas por sua aparência global, e pelo segundo nível, que se caracteriza pela análise da figura e seus componentes, reconhecendo suas propriedades e resolvendo problemas. O terceiro nível é aquele em que pressupomos já estarem os alunos do Ensino Médio. Nos livros didáticos, encontramos demonstrações desse nível, mas, para atingirem os estudantes, necessitam de atividades concretas, contextualizadas, mobilizando o primeiro e o segundo nível do modelo de Van Hiele para, então, compreendê-las.

Fazendo uma análise de como o conteúdo “Poliedros: Prismas e Pirâmides” é apresentado aos alunos pelo material didático, constatamos que é do quarto nível do modelo de Van Hiele para o primeiro nível, o da visualização, ou seja, traça-se, aí, um caminho inverso ao proposto pelos autores. Durante a Licenciatura de Matemática, os conteúdos são apresentados dessa forma, do quarto nível desse modelo de pensamento geométrico, partindo do princípio de que o aluno, no Ensino Médio, já alcançou o terceiro nível, o da abstração. Esse material didático é conhecido por: “GEOMETRIA v.2 Módulo 2 da Fundação Cecierj/Cederj” e apresenta a seguinte definição para o Prisma, Figura 2.

Figura 2 - Definição de Prisma**Definição 1**

Sejam α e α' dois planos paralelos e r uma reta que os corta. Seja $P = A_1A_2 \dots A_n$ um polígono convexo contido em α . Por todo ponto pertencente ao polígono ou ao seu interior, trace a reta paralela a r passar por X , e seja X' o ponto em que essa reta corta o plano α' . A figura formada pela união dos segmentos XX' é chamada de prisma. Veja na **Figura 2**: o caso particular em que o polígono P é um pentágono.



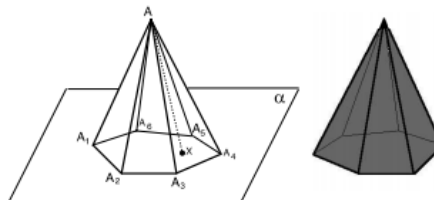
Fonte: RIO DE JANEIRO, 2007, p. 109.

Ainda na sequência dessa aula, o material didático apresenta a definição de pirâmide, **Figura 3**:

Figura 3 - Definição de Pirâmide

Continuando o nosso estudo dos principais sólidos geométricos, veremos nesta aula a definição de pirâmide, seus elementos e suas partes.

Considere um polígono convexo $P = A_1A_2 \dots A_n$ contido em um plano α , e um ponto A fora de α . Para todo ponto X pertencente a P ou ao seu interior, trace o segmento AX . A figura formada pela união dos segmentos AX é chamada de *pirâmide* (veja na **Figura 23.1** um caso particular em que P é um hexágono).

**Figura 23.1:** Pirâmide hexagonal.

O ponto A é o *vértice da pirâmide* e o polígono P , unido com o seu interior, é a *base da pirâmide*. Os segmentos AA_1, AA_2, \dots, AA_n são chamados *arestas laterais* e os triângulos $AA_1A_2, AA_2A_3, \dots, AA_nA_1$, unidos com seus interiores, são as *faces laterais*. A distância do vértice A ao plano da base é chamada *altura da pirâmide*. Se a base tem três lados, a pirâmide é chamada *triangular*; se tem quatro lados, *quadrangular*, e assim por diante. A pirâmide triangular também recebe o nome de *tetraedro*.

Fonte: RIO DE JANEIRO, 2007, p. 119.

Os objetivos dessa aula, sobre Prismas e Pirâmides, são: identificar e classificar prismas e conhecer propriedades deles. Se observarmos os objetivos dessa aula, veremos que são os mesmos das habilidades e competências do Currículo Mínimo, no entanto, a apresentação é bem diferente da de um livro didático; isso é notório, uma vez que estamos trabalhando com estudantes em nível de pensamento geométrico distintos. Vejamos como é apresentada a definição de Prismas e Pirâmides em um livro didático adotado pela escola participante da pesquisa, com os estudantes da 2ª série do Ensino Médio.

O livro didático adotado pela escola define os objetivos a partir das Matrizes de Referência para o Enem/2009. De acordo com o Manual do Professor, o objetivo relacionado a Primas e Pirâmides está relacionado às características das figuras espaciais. Esse objetivo está de acordo com o terceiro Nível do modelo de Van Hiele (vejamos como esse conteúdo é apresentado, na Figura 4).

Figura 4 - Definição de Poliedro



Fonte: DANTE, 2014, p. 183.

Apesar de o conteúdo ser apresentado no livro didático como o esperado para um estudante do Ensino Médio, sabe-se que, na prática, as atividades contextualizadas e os recursos concretos favorecem aos alunos alcançar o terceiro nível. Em geral, não apresentam habilidade de abstrair de forma eficaz e, nesse caso, cabe ao professor intervir pedagogicamente, para que isso aconteça.

A partir da observação de como o mesmo conteúdo é apresentado no material do caderno do Refoço Escolar, projeto da Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro, vale destacar que não é apresentado diretamente pela definição, mas o conceito é construído juntamente com o estudante, com as atividades sugeridas pelo material, as quais, além de contextualizadas, apresentam recursos com materiais concretos e tecnológicos.

Os objetivos descritos nesse material são semelhantes aos dos anteriores, mas a proposta de ensino é totalmente diferenciada. São pautados nas habilidades e competências do Currículo Mínimo da Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro, na Dinâmica 06, Explorando Poliedros, e apresentam como objetivo identificar e nomear poliedros regulares, partindo da seguinte habilidade: H07 - Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.

O material inicia a apresentação do conteúdo com atividades que partem do primeiro nível do modelo de Van Hiele, quando é possível visualizar os poliedros a partir de suas planificações para, então, dar continuidade ao conteúdo, desenvolvendo o pensamento geométrico. Segue um exemplo de atividade dessa dinâmica, Figura 5:

Figura 5 - Atividades de Poliedro (Projeto Reforço Escolar) (1)

TERCEIRA ETAPA

FIQUE POR DENTRO!

ATIVIDADE - É POLIEDRO OU NÃO É?

Você recebeu algumas figuras e deve verificar se as mesmas representam planificações de poliedros. Repare que as figuras possuem abas para que você consiga montá-las, quando possível.

Recorte o contorno das figuras e tente construir as figuras espaciais, de forma que as indicações das faces fiquem na parte externa.

Em seguida, responda às perguntas abaixo

1. Você conseguiu montar todas as figuras? Justifique sua resposta.

2. Observe as figuras que foram montadas. Elas possuem algo em comum?

3. Separe os poliedros em dois grupos segundo um critério adotado por você e seus colegas.

4. Separe, agora, todos poliedros que possuem algum par de faces paralelas.

5. Observe os sólidos restantes e encontre uma característica comum a todos.

Matemática

Fonte: RIO DE JANEIRO, 2013, p. 5.

Nessa atividade, espera-se que aluno vá construindo o pensamento geométrico e, nas Etapas seguintes, alcançando os novos níveis de conhecimento.

A dinâmica 07- Regulares são só esses? segue com o mesmo objetivo e habilidade da dinâmica anterior. Inicia a primeira etapa com a atividade de título: “Dando nome aos bois”. Nessa etapa, recorda os polígonos regulares e apresenta atividades para que o aluno seja capaz de nomeá-los. Na Segunda Etapa, com a atividade de título: “poli o quê? “tá falando grego?”. Os alunos deverão construir os poliedros a partir dos polígonos, identificando se são, ou não, regulares e nomeando-os, de acordo com o número de faces dos mesmos. Na terceira etapa são apresentados, então, os poliedros de Platão, atividade intitulada: “Os 5 Fabulosos”, Figura 6, e dá-se continuidade ao trabalho realizado anteriormente pelos estudantes.


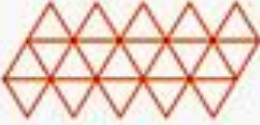


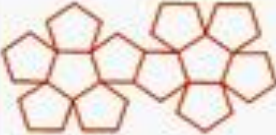


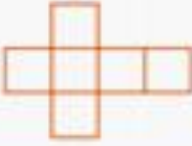




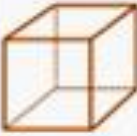


Figura 6 - Atividades de Poliedro (Projeto Reforço Escolar) (2)

TERCEIRA ETAPA
FIGUE POR DENTRO!

ATIVIDADE - OS 5 FABULOSOS

Existem cinco poliedros regulares – os cinco fabulosos. Eles são formados, utilizando apenas um mesmo tipo de polígono regular. Vamos conhecê-los!

1. Na etapa anterior, seu grupo montou "bicos" nos itens 2, 3, 4, 6 e 8. Relacione os cinco poliedros regulares, com suas respectivas planificações e seus respectivos "bicos".

POLIEDRO	PLANIFICAÇÃO	"BICOS"
 (I)	 (A)	 (I)
 (II)	 (B)	 (II)
 (III)	 (C)	 (III)
 (IV)	 (D)	 (IV)
 (V)	 (E)	 (V)

Fonte: RIO DE JANEIRO, 2013, p. 8-10.

O material continua, como visto na Figura 6, sugerindo que se identifique e nomeie Poliedros. No entanto, nesse momento, é esperado que o aluno já tenha construído o pensamento geométrico, a partir da manipulação, nas atividades anteriores. Nesse ponto, ele é capaz de abstrair, está entrando no terceiro nível do modelo de Van Hiele e é capaz de compreender a apresentação desse conteúdo, no livro didático.

No próximo capítulo, estaremos tratando da SEEDUC-Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro – sua estrutura e organização curricular e pedagógica.

3 SEEDUC-RJ - SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

A Secretaria de Estado de Educação (SEEDUC) do Estado do Rio de Janeiro é responsável pela elaboração e mobilização do Projeto do Reforço Escolar, assim como do Currículo Mínimo. Essa Secretaria também implementou as avaliações diagnósticas externas SAERJ e SAERjinho. No *site* da SEEDUC, em sua página inicial, lê-se:

A Secretaria de Estado de Educação desempenha um papel relevante no cumprimento das políticas educacionais do Governo Federal, regido pela norma maior da educação brasileira – a lei nº. 9394/96 de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Cabe à Secretaria executar a política estadual de Educação, buscando elevar o patamar de cultura da sociedade e fazendo uma escola pública democrática e de qualidade. (RIO DE JANEIRO, 2015)²

A página desse *site* ainda afirma que a missão da Secretaria é “assegurar uma educação que garanta o acesso, permanência e sucesso dos alunos dentro de sala de aula”, objetivando promover uma escola pública de qualidade, a partir de ações voltadas para o aperfeiçoamento do professor, recursos materiais, orientação pedagógica e valorização do magistério. Assim sendo, vale destacar o Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro, tal como será esboçado a seguir.

3.1 CURRÍCULO MÍNIMO DA SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

A Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro elaborou o documento denominado Currículo Mínimo, que serve de base para as escolas da rede estadual e são apresentados habilidades e competências dos conteúdos listados; além disso, a orientação aos professores é que esse documento faça parte do plano de curso e do plano de aula. O Currículo Mínimo teve como equipe de elaboração professores doutores de universidades do estado do Rio de Janeiro e colaboração de professores efetivos da rede estadual de ensino. Em sua apresentação, o documento informa sua finalidade:

[...] é orientar, de forma clara e objetiva, os itens que não podem faltar no processo de ensino-aprendizagem, em cada disciplina, ano de escolaridade e bimestre. Com isso pode-se garantir uma essência básica comum a todos e

² Disponível em: <<http://www.rj.gov.br/web/seeduc/exibeconteudo?article-id=140730>>. Acesso em: 30 mar. 2015.

que esteja alinhada com as atuais necessidades de ensino, identificadas não apenas nas legislações vigentes, Diretrizes e Parâmetros Curriculares Nacionais, mas também nas matrizes de referência dos principais exames nacionais e estaduais. Considera-se também as compreensões e tendências atuais das teorias científicas de cada área de conhecimento e da Educação e, principalmente, as condições e necessidades reais encontradas pelos professores no exercício diário de suas funções. (RIO DE JANEIRO, 2011, p. 3)

Além do Currículo Mínimo, a Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro (SEEDUC-RJ) possui uma Matriz de Referência contendo habilidades do 1º ao 3º bimestre, que devem ser desenvolvidas pelos alunos, em relação aos conteúdos do Currículo Mínimo.

No caso do Ensino Médio, a divisão curricular ocorre da seguinte forma: a 1ª série trabalha com *Funções* durante todo o ano letivo e não há nenhum conteúdo específico de Geometria, apenas visualizações geométricas de funções; a 2ª série apresenta Álgebra, Matemática Financeira e Geometria, sendo que a maior parte do conteúdo está relacionada à Geometria Espacial, com sólidos, suas propriedades e conceitos; a 3ª série é uma junção das séries anteriores, acrescentando a Geometria Analítica. O problema é que, em geral, os alunos da 2ª série não alcançam o necessário conhecimento em Geometria, dificultando a compreensão dos conteúdos na série seguinte. Por esse motivo, nosso foco é a Geometria da 2ª série do Ensino Médio e estaremos abordando os conteúdos sugeridos pelo Currículo Mínimo.

No caso do Estado do Rio de Janeiro, a 2ª série do Ensino Médio é aquela em que a Geometria tem destaque em quase metade do conteúdo anual. O Currículo Mínimo apresenta os conteúdos por divisões quanto à área de conhecimento e, no caso da Matemática, os bimestres apresentam a divisão algébrica e geométrica. O Currículo Mínimo da 2ª série do Ensino Médio da Secretaria Estadual de Educação do Estado do Rio de Janeiro prevê, conforme Figura 7, os seguintes conteúdos, para o 1º bimestre:

Figura 7 - Conteúdos de Matemática do 1º Bimestre

Campo Algébrico Simbólico	FUNÇÃO LOGARÍTMICA
Habilidades e Competências	<ul style="list-style-type: none"> - Calcular o logaritmo de um número real positivo. - Utilizar a definição de logaritmo na resolução de equações simples. - Utilizar as propriedades operatórias do logaritmo na resolução de problemas significativos. - Identificar a função logarítmica como a inversa da função exponencial. - Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica. - Resolver problemas significativos utilizando a função logarítmica.
Campo Geométrico	INTRODUÇÃO À GEOMETRIA ESPACIAL
Habilidades e Competências	<ul style="list-style-type: none"> - Compreender os conceitos primitivos da geometria espacial. - Reconhecer as posições de retas e planos no espaço. - Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações. - Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema (Relação de Euler). - Identificar e nomear os poliedros regulares.

Fonte: RIO DE JANEIRO, 2012, p. 1.

O 2º bimestre apresenta os conteúdos apresentados na Figura 8:

Figura 8 - Conteúdos de Matemática do 2º Bimestre

Campo Algébrico Simbólico	REGULARIDADES NUMÉRICAS: SEQUÊNCIAS E MATEMÁTICA FINANCEIRA
Habilidades e Competências	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar sequências numéricas e obter, quando possível, a expressão algébrica do seu termo geral. - Utilizar o conceito de sequência numérica para resolver = problemas significativos. - Diferenciar Progressão Aritmética de Progressão Geométrica. - Utilizar as fórmulas do termo geral e da soma dos termos da P.A. e da P.G. na resolução de problemas significativos. - Distinguir os juros simples dos compostos, aplicando em situações problemas. - Utilizar os conceitos de matemática financeira para resolver problemas do dia a dia.
Campo Geométrico	GEOMETRIA ESPACIAL: PRISMAS E CILINDROS
Habilidades e Competências	<ul style="list-style-type: none"> - Reconhecer e nomear prismas e cilindros. - Resolver problemas envolvendo o cálculo de áreas lateral e total de prismas e cilindros. - Resolver problemas envolvendo cálculo do volume de prismas e cilindros.

Fonte: RIO DE JANEIRO, 2012, p. 1.

No 3º bimestre, encontramos, conforme Figura 9:

Figura 9 - Conteúdos de Matemática do 3º Bimestre

Campo Algébrico Simbólico	MATRIZES E DETERMINANTES
Habilidades e Competências	- Identificar e representar os diferentes tipos de matrizes. - Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes. - Resolver problemas utilizando as operações com matrizes e a linguagem matricial. - Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 e 3 .
Campo Geométrico	GEOMETRIA ESPACIAL: PIRÂMIDES E CONES
Habilidades e Competências	- Reconhecer e nomear pirâmides e cones. - Resolver problemas envolvendo o cálculo de área lateral e área total de pirâmides e cones. - Resolver problemas envolvendo o cálculo do volume de pirâmides e cones.

Fonte: RIO DE JANEIRO, 2012, p. 2.

O Currículo Mínimo orienta para o 4º bimestre os conteúdos descritos na Figura 10:

Figura 10 - Conteúdos de Matemática do 4º Bimestre

Campo Algébrico Simbólico	SISTEMAS LINEARES
Habilidades e Competências	- Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. - Resolver problemas utilizando sistemas lineares.
Campo Geométrico	GEOMETRIA ESPACIAL: ESFERAS
Habilidades e Competências	- Compreender a definição de superfície esférica e de esfera. - Resolver problemas utilizando o cálculo da área da superfície esférica e do volume de uma esfera.

Fonte: RIO DE JANEIRO, 2012, p. 2.

O foco desta pesquisa está nos saberes encontrados no 1º bimestre do Currículo Mínimo, nos poliedros: Prismas e Pirâmides, especificamente, com os seguintes objetivos:

- Relacionar diferentes poliedros, ou corpos redondos, com suas planificações;
- Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema (Relação de Euler);
- Identificar e nomear os poliedros regulares.

A ordem em que as habilidades foram dispostas permitiu-nos observar que, no momento em que o aluno é capaz de identificar e nomear os poliedros regulares, ele já está alcançando o terceiro nível do modelo teórico de Van Hiele; o pensamento geométrico foi

construído a partir da visualização e identificação das partes, propriedades, para, então, poder distinguir Prismas e Pirâmides.

A seguir, continuaremos com as avaliações diagnósticas externas do SAERJ e SAERJINHO, identificando em que as mesmas atrapalham ou colaboram com o processo de aprendizagem e o planejamento de professores e escolas da rede pública estadual.

3.2 AS AVALIAÇÕES EXTERNAS SAERJ E SAERJINHO

A avaliação é sempre um instrumento de discussão entre profissionais e pesquisadores, na área de Educação. Vivemos um momento em que, devido à tecnologia, tudo acontece muito rápido, os professores, em geral, organizam sua avaliação de acordo com a aula e os sistemas educacionais também têm buscado resultados, criando avaliações externas que direcionem suas políticas de ação pedagógica. Gilson (2012) realizou uma dissertação sobre esses instrumentos de avaliação e o papel do gestor escolar na implementação do SAERJ e SAERJINHO. Gilson (2012) informa que, na década de 90, foi introduzida uma avaliação externa no Brasil, o SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica).

O principal objetivo era coletar informações para a formulação de políticas públicas que fossem direcionadas à equidade e qualidade da Educação. Estado e municípios passaram, portanto, a serem avaliados e seu desempenho, divulgado. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação, Lei nº 9394/96, fixou a obrigatoriedade da avaliação no sistema educacional, nos diferentes níveis. Assim, estado e municípios começaram a se mobilizar para resolver problemas apontados pelo IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica). Gilson (2012) ainda relatou, em sua dissertação, que “[...] o IDEB apresenta as metas que estados e municípios precisam cumprir até o ano de 2021 e revela, a cada dois anos, a situação educacional do país, de cada estado, dos municípios e das escolas avaliadas.” (GILSON, 2012, p. 11)

No nosso caso de estudo, o Estado do Rio de Janeiro, na avaliação de 2010, ficou em 26º lugar, comparado aos outros estados brasileiros e foram, então, implementadas mudanças na rede estadual de ensino, como a introdução do SAERJINHO, em 2011, para acompanhar o desempenho dos alunos bimestralmente, preparando-os para o SAERJ, no final do ano letivo. Gilson (2012) falou sobre essas avaliações:

O SAERJINHO integra o sistema de avaliação externa do estado do Rio de Janeiro chamado de SAERJ. O SAERJ é composto de dois programas de avaliação: a avaliação externa aplicada anualmente, sempre ao final do ano

letivo (SAERJ) e a avaliação diagnóstica do desempenho escolar, aplicada ao final de cada bimestre (SAERJINHO). (GILSON, 2012, p. 11)

O SAERJINHO, portanto, é uma avaliação externa, diagnóstica e bimestral, que objetiva analisar as dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos estudantes e saná-las, até a realização do SAERJ, anual, cujo resultado implica no IDEB. O site do Governo do Estado do Rio de Janeiro apresenta, em sua página sobre a Educação, informações sobre o IDERJ, SAERJ e SAERJINHO:

O Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado do Rio de Janeiro (IDERJ) é produto de dois indicadores: Indicador de Desempenho (ID) e Indicador de Fluxo (IF). Muito similar ao Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), de interesse nacional, o IDERJ traduz duas realidades, fluxo e desempenho, em um número de 0 a 10. Anualmente, alunos concluintes do Ensino Fundamental e Ensino Médio são submetidos ao Sistema de Avaliação do Estado do Rio de Janeiro (SAERJ), uma avaliação de proficiência em Língua Portuguesa e Matemática. Os resultados desta avaliação dão origem a Indicadores de Desempenho (ID) para as escolas. O Indicador de Fluxo (IF) é calculado através das taxas de aprovação divulgadas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Assim, o estado do Rio de Janeiro estabeleceu um índice educacional próprio com vistas a subsidiar ações pedagógicas e acompanhar a evolução da qualidade da educação da rede de ensino estadual do Rio de Janeiro. (RIO DE JANEIRO, 2015)³

Para os sistemas de ensino, um resultado de avaliação externa é de suma importância pra traçar as políticas públicas e, portanto, os investimentos que serão destinados. Tentar “antecipar” esse resultado foi a maneira que a SEEDUC encontrou para alcançar seus objetivos de melhoria ao IDEB. Assim, parte-se do pressuposto que, com o resultado do SAERJINHO, o professor terá condições de realizar intervenções pedagógicas para melhorar o desempenho dos estudantes, assim também, o próprio sistema de ensino. Ainda no *site* da SEEDUC, encontramos informação sobre o SAERJ:

Instituído pela Secretaria do Estado do Rio de Janeiro, o programa tem como finalidade monitorar o padrão de qualidade do ensino e colaborar com a melhora da qualidade da educação. Os resultados de avaliações em larga escala como o SAERJ apresentam informações importantes para o planejamento de medidas em todos os níveis do sistema de ensino e funcionam como subsídio para ações destinadas a garantir o direito do estudante a uma educação de qualidade. (RIO DE JANEIRO, 2015)⁴

³ Disponível em: <<http://www.rj.gov.br/web/seeduc/exibeconteudo?article-id=140730>>. Acesso em: 30 mar. 2015.

⁴ Disponível em: <<http://www.rj.gov.br/web/seeduc/exibeconteudo?article-id=140730>>. Acesso em: 30 mar. 2015.

O Sistema de Avaliação da Educação do Estado do Rio de Janeiro (SAERJ) tem como objetivo analisar o desempenho dos estudantes da escola pública do Rio de Janeiro. O SAERJ existe desde 2008 e a avaliação diagnóstica é anual e relativa às disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental, 9º ano do Ensino Fundamental, 3ª série do Ensino Médio, além das fases equivalentes à Educação de Jovens e Adultos (EJA), do 4º ano do Ensino Normal e é feita, também, pelos concluintes do Programa Autonomia. No ano de 2015, iniciou-se a aplicação dessa avaliação a alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Dessa forma, o SAERJ se caracteriza por ser uma avaliação externa, diagnóstica do desempenho escolar, buscando soluções para as dificuldades educacionais e, por consequência, melhoria do IDEB.

O SAERJINHO, por sua vez, é um complemento do SAERJ, uma vez que é aplicado bimestralmente, nas disciplinas de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História e Geografia, para os alunos do 5º, 6º e 9º ano do Ensino Fundamental. Os alunos do Ensino Médio, Ensino Médio Integrado e Curso Normal realizam a avaliação com as disciplinas de Língua Portuguesa, Matemática, Química, Física, Biologia, História e Geografia. Essas avaliações acontecem em dois dias. No primeiro dia, são as disciplinas de Português e Matemática e, em seguida, as demais disciplinas. As avaliações são formuladas de acordo com a Matriz de Referência do SAERJINHO, tal como veremos a seguir.

Esta pesquisa utilizou questões do SAERJINHO sobre o conteúdo Poliedros: Prismas e Pirâmides, para avaliar o desenvolvimento do conhecimento geométrico dos alunos, pois, além de estarem de acordo com o Currículo Mínimo, apresentam questões ligadas ao cotidiano dos alunos. As Figuras 11 e 12 apresentam a Matriz de Referência do SAERJINHO, na disciplina de Matemática da 2ª série do Ensino Médio.

Figura 11 – Matriz de Referência de MATEMÁTICA – SAERJINHO 2º ANO ENSINO MÉDIO

MATRIZ DE REFERÊNCIA DE MATEMÁTICA - SAERJINHO		2º ANO ENSINO MÉDIO			
Habilidade		Classes	B1	B2	B3
H32	Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2 ou 3.	C1 - Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 2. C2 - Calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem 3.			X
H33	Efetuar cálculos envolvendo as operações com matrizes.	Dadas as matrizes $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ e $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ com $i, j \in \{1, 2, 3\}$, sendo A e B matrizes de mesma ordem: C1 - Efetuar a soma das matrizes A e B; C2 - Efetuar a subtração das matrizes A e B; C3 - Efetuar a multiplicação da matriz A por um número real K. C4 - Calcular a matriz $C = A \cdot B$ do tipo $m \times p$, dadas as matrizes $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ e $B = [b_{jk}]_{n \times p}$ com $i, j, k \in \{1, 2, 3\}$.			X
H34	Efetuar operações utilizando as propriedades operatórias do logaritmo.	C1 - Efetuar operações utilizando o produto de logaritmos; C2 - Efetuar operações utilizando o quociente de logaritmos; C3 - Efetuar operações utilizando a potência de logaritmos; C4 - Efetuar operações utilizando a raiz de um logaritmo; C5 - Efetuar operações utilizando a mudança de base de logaritmos.	X		
H41	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números (padrões).	C1 - Identificar uma expressão algébrica observada em uma sequência de números. C2 - Identificar uma expressão algébrica observada em uma sequência de objetos que seguem um padrão.	X	X	
H54	Resolver problemas envolvendo juros simples ou compostos.	C1 - Calcular os juros em uma situação-problema apresentada no regime de juros simples. C2 - Calcular a taxa em uma situação-problema apresentada no regime de juros simples. C3 - Calcular o período, dado em dias, meses ou anos, em uma situação-problema apresentada no regime de juros simples. C4 - Calcular o montante em uma situação-problema apresentada no regime de juros simples. C5 - Calcular o capital em uma situação-problema apresentada no regime de juros simples. C6 - Calcular os juros em uma situação-problema apresentada no regime de juros compostos. C7 - Calcular a taxa em uma situação-problema apresentada no regime de juros compostos. C8 - Calcular o período, dado em dias, meses ou anos, em uma situação-problema apresentada no regime de juros compostos. C9 - Calcular o montante em uma situação-problema apresentada no regime de juros compostos. C10 - Calcular o capital em uma situação-problema apresentada no regime de juros compostos.		X	X
H55	Resolver problemas envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral e/ou a soma dos termos.	C1 - Resolver problemas que envolvam o cálculo do termo de uma P.A. C2 - Resolver problemas que envolvam o cálculo da soma dos termos de uma P.A. C3 - Resolver problemas que envolvam o cálculo do termo de uma P.G. C4 - Resolver problemas que envolvam o cálculo da soma dos termos de uma P.G.		X	X

Figura 12 – Matriz de Referência de MATEMÁTICA – SAERJINHO 2º ANO ENSINO MÉDIO

Habilidade		Classes	B1	B2	B3
H58	Resolver problemas envolvendo a função exponencial.	(***) (****)	X		
H59	Resolver problemas envolvendo a função logarítmica.	(***)	X		
H63	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.	C1 - Identificar a representação algébrica de uma função exponencial, dado o gráfico dessa função; C2 - Identificar a representação gráfica de uma função exponencial, dada a representação algébrica dessa função.	X		
H64	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica.	C1 - Identificar a representação algébrica de uma função logarítmica, dado o gráfico dessa função; C2 - Identificar a representação gráfica de uma função logarítmica, dada a representação algébrica dessa função.	X		
H65	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.	C1 - Identificar a representação algébrica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial; C2 - Identificar a representação gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial. (***)	X		
H68	Resolver problemas que envolva porcentagem.	C1 - Resolver problemas contextualizados que recaiam no cálculo da porcentagem. C2 - Resolver problemas contextualizados que recaiam na determinação do valor percentual de acréscimo ou desconto de um produto, inclusive quando há acréscimos ou descontos sucessivos.		X	X

Fonte: RIO DE JANEIRO, 2012, p. 8.

As habilidades e competências requeridas nessa avaliação estão de acordo com o Currículo Mínimo e, portanto, os alunos são capazes de alcançá-las, sobretudo quando eles mesmos desenvolvem essas habilidades por meio da construção de conceitos que, nesse aspecto, no caso da Geometria, retornam à teoria do modelo de Van Hiele, sobre o pensamento geométrico, que é potencialmente validado pela intervenção pedagógica. Com as atividades da avaliação do SAERJINHO, é possível analisar o que o estudante já desenvolveu, em relação ao pensamento geométrico.

Dando sequência, apresentaremos o Projeto da Seeduc – Programa Reforço Escolar, que fará parte da etapa 3 da Experimentação deste trabalho.

3.3 O PROGRAMA DO REFORÇO ESCOLAR

Criado pela Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro, no ano de 2012, o Projeto do Reforço Escolar visa à melhoria da qualidade do ensino na rede estadual. O Manual do Reforço Escolar (2015) ainda descreve que o projeto “é uma ferramenta de

inserção social que oportuniza a recuperação de aprendizagem, priorizando ações qualitativas na educação com foco no letramento em Leitura e Escrita e Letramento Matemático”. A responsável pelo desenvolvimento do material didático é a Fundação CECIERJ, e é composto por Dinâmicas de Língua Portuguesa e Matemática. Além do material didático de apoio ao professor e o do aluno, a Fundação CECIERJ realiza as formações de capacitação do professor Dinamizador, que acontecem bimestralmente, objetivando instrumentalizá-lo no uso das Dinâmicas e metodologias do Projeto.

O material didático foi desenvolvido, especificamente, para o projeto Reforço Escolar; nele encontram-se as dinâmicas que são elaboradas para um período de duas aulas, com duração de 50 minutos cada, nas disciplinas de Português e Matemática, para os quatro bimestres do ano letivo. O conteúdo é determinado a partir das habilidades, que foram, ou não, desenvolvidas no resultado das avaliações externas diagnósticas da Secretaria Estadual de Educação do Estado do Rio de Janeiro, o SAERJINHO, bimestralmente, e o SAERJ, anual, referente ao 9º ano do Ensino Fundamental e às 1ª, 2ª e 3ª séries do Ensino Médio (dessas, apenas o 9º ano e a 3ª série realizam o SAERJ). As dinâmicas do Reforço Escolar seguem a organização do Currículo Mínimo, dessa forma, durante as aulas do Reforço Escolar, os alunos são “reforçados” no mesmo conteúdo que está sendo trabalhado em sala de aula.

A equipe responsável pela elaboração do material é composta por professores da Educação Básica e das universidades e são bolsistas da Fundação Cecierj.

Todo o material objetiva que os conteúdos sejam apresentados ao estudante de forma dinâmica e inovadora, despertando seu interesse. É impresso e distribuído às escolas que participam do projeto, em duas versões: um para o professor e, outro, para o aluno. O material do professor apresenta, é claro, as mesmas atividades do material do aluno e, ainda, orientações pedagógicas e recursos concretos específicos e materiais complementares de apoio à prática nas aulas.

Além desse material impresso, o professor participa de formações presenciais, bimestrais, com carga horária de 8 horas, em sábado já determinado no cronograma, nas Escolas Polos das Regionais da Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro. A presença do professor dinamizador, aquele que aplica as dinâmicas aos alunos, é obrigatória. Nessas formações são apresentados os conteúdos, a metodologia e os recursos que serão utilizados nas aulas. No ano de 2015, o projeto tomou forma de Formação Continuada e os professores participantes que foram frequentes na Formação Presencial e no Ambiente Virtual de Aprendizagem do Projeto terão um Certificado. Esse Ambiente Virtual de Aprendizagem é conhecido pelos professores como AVA; nele, depois de cadastrados, os docentes recebem

login e senha e participam das discussões nos fóruns, relatam como foi a aplicação da dinâmica, na forma de um relatório, como se fosse um diário de bordo. O objetivo é que haja troca de experiências, que os professores relatem suas experiências locais, dificuldades, sugestões, a fim de que todos possam se favorecer pedagogicamente. No manual do Projeto do Reforço Escolar, encontramos os critérios para a participação do professor dinamizador:

Assistir e participar da Formação Presencial: 8 horas de capacitação que acontecem aos sábados. Participar da Formação a distância Semanal: 4 horas de atividades no ambiente virtual, distribuídas ao longo da semana. (RIO DE JANEIRO, 2015 p. 12)

Os professores dinamizadores recebem uma gratificação, denominada GEEP, de acordo com o número de turmas (no ano de 2015, foi estabelecido que o professor deve atender a, no mínimo, duas). O GEEP também é remunerado por formação bimestral ao professor dinamizador que participar da atividade.

Esse Projeto apresenta materiais diferenciados, exercícios que colaboram com a construção do pensamento matemático e geométrico, o foco deste trabalho, mas também oferece oportunidade aos professores por uma formação continuada, orientando quanto aos conteúdos, metodologias e recursos. Todas as dinâmicas apresentam comentários pedagógicos no material do professor, direcionando a prática, mostrando as possíveis respostas dos alunos e os possíveis erros, também, assim como mecanismos para superá-los. As dinâmicas possuem etapas, que vão construindo o conceito do objeto de estudo e aumentando a dificuldade na execução das tarefas, e apresentam, ainda, uma etapa denominada *QUIZ*: em geral, há uma questão de SAERJINHO de anos anteriores, relativa ao conteúdo trabalhado na dinâmica. O material do professor, além da resposta, aponta os possíveis *distratores*⁵, questões em que o aluno pode se confundir, e mostra as possíveis causas do “erro”, sinalizando para o professor o tipo de intervenção pedagógica que deve ser realizada.

O Produto Educacional desta pesquisa será uma vídeo-aula de 40 minutos, contendo o tema abordado neste estudo.

O próximo item é uma reflexão sobre o Livro Didático, como é feita sua escolha e qual é utilizado na escola participante da pesquisa.

⁵ “São denominadas *distratores* as alternativas de resposta que não estão corretas, mas que devem ser plausíveis, referindo-se a raciocínios possíveis dos estudantes. Assim, o distrator pode revelar uma competência que não foi adquirida pelo estudante e mostrar o caminho que o professor deve seguir, para sanar essa dificuldade.” Disponível em: <<http://www.portalavaliacao.caedufjf.net/pagina-exemplo/item/>>. Acesso em: 29 mai. 2015.

3.4 O LIVRO DIDÁTICO

O livro didático é um dos recursos mais acessível para o professor da rede pública. O documento oficial que corrobora a adoção desse material está no Guia de Livros Didáticos do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio - PNLEM, “implantado em 2004, pela Resolução nº 38 do FNDE, o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) prevê a universalização de livros didáticos para os alunos do ensino médio público de todo o país.”⁶

O Ensino Médio é um momento importante na vida do estudante, que está se preparando para dar continuidade aos estudos, ou mesmo para atuar na vida profissional. Pensando nesse jovem, esta investigação buscou materiais pedagógicos que pudessem auxiliar o processo de assimilação dos conceitos geométricos em questão. Por isso, a escolha do livro didático também é uma das preocupações, no que diz respeito à qualidade necessária para suprir os saberes básicos com qualidade. A avaliação de um livro didático deve ser estruturada a partir dos objetivos claros e analisados na instituição escolar, a fim de que ele atenda à realidade local.

Vejamos as orientações do PNLN, quanto à escolha do Livro Didático a seguir.

3.4.1 A Escolha do Livro Didático

Para a escolha de um livro didático, no Ensino Médio, o professor deve ter em mente as especificidades dos educandos e da etapa de ensino. Em geral, os alunos dessa modalidade escolar encontram-se entre 15 e 18 anos, em fase de transição entre a infância e a idade adulta; além disso, essa fase caracteriza-se pelo período intermediário entre a escola e a universidade, ou mesmo, entre a escola e o mercado de trabalho. Interessante notar que o Programa Nacional do Livro Didático (BRASIL, 2010) aponta algumas características do Ensino Médio, que devem ser levadas em conta no momento da escolha das obras didáticas que acompanharão os alunos por três anos, as quais são:

- Contemplar atividades integradoras de iniciação científica e no campo artístico-cultural;

⁶ Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/index.php?Itemid=582&id=12371&option=com_content&view=article>. Acesso em: 31 abr. 2015.

- Incorporar, como princípio educativo, a metodologia da problematização como instrumento de incentivo à pesquisa, a curiosidade pelo inusitado e o desenvolvimento do espírito inventivo, nas práticas didáticas;
- Promover a aprendizagem criativa como processo de sistematização dos conhecimentos elaborados;
- Promover a valorização da leitura em todos os campos do saber, desenvolvendo a capacidade de letramento dos alunos;
- Fomentar o comportamento ético, como ponto de partida para o reconhecimento dos deveres e direitos da cidadania praticando um humanismo contemporâneo, pelo reconhecimento, respeito e acolhimento da identidade do outro e pela incorporação da solidariedade;
- Articular teoria e prática, vinculando o trabalho intelectual com atividades práticas experimentais;
- Utilizar novas mídias e tecnologias educacionais, como processo de dinamização dos ambientes de aprendizagem;
- Estimular a capacidade de aprender do aluno, desenvolvendo o autodidatismo e autonomia dos estudantes;
- Promover atividades sociais que estimulem o convívio humano e interativo do mundo dos jovens;
- Promover a integração com o mundo do trabalho por meio de estágios direcionados para os estudantes do ensino médio;
- Organizar os tempos e os espaços com ações efetivas de interdisciplinaridade e contextualização dos conhecimentos;
- Garantir o acompanhamento da vida escolar dos estudantes, desde o diagnóstico preliminar, acompanhamento do desempenho e integração com a família;
- Ofertar atividades complementares e de reforço da aprendizagem, como meio para elevação das bases para que o aluno tenha sucesso em seus estudos;
- Ofertar atividades de estudo com utilização de novas tecnologias de comunicação;
- Avaliação da aprendizagem como processo formativo e permanente de reconhecimento de saberes, competências, habilidades e atitudes.

Essas orientações referem-se ao que temos vivenciado e pesquisado, a partir da importância de o estudante construir o seu próprio aprendizado, de ter acesso a recursos e materiais pedagógicos, meios tecnológicos que auxiliem a construção do conhecimento, enfim, deve-se cercar o estudante de todo material disponível para aprender (no caso desta pesquisa, o conhecimento geométrico). O modelo teórico de Van Hiele afirma que o aluno muda de nível não pela maturação da idade, mas, sim, pelas atividades que realiza, com objetivo específico. Assim, é de extrema importância a análise e a avaliação de um material, tal como de um livro didático, o qual permanecerá por três anos na vida escolar do aluno.

Diante das orientações do PNLD (Programa Nacional do Livro Didático), buscamos informações de como ocorre a escolha do livro didático na escola participante, mais especificamente, o livro utilizado pelas turmas 2002 e 2003, participantes da pesquisa, e como aborda os conteúdos relativos a Prismas e Pirâmides, como veremos a seguir.

3.4.2 O Livro Didático na Escola Participante da Pesquisa

A escola participante da pesquisa seguiu as orientações do PNLEM (2012), na escolha de seus livros didáticos. Como são utilizados por três anos, procura-se manter a mesma obra, por disciplina, em todas as séries do Ensino Médio. Para que essa escolha seja efetivada, é muito importante a participação de todos os professores das disciplinas, os quais se organizam e marcam um encontro por área. Antes desse momento, os livros ficam à disposição, na sala dos professores, a fim de que façam uma avaliação inicial e, depois, uma análise e avaliação em grupo. Em geral, os professores trocam os livros, entre si, de acordo com os autores, para poderem conhecer todos que foram recomendados pelo PNLEM, antes da escolha. No dia da reunião por área, cada professor apresenta seu posicionamento sobre cada obra. Nessa escolha, os professores, no caso da Matemática, analisam a estrutura do livro: parte gráfica, teoria, atividades, exercícios e o conteúdo, de acordo com o Currículo Mínimo.

Contudo, a questão dos conteúdos não é muito simples, pelo fato de que os livros didáticos têm como base os documentos oficiais do Governo Federal, como as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio - PCNEM e, em geral, há diferença temporal em relação ao Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro. Talvez esse fato não seja o mais grave, pois o próprio professor poderá se ajustar diante do livro didático, com a simples troca de capítulos. A restrição acontece de uma obra para outra, no caso, como exemplo, se o Currículo Mínimo recomenda o trabalho com Progressão Aritmética na 2ª série do Ensino Médio, e o livro didático apresenta tal conteúdo na 1ª série.

Algumas perguntas, presentes no PNLD (BRASIL, 2012), também direcionam essa escolha; são elas:

- A seleção dos conteúdos é adequada?
- A sequência com que são apresentados obedece à progressão da aprendizagem planejada por sua escola?
- O conjunto dos conteúdos, assim como o tratamento didático dado a eles, é adequado para o seu aluno e está de acordo com o currículo?
- A linguagem é clara e precisa?
- O texto das explicações é acessível para os alunos?
- As atividades se preocupam em ajudar o aluno a entender o texto das lições?
- O livro do professor contribui o suficiente para um melhor uso do material? (BRASIL, 2012, p. 14-15)

Após análise dessas questões, registra-se, em ata, que os professores escolheram três opções e justificaram-se. Esse registro é encaminhado à Coordenadora Pedagógica. Conforme a Resolução 60/2009, do Conselho Deliberativo do FNDE, apenas será atendida pelo PNLD as escolas cuja rede de ensino aderiu formalmente ao Programa. A escolha é feita pela *internet* e, para acessar o *site* do FNDE, a escola precisa receber uma carta “amarela”, contendo a senha e o *login*. A escola nomeia um representante para cadastrar seus dados no sistema e registrar sua escolha; no caso da escola participante da pesquisa, essa responsabilidade ficou a cargo da Coordenadora Pedagógica, quem registrou a escolha dos professores pelas obras didáticas. No ano seguinte, os livros chegaram, para serem usados por três anos, portanto, orienta-se aos alunos que preservem o mesmo, para utilização de outro estudante, no ano seguinte.

Nem sempre a primeira escolha do livro didático é a que a escola recebe, por isso é importante que as outras opções estejam dentro das propostas. De maneira geral, os autores, em Matemática, têm buscado questões mais contextualizadas, proporcionando mais aplicação aos conceitos matemáticos.

O livro que a escola está utilizando no ano de 2015, em Matemática, no Ensino Médio, é *Contexto e Aplicações*, do autor Luiz Roberto Dante. Esse livro foi distribuído para todo o Ensino Médio, pelos professores da área, e apresenta os seguintes conteúdos, na 2ª série:

- Unidade 1- TRIGONOMETRIA
- Unidade 2- MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES
- Unidade 3- GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL
- Unidade 4- ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE

Em comum com o Currículo Mínimo, o livro apresenta apenas os conteúdos sugeridos nas Unidades 2 e 3, no entanto, isso também era uma realidade nos livros de outros autores, uma vez que a disposição dos conteúdos não está de acordo com o Currículo Mínimo da SEEDUC-RJ, mas, sim, com o Currículo Nacional. Ainda assim, há boas atividades que podem ser trabalhadas em parceria com outros recursos didáticos.

No livro didático utilizado na escola, na Unidade 3 do Currículo Mínimo, que é o objeto de estudo desta pesquisa, o capítulo 9 apresenta Poliedros: Prismas e Pirâmides. Neste livro, o capítulo é iniciado apresentando as formas dos poliedros, identificando-os como convexo e não convexo, seguindo com a relação de Euler, apresentando as propriedades dos cinco poliedros regulares e, então, define-se Prisma e Pirâmide. Posteriormente, segue com cálculos de área e volume.

No item 4 do capítulo 9, são apresentadas a construção e a definição de Prisma, com um pouco de rigor matemático, e seria compreensível se os alunos estivessem no Nível 3 do modelo de Van Hiele. Apesar de ser esperado isso dos alunos do Ensino Médio, a realidade tem mostrado que eles necessitam de interferência pedagógica, para alcançarem esse Nível, apesar de o livro em questão ser um bom material.

Em geral, é interessante que o professor proporcione aos alunos atividades de construção concreta e contextualizada, de atividades que desenvolvam o pensamento geométrico. Após a definição de Prisma, o livro segue com um caso particular de paralelepípedo e de prismas retos, além da área da superfície de um prisma. Na sequência, os exercícios priorizam cálculos de áreas, não apresentando questões de construção do conceito de Prismas.

O item 8 do mesmo capítulo apresenta a construção e a definição de Pirâmide da mesma maneira que foi a do Prisma, começando pela Pirâmide regular e, depois, um caso particular de tetraedro regular e área de superfície. Assim como no item sobre Prisma, os exercícios que prosseguem têm um texto explicativo e são direcionados ao cálculo de área da Pirâmide; não há atividades que desenvolvam a construção do conceito, parte-se do princípio de que o aluno já o compreendeu no texto explicativo. A explicação do texto, seguida dos exercícios, seria válida se os alunos estivessem nesse nível de pensamento geométrico; são atividades possíveis de serem trabalhadas, mas, após os alunos construírem o conceito, identificaram as propriedades dos poliedros, diferenciando-os, para, então, partirem para os cálculos. O item anterior ao do Prisma, item 3, trabalha com Poliedros Regulares sem identificá-los quanto a Prismas ou Pirâmides, apenas identificando os cinco Poliedros

Regulares convexos e realizando cálculos de número de vértices, arestas e faces, com a utilização da Relação de Euler.

O livro ainda apresenta sugestões para os professores trabalharem as atividades sugeridas no Manual do Professor. A questão levantada aqui não é apenas a qualidade desse material, mas também o bom uso do mesmo. Observamos que o livro está de acordo com o que se espera de um aluno do Ensino Médio, no entanto, o professor precisa adaptar a sua realidade em sala de aula; se seu aluno não está nesse nível, são necessárias atividades que o auxiliem a chegar ao patamar desejado. No caso deste estudo, a pesquisadora, que também é professora da turma participante da pesquisa, vive a realidade de que seus alunos necessitam de interferências pedagógicas, para alcançarem o terceiro nível do modelo de Van Hiele e, assim, prosseguirem construindo o pensamento geométrico.

Na sequência, dar-se-á continuidade às fases da metodologia escolhida, a Engenharia Didática, com a fase das concepções e análise *a priori*.

4 FASE DAS CONCEPÇÕES E ANÁLISE *A PRIORI* DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Nesta fase, são feitas considerações sobre a análise dos conteúdos contemplados, do ensino e seus efeitos, dos alunos (concepções, dificuldades, obstáculos), de como ocorrerá a realização didática. Será estruturada ao redor do saber matemático de Poliedros: Prismas e Pirâmides, análise do ensino atual, do conhecimento construído pelos alunos, durante as aulas convencionais.

O objetivo principal desta pesquisa foi identificar e analisar a mobilização do pensamento e o desenvolvimento do conhecimento geométrico de alunos da 2ª série do Ensino Médio (das turmas 2002 e 2003), de um colégio estadual na cidade de Paraíba do Sul (RJ), envolvidos em um grupo de estudos voltado para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

A pesquisa também teve como meta construir, a partir do estudo, um Produto Educacional que foi uma vídeo-aula de 30 minutos, contendo o tema abordado neste estudo.

Essa proposta de ensino de Geometria visa a auxiliar, como recurso metodológico, o desenvolvimento do conhecimento geométrico. Buscando atingir os objetivos, percorremos as seguintes ações: investigar o conhecimento geométrico dos alunos do grupo de estudo e apresentar as atividades que mobilizem esse conhecimento.

Para a aplicação das atividades, os responsáveis foram informados, juntamente com a equipe pedagógica da escola (incluindo os alunos), do objetivo da pesquisa, e os mesmos ficaram à vontade para participar, ou não, da atividade, conforme consta no projeto inicial, aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa, Anexo 1. A fase da Experimentação seguiu por três etapas, sendo que a etapa 1 pertence, também, à fase da Análise *a priori*, da Engenharia Didática. As duas etapas seguintes serão descritas posteriormente.

Essa etapa 1 contou com uma aula teórica convencional, utilizando o livro didático adotado na escola e exercícios relativos ao conteúdo em questão, a Geometria Espacial. Depois, os alunos realizaram a avaliação diagnóstica SAERJINHO, obtendo um baixo aproveitamento nesse conteúdo. Isso trouxe preocupação e incentivou a procura por outras estratégias de ensino. Usado para levantar dados estatísticos para a Secretaria de Educação, as avaliações externas também sinalizam ao professor as dificuldades encontradas pelos alunos. Pedagogicamente, a importância dessas avaliações ocorre quando há uma análise do professor e ocorre uma mudança em sua prática, no modo como ensina, de forma a sanar tais dificuldades dos alunos.

O SAERJINHO do 1º bimestre de 2014, nas turmas 2002 e 2003 (2ª série do Ensino Médio), na Geometria, avaliou as habilidades H4, H7 e H8, Quadro 1, obtendo resultado não satisfatório em relação ao objetivo de o aluno atingir um mínimo de 50% nas questões. O conteúdo relativo a essas questões havia sido trabalhado com exercícios do livro didático adotado na escola e pode-se perceber que não foram suficientes para que os alunos desenvolvessem o pensamento geométrico.

Quadro 1 – Habilidades do SAERJINHO 1º bimestre para o campo geométrico

H04	Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros ou esferas por meio de suas principais características.
H07	Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações.
H08	Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressas em um problema.

Fonte: RIO DE JANEIRO, 2012, p. 6.

No livro didático adotado, não há atividades que desenvolvam a habilidade H04, Quadro 1; o autor inicia o conteúdo partindo do princípio de que o aluno do Ensino Médio já possui esse nível de conhecimento geométrico. Para a habilidade H07, encontramos uma apresentação de planificações de poliedros, como mostra a Figura 13:

Figura 13 - H07 Poliedros

Examine estes desenhos:

Tetraedro: 4 faces triangulares equiláteras e 3 arestas que concorrem em cada vértice.

Octaedro: 8 faces triangulares equiláteras e 4 arestas que concorrem em cada vértice.

Icosaedro: 20 faces triangulares equiláteras e 5 arestas que concorrem em cada vértice.

Cubo: 6 faces quadradas e 3 arestas que concorrem em cada vértice.

Dodecaedro: 12 faces pentagonais regulares congruentes e 3 arestas que concorrem em cada vértice.

Exercício

9. Copie e complete a tabela com os nomes, o número de faces, de vértices e de arestas dos poliedros convexos regulares. Coloque também a forma das faces e verifique em cada um a relação de Euler.

Poliedros regulares	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas	Forma das faces	Relação de Euler
tetraedro	4	4	6	triangular	$4 - 6 + 4 = 2$

Fonte: DANTE, 2014, p. 189.

Após as planificações, seguiu uma atividade para identificar números de vértices, arestas e faces, verificando a Relação de Euler, Figura 13, a qual está direcionada à H08. Essa habilidade, H08, conta com outras atividades, Figura 14.

Figura 14 - H08 - Vértices, Faces e / ou Arestas de Poliedros

Exercícios

- Em um poliedro convexo, o número de vértices é 5 e o de arestas é 10. Qual é o número de faces?
- Em um poliedro convexo de 20 arestas, o número de faces é igual ao número de vértices. Quantas faces tem esse poliedro?
- Um poliedro convexo apresenta 1 face hexagonal e 6 faces triangulares. Quantos vértices tem esse poliedro?
- Como dito anteriormente, uma bola de futebol pode ser representada por um poliedro formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, todas com lados congruentes entre si. Sabe-se que, para costurar essas faces lado a lado, formando a superfície da bola, usa-se 20 cm de linha em cada aresta do poliedro.

Qual é o comprimento total de linha que será gasta para costurar toda a bola, em m?

- Qual é o número de faces de um poliedro convexo de 20 vértices tal que em cada vértice concorrem 5 arestas?
- Determine o número de vértices de um poliedro convexo que tem 3 faces triangulares, 1 face quadrangular, 1 face pentagonal e 2 faces hexagonais.

Fonte: DANTE, p. 187.

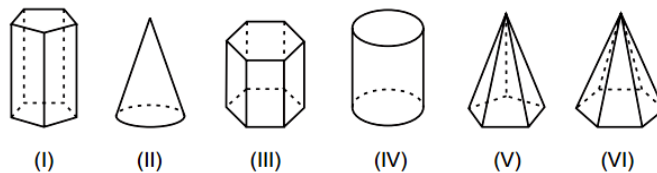
No modelo da teoria de Van Hiele, o aluno deveria estar no nível 3, ou seja, na habilidade em teorizar os objetos, para realizar tais atividades. Muitas vezes essas questões, durante as aulas, são realizadas e corrigidas, mas pode acontecer de o professor não perceber

as dificuldades dos alunos e seguir adiante. No momento da avaliação, essas dificuldades são visíveis e é necessária uma intervenção pedagógica, a fim de que o aluno compreenda o que foi estudado. Podemos, ainda, afirmar que o livro didático está em consonância com o que o Currículo Mínimo orienta, no entanto, a realidade dos alunos da pesquisa não era essa, os alunos ainda precisavam desenvolver o pensamento geométrico para realizá-las e, portanto, o resultado foi insatisfatório nesse SAERJINHO.

Seguem as atividades avaliadas no SAERJINHO, Figura 15, para H07, bem como os resultados das turmas 2002 e 2003, para cada questão que trata sobre relacionar diferentes poliedros, ou corpos redondos:

Figura 15 - Questão 14

Observe os sólidos geométricos desenhados abaixo.



Dentre esses sólidos estão representados um corpo redondo, que possui duas bases, e um poliedro, que possui uma base e 5 faces laterais ligadas a um único vértice.

Esses sólidos estão representados, respectivamente, pelos desenhos

- A) I e V.
- B) II e III.
- C) II e VI.
- D) IV e I.
- E) IV e V.

Fonte: RIO DE JANEIRO, 2014 - Caderno C1101, p. 6.

Essa questão, 14, Figura 15, foi uma das que avaliou a habilidade H07, cuja média de desempenho dentre as quatro questões dessa habilidade, Anexo 2, ocorreu de forma não similar entre as duas turmas, sendo que a turma 2002 obteve 57,69% de acertos e a turma 2003, 38,64%. Essas questões exigiram apenas o nível 1 de Van Hiele (identificação dos sólidos); a partir da visualização, nota-se que, apesar de não ser de todo um resultado insatisfatório, a turma 2003 ficou aquém do esperado para uma atividade de tamanha simplicidade.

A Figura 16 apresenta a questão 49 do Caderno C1101 do SAERJINHO de 2014 e requer a habilidade H04, a qual indica para o reconhecimento dos sólidos a partir de suas características. Essa habilidade está associada ao nível 2 do modelo teórico de Van Hiele, em que, após a visualização, o aluno sabe descrever o fenômeno.

Figura 16 - Questão 49

Um sólido geométrico regular possui duas bases e seis faces laterais retangulares. Esse sólido geométrico é

- A) um cilindro circular reto.
- B) um prisma heptagonal.
- C) um prisma hexagonal.
- D) uma pirâmide heptagonal.
- E) uma pirâmide hexagonal.

Fonte: RIO DE JANEIRO, 2014 - Caderno 1101, p. 19.

Os resultados das turmas 2002 e 2003 foram, respectivamente, 49.04% e 45.45% da média de acertos das questões que envolvem H04, Anexo 2, um resultado bastante similar entre as duas turmas.

Na Figura 17, apresentamos uma das três questões, Anexo 2, que envolve a H08, que é identificar a relação entre os elementos de um poliedro, em particular, a Relação de Euler.

Figura 17 - Questão 41

Um poliedro convexo é formado por 8 faces hexagonais, 6 faces quadrangulares e 24 vértices. Qual é o número de arestas desse poliedro?

- A) 14
- B) 36
- C) 38
- D) 44
- E) 72

Fonte: RIO DE JANEIRO, 2014 - Caderno 1101, p. 16.

O resultado dessa habilidade foi 28.21% para a turma 2002 e 45.45% para a turma 2003. Esse resultado constitui a média do desempenho dessa habilidade, dentre as três questões. Percebemos, nesse caso, que a turma 2002 não correspondeu ao esperado, isto é, o nível 3 de Van Hiele não foi contemplado, ou seja, a habilidade da abstração ficou comprometida.

Conforme explicitado anteriormente, esta investigação se concentrará nos estudos dos três primeiros níveis de Van Hiele, pois, para os alunos do Ensino Médio, percebe-se que é o mínimo exigido pelo Currículo.

Essa primeira avaliação diagnóstica nos mostra que os alunos estão em momentos diferentes de pensamento geométrico e que há muito que se fazer, para que alcancem os próximos níveis do modelo de Van Hiele. O menor resultado foi em H08, então, nessas atividades, o aluno necessita estar passando do nível 2 para o nível 3, identificando as propriedades dos poliedros, como indicou os percentuais apresentados.

Esses resultados são preocupantes, uma vez que, apesar de o conteúdo ter sido trabalhado conforme orientação do livro didático, foi na etapa 1 da fase da Experimentação da Engenharia Didática, pois o livro didático é uma das variáveis macrodidáticas, na concepção dessa metodologia, assim como o Currículo Mínimo, o SAERJINHO e o Reforço Escolar; tal como preconiza Artigue (1988 apud MACHADO, 1999), o professor não tem como intervir na dinâmica desses materiais pedagógicos, que variam de acordo com os momentos da pesquisa. Diante disso, vale retomar a questão da pesquisa: *Como o aluno constrói o conhecimento geométrico espacial, a partir de atividades pedagógicas que estimulam o pensar geometricamente, à luz da Teoria de Van Hiele?*

No esforço para responder a essa questão, após essa etapa, que corresponde à análise *a priori* da Engenharia, mas que está inserida na fase da Experimentação, optamos por realizar atividades pedagógicas, com uma metodologia diferenciada e recurso manipulável, buscando um resultado (desempenho dos alunos) diferente do 1º bimestre. Na sequência, partimos da hipótese de que as atividades pedagógicas diferenciadas, tanto com o uso do material manipulável, quanto dos projetos propostos pela SEEDUC-RJ para a melhoria no ensino, afetarão positivamente a aprendizagem do aluno, conforme descrita na Introdução.

A seguir, como terceira fase da Engenharia Didática, apresentaremos a Experimentação, com atividades que buscam desenvolver o conhecimento geométrico do aluno, em prol da aprendizagem.

5 EXPERIMENTAÇÃO

Nesta fase da Engenharia Didática, estaremos realizando as duas etapas restantes da pesquisa. A etapa 2 será também com os alunos das turmas 2002 e 2003, que realizaram o SAERJINHO do primeiro bimestre. Consiste em utilizar recurso manipulável para a construção de Poliedros: Prisms e Pirâmides, de forma que o aluno desenvolva o conhecimento geométrico e, ao resolver questões que envolvam as habilidades H04 e H08, que seja bem sucedido. No segundo bimestre, as Habilidades e Competências da Matriz de Referência de Matemática avaliadas no SAERJINHO, Quadro 2, são:

Quadro 2 - Habilidades do Campo Geométrico 2º bimestre

H04	Reconhecer prismas, pirâmides, cones, cilindros ou esferas por meio de suas principais características
H08	Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema
H24	Resolver problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera)
H25	Resolver problemas envolvendo noções de volume

Fonte: RIO DE JANEIRO, 2012, p.06

O foco desta pesquisa são as habilidades H04, H07 e H08, relativas ao primeiro bimestre e daremos continuidade à experimentação com atividades ligadas a essas habilidades da Matriz de Referência de Matemática do SAERJINHO. Vale dizer que as habilidades H07, H024 e H025 não serão abordadas nesta pesquisa, sendo que a H07 não é exigida no 2º bimestre e as outras, não são focos desta investigação. A seguir, estaremos apresentando as etapas 2 e 3 da Experimentação.

5.1 A ETAPA 2: RECURSO MANIPULÁVEL

Na etapa 2, aconteceu a aplicação de atividades com a utilização de recurso manipulável. O objetivo era que o aluno construísse não só os Poliedros, mas, principalmente, construísse o conhecimento geométrico. A necessidade de inserir o material manipulável nas práticas didáticas ficou clara com o resultado do SAERJINHO do 1º bimestre. As questões

que exigiam a habilidade H08 estavam comprometidas e, portanto, o trabalho com esse tipo de recurso seria uma opção bastante apropriada. Em geral, espera-se que o aluno do Ensino Médio já esteja em nível apropriado para desenvolver o conhecimento em Geometria Espacial, no entanto, na realidade desta pesquisa, os alunos precisam de atenção do professor, de utilização de materiais diferenciados, e o recurso concreto corrobora com este objetivo.

Essa atividade pedagógica partiu do princípio que a utilização do recurso manipulável auxiliaria o aprendizado dos conceitos que dizem respeito a Prismas e Pirâmides. Para a realização dessa atividade há vários tipos de materiais e, assim, optamos pela bala de goma colorida e do palito de dente, no sentido de inserir, também, uma abordagem mais lúdica, como motivação ao aluno, mostrando que a Matemática pode ser divertida e “doce”. O título desse trabalho realizado em sala de aula foi *DOCE MATEMÁTICA*, que se tornou parte da pasta, com atividades pedagógicas, da coordenação da escola, conhecida como *BOAS PRÁTICAS*.

Essa atividade chamou atenção dos alunos que não faziam parte das turmas, o interesse era geral por ser algo diferente do que estavam acostumados a fazer nas aulas de Matemática. A escola proporcionou o material, balas de goma colorida e palitos de dente, e foi solicitado aos alunos que realizassem pesquisa sobre os tipos de Poliedros: Prismas e Pirâmides e que trouxessem figuras para a construção dos mesmos. Os alunos foram divididos em grupos, escolhidos por eles, e fizeram a montagem inicial dos Poliedros solicitados pelo professor, conforme a chamada da Figura 18:

Figura 18 - Temas para construção de Poliedros

TETRAEDRO REGULAR

CUBO

OCTAEDRO REGULAR

PIRÂMIDE DE BASE PENTAGONAL

PRISMA DE BASE HEXAGONAL

Fonte: Dados da Pesquisa

O professor solicitou aos alunos que realizassem a contagem dos vértices, arestas e faces de cada Poliedro construído. Foi explicada aos alunos que a bala de goma era apenas

uma representação do vértice e que não se poderia dizer matematicamente que era o vértice, mas esse artifício era apenas para auxiliá-los na visualização dos Poliedros e compreender, de forma concreta, quais as características e formação desses sólidos geométricos. Na Figura 19, têm-se as imagens dessa intervenção.

Figura 19 - Etapa 2 da Experimentação



Fonte: Dados da pesquisa

Esta atividade, Figura 19, foi muito interessante pelo fato de envolver os alunos com os conceitos geométricos de forma nada convencional, ou seja, ao invés da aula expositiva, eles construíram os sólidos reconhecendo as características específicas de cada um deles. Os alunos ficaram descontraídos e, no final, chegaram a comentar que se essa intervenção tivesse acontecido antes do SAERJINHO do 1º bimestre, o resultado dessa avaliação, pudesse, talvez, ter sido melhor.

5.2 A ETAPA 3: ATIVIDADES DO CADERNO DO PROJETO REFORÇO ESCOLAR

Nesta etapa, foram selecionadas seis alunas, que também foram participantes das etapas 1 e 2, para a realização das atividades. Buscaram-se alunas com resultados diferentes nas questões avaliadas anteriormente, as quais foram convidadas e aceitaram participar da

pesquisa. Com esse número menor de participantes, seria possível analisar, por um viés mais qualitativo, o desenvolvimento do conhecimento geométrico na habilidade H08, e se alcançariam o nível 3 do modelo geométrico de Van Hiele.

A aplicação das atividades do material do Caderno do Projeto Reforço Escolar acontecia quinzenalmente; as alunas realizavam as atividades em grupo, discutiam as questões e auxiliavam as colegas com mais dificuldades.

Esse material faz parte de um projeto implementado nas escolas do estado do Rio de Janeiro, o qual visa a sanar as dificuldades que os alunos encontram, quando estão em sala de aula, auxiliando aqueles que têm a aprendizagem comprometida (eles são encaminhados para o Projeto, que acontece no contraturno, semanalmente). No caso da pesquisa, os encontros eram quinzenais e buscamos questões que estivessem de acordo com o modelo de Van Hiele, condizentes com os níveis do pensamento geométrico, em particular, no desenvolvimento da habilidade H08.

As atividades realizadas faziam parte da DINÂMICA 7-1º Bimestre-2ª série do E. M. Utilizamos os seguintes nomes fictícios, para preservar a identidade das participantes na análise e observações individuais: Marylda, Sheila, Danielle, Rose, Michele e Adriana. Cada DINÂMICA desse material é dividida em ETAPAS e, para que não haja confusão com as etapas da Experimentação, utilizaremos letra maiúscula, ao descrevê-las.

Na primeira ETAPA do Caderno do Projeto Reforço Escolar, no item 1, as alunas apresentaram dificuldades em traçar o trapézio e o paralelogramo, por não se lembrarem das características e propriedades desses polígonos (fato compreensível, uma vez que os poliedros foram trabalhados sem relação eles). Foi necessário que o professor informasse as características de alguns polígonos. Percebeu-se que, mesmo tendo realizado atividades em séries anteriores, as alunas ainda não conheciam as principais propriedades. Comentamos, ainda, sobre as propriedades dos quadriláteros – quadrado e retângulo –, diante da questão em que se devia traçar o retângulo (que não fosse quadrado), e dos seguintes tipos de trapézio: reto, isósceles e escaleno. Observamos que as alunas já se encontravam no nível 1 do modelo do pensamento geométrico de Van Hiele (visualização), portanto, não houve grandes dificuldades na realização das tarefas.

As atividades eram feitas sem que pudessem recorrer a qualquer figura ou sólido geométrico (precisavam recorrer, a todo tempo, a informações das questões anteriores, de forma abstrata, e à explicação do professor); em nenhum momento, o professor fez desenhos para representar os polígonos, apenas informava suas características e propriedades e elas conseguiam realizar as atividades.

No item 2, sobre a classificação dos polígonos, observamos, que no item (a), as alunas escreveram RETÂNGULO, desconsiderando a informação de que o mesmo precisa ter quatro ângulos retos. Com a intervenção do professor, chegaram à conclusão de que seria o PARALELOGRAMO. Observamos que as alunas compreendiam o desenho e não as propriedades, já haviam passado pelo nível 1. Para essa compreensão, as alunas necessitavam de estar no nível 2, descritivo. Nessa questão do item (b), o professor precisou ressaltar que a propriedade do polígono solicitado seriam dois lados paralelos, os outros dois poderiam, ou não, ser paralelos, e as alunas imediatamente identificaram o TRAPÉZIO. Percebemos que elas iniciaram o desenvolvimento do nível 3 do pensamento geométrico da Teoria de Van Hiele, teórico. As atividades exigiam mais delas, cada vez que avançavam, compreendendo e resolvendo, o que ficou claro na questão (f), quando afirmaram que a explicação anterior, sobre as propriedades de quadrados e retângulos, foi imprescindível para responder corretamente que era o RETÂNGULO.

A aluna Marylda afirmou que quando o professor lê a questão, mesmo sem explicar, pela entonação da voz, ela compreende melhor. De fato, vale ressaltar que o professor pesquisador já trabalha nessa turma há três anos e, possivelmente, esse entrosamento facilite a aprendizagem.

Na segunda ETAPA, as atividades deveriam ser feitas com a utilização do recurso manipulável. As alunas foram informadas de que deveriam abstrair, lembrando-se da atividade que realizaram com a bala de goma colorida e tentar responder as questões. Assim, não foram divididas em grupos, como sugerido pela atividade, e iniciaram essa ETAPA respondendo a atividade 2.

Na atividade 3, o professor informou que as alunas iriam responder a partir da abstração dos seguintes poliedros: PIRÂMIDE QUADRANGULAR, TETRAEDRO e PIRÂMIDE PENTAGONAL. Todas as vezes em que alguma aluna apresentava dificuldade, Marylda fazia o movimento com as mãos, como se estivesse montando com o recurso manipulável (palito de dente e bala de goma), e as outras alunas compreendiam. Durante as aulas, elas não conseguiram realizar a atividade com o sólido TETRAEDRO sem a imagem do mesmo. O professor informou que seria uma pirâmide triangular e, com essa informação, elas conseguiram realizar a atividade.

Danielle apresentou uma pequena dificuldade na abstração desse poliedro e Marylda lhe disse que a base seria um triângulo, conduzindo Danielle, imediatamente, à compreensão de que as faces também eram triângulos. As alunas questionaram a diferença entre TETRAEDRO (pirâmide de base triangular) e prisma de base triangular. Foi necessário que a

pesquisadora entrevistasse, fazendo movimento com a mão, lembrando que os sólidos foram construídos com a bala de goma. Diante disso, as alunas utilizaram esse artifício, para dar sequência às atividades. Observamos que, para alcançar o próximo nível do pensamento geométrico, as alunas utilizavam as informações do nível anterior, ainda na habilidade 04.

A conclusão das alunas, sobre o item 4, foi rápida: identificaram que a quantidade de arestas que incidiam sobre o vértice era a mesma da base.

Na atividade da terceira ETAPA, as alunas tinham que calcular vértices, arestas e faces dos seguintes poliedros: HEXAEDRO (cubo e paralelepípedo), PIRÂMIDE QUADRANGULAR, PRISMA DE BASE TRIANGULAR, TETRAEDRO. A aluna Marylda disse que iria, novamente, utilizar as informações da atividade com recurso concreto. Ao indagarmos as alunas sobre como iriam resolver essa questão, obtivemos as seguintes respostas: Rose disse: “Não consigo visualizar nada, não consigo pensar através do recurso concreto, estou boiando aqui.” Sheila afirmou que começou com o desenho dos poliedros e logo se lembrou da fórmula da Relação de Euler, utilizando-a. Marylda disse que pensou no recurso concreto manipulável, desenhou-o e usou a fórmula: “Professora, pensei em tudo.” Michele pensou no recurso concreto e em desenho, e fez; quando as colegas comentaram da Relação de Euler, começou a utilizá-la, também. Sheila disse que abstraiu o cubo e o paralelepípedo e que, com os que não conseguiu, ela usou fórmula e desenhos. Danielle “num primeiro momento eu abstraí, depois fiz uma conexão com a bala de goma e a fórmula”.

As alunas afirmaram que a realização da atividade 2 ficou fácil, depois de realizarem a atividade 1 dessa ETAPA. Agora, “é só juntar as informações”, disse Marylda. Os erros obtidos foram algébricos, efetuando adições, e isso foi motivo de brincadeira entre as meninas. Elas comentaram que os erros em questões simples foram por falta de atenção.

Na atividade 3, as alunas constataram que a soma de vértices e faces é igual ao número de arestas, mais dois (perceberam a Relação de Euler). Interessante que as alunas quiseram responder essa questão de maneira algébrica, influenciadas pelas anotações que o professor realizava, durante todo o processo.

A questão 4 foi “óbvia”, na fala das alunas, e, de fato, ocorreu muito rápido o reconhecimento da Relação de Euler, depois das atividades realizadas.

Na quarta ETAPA do material, as alunas realizaram uma atividade que fazia parte de uma questão do SAERJINHO 2011, quando o aluno precisaria ter desenvolvido a habilidade H08, a qual, dentro do modelo do pensamento geométrico de Van Hiele, encontrar-se-ia no nível 3. A pesquisadora informou às alunas participantes que tal atividade seria individual e que, em nenhum momento, seria seletiva ou classificatória, mas serviria para a análise da

pesquisa. Informou, ainda, que, além de resolverem marcando a questão correta, as alunas deveriam descrever os mecanismos mentais que utilizaram.

Todas as alunas acertaram a questão, no entanto, a maneira como realizaram foi distinta, como já era esperado, uma vez que se encontravam, anteriormente, em níveis diferentes do pensamento geométrico, conforme modelo de Van Hiele. Permitiu-se o uso de tudo que foi construído anteriormente, com o material disponível. Observamos que a aluna Danielle movimentava as mãos, construindo o sólido, para responder a questão; Adriana era a mais agitada, não conseguia se concentrar; Marylda foi a primeira a terminar, com muita tranquilidade; Rose foi a segunda, disse não ter segurança no que escreveu mas, sim, nos cálculos; elas ficaram comentando as respostas e comparando as ideias individuais.

As alunas estavam motivadas e envolvidas com as atividades. O desenvolvimento das questões está descrito a seguir:

- ✚ A aluna Marylda resolveu o desafio utilizando a Relação de Euler, sem algum tipo de desenho. Ela fez riscos no poliedro, contabilizando os vértices e as faces, e registrou isso na atividade. Essa aluna, em todas as atividades da experimentação, sempre apresentou rendimento melhor, tanto que orientava as colegas, fazia observações que contribuíam para a resolução das outras questões e demonstrava muita habilidade em resolvê-las. Certamente, ela já se encontrava no nível 3 de Van Hiele, uma vez que, em suas observações anteriores, já afirmava abstrair, não sentia a necessidade de realizar desenhos. O acerto nos deu o retorno de que a habilidade H08 foi alcançada, mas a forma como ela resolveu mostrou-nos o nível 3 do pensamento geométrico (em que se encontrava).


Figura 20 - Aluna Marylda

QUARTA ETAPA
QUIZ

Marylda

QUESTÃO - SAERJINHO 2011
QUESTÃO 24 DO CADERNO C1201.

Observe o desenho de um sólido geométrico obtido após ser efetuado um corte em um paralelepípedo. A alternativa que indica o número de vértices "V", de faces "F" e de arestas "A" desse sólido é:



$V = 10$
 $F = 7$
 $V + F = A + 2$
 $10 + 7 = A + 2$
 $17 = A + 2$
 $A = 15$

a. $V = 4, F = 9$ e $A = 12$
 b. $V = 9, F = 4$ e $A = 12$
 c. $V = 10, F = 7$ e $A = 15$
 d. $V = 10, F = 15$ e $A = 7$
 e. $V = 15, F = 7$ e $A = 10$

Foi possível utilizar a fórmula $(V + F = A + 2)$ após a observação e contagem do número de vértices e faces, e assim chegar a alternativa correta.

Fonte: Dados da pesquisa.

- ✚ A aluna Sheila também utilizou a Relação de Euler. Ela afirmou que o desenho do sólido auxiliou na identificação das faces e dos vértices e realizou um procedimento mental parecido com o de Marylda, porém mais extenso; ela também se encontrava no nível 3 do modelo geométrico de Van Hiele e conseguiu desenvolver a habilidade H08. Pudemos observar que, embora estivessem no mesmo nível, as alunas tiveram percepções diferentes, deixando clara a importância de compreendermos, enquanto professores, essas particularidades de cada um.


Figura 21 - Aluna Sheila

QUARTA ETAPA
QUIZ

Sheila

QUESTÃO - SAERJINHO 2011
QUESTÃO 24 DO CADERNO C1201.

Observe o desenho de um sólido geométrico obtido após ser efetuado um corte em um paralelepípedo. A alternativa que indica o número de vértices "V", de faces "F" e de arestas "A" desse sólido é:



a. $V=4, F=9$ e $A=12$
 b. $V=9, F=4$ e $A=12$
 c. $V=10, F=7$ e $A=15$
 d. $V=10, F=15$ e $A=7$
 e. $V=15, F=7$ e $A=10$

$V=10$
 $F=7$
 $A=15$
 $V+F=A+2$
 $10+7=A+2$
 $17=A+2$
 $A=15$

Com a ajuda do desenho, foi fácil identificar as faces e os vértices. Com a identificação das faces e dos vértices, é só usar a fórmula " $V+F=A+2$ ", encontrando as arestas.

Fonte: Dados da pesquisa.

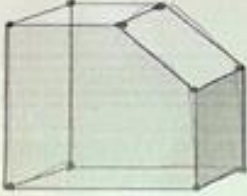
- ✚ Danielle, outra participante da pesquisa, teve uma percepção diferente das colegas. Ela afirmou que “abstraiu as faces”, levando-nos a verificar que, na verdade, ela já compreendia uma figura tridimensional e, apenas com o desenho, já era capaz de visualizar mentalmente a outra parte do Poliedro. A aluna não realizou a Relação de Euler, para a resolução, e disse que contou os vértices e as arestas. Mesmo não tendo utilizado a fórmula, o fato de compreender e identificar as partes do sólido, e chegar à resposta correta, permitiram acreditar que ela também atingiu o nível 3 e desenvolveu a habilidade H08.

Figura 22 - Aluna Danielle

Quiz

QUESTÃO - SAERJINHO 2011
QUESTÃO 24 DO CADERNO C1201. **Danielle**

Observe o desenho de um sólido geométrico obtido após ser efetuado um corte em um paralelepípedo. A alternativa que indica o número de vértices "V", de faces "F" e de arestas "A" desse sólido é:



$F = 7$
 $V = 10$
 $A = 15$

$V = 4, F = 9 \text{ e } A = 12$
 $V = 9, F = 4 \text{ e } A = 12$
 $V = 10, F = 7 \text{ e } A = 15$
 $V = 10, F = 15 \text{ e } A = 7$
 $V = 15, F = 7 \text{ e } A = 10$

*A face da figura se abstrai
A vértice de mesma contê na fi-
gura.
E a aresta se também contê na
figura.*

Fonte: Dados da pesquisa.

- ✚ A aluna Rose sempre foi a mais calada nos encontros, entretanto, quando se posicionava sobre alguma questão, era com segurança, sempre muito atenta; iniciou os encontros com certa dificuldade nos conceitos. Rose, assim como as anteriores, acertou a questão, ela disse que visualizou a expressão com que fosse possível comprovar os cálculos realizados ($V + F = A + 2$). Interessante é que ela utilizou todos os recursos que as outras participantes. Ela precisou compreender o poliedro, identificar suas partes e, ainda, buscar a Relação de Euler, chamada por ela de “expressão”, para confirmar “a conta que havia feito”. Um pensamento diferente, um ritmo também diferente, mas que, com a atividade pedagógica diferenciada, permitiu à aluna desenvolver a habilidade H08 e alcançar o nível 3.


Figura 23 - Aluna Rose

QUARTA ETAPA
QUIZ

Rose

QUESTÃO • SAERJINHO 2011
QUESTÃO 24 DO CADERNO C1201.

Observe o desenho de um sólido geométrico obtido após ser efetuado um corte em um paralelepípedo. A alternativa que indica o número de vértices "V", de faces "F" e de arestas "A" desse sólido é:



a. $V=4, F=9$ e $A=12$
b. $V=9, F=4$ e $A=12$
 c. $V=10, F=7$ e $A=15$
d. $V=10, F=15$ e $A=7$
e. $V=15, F=7$ e $A=10$

$V+F=A+2$
 $10+7=15+2$

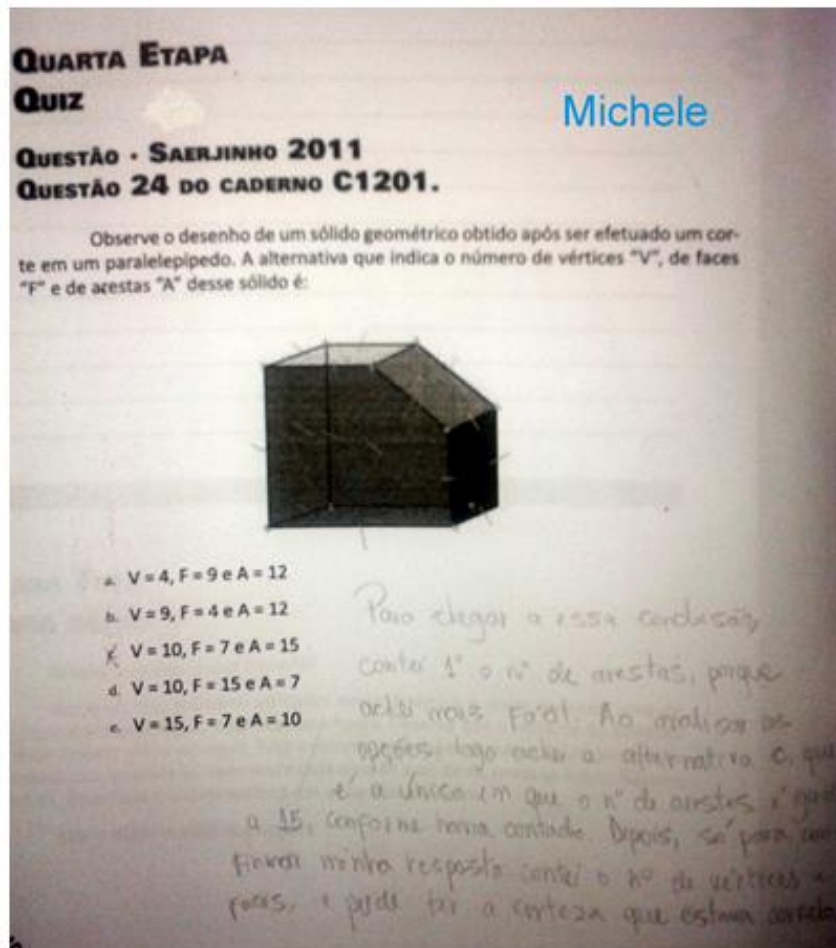
Visualizei a expressão que fosse possível compará-la com a outra ($V+F=A+2$), tendo usado uma comparação com a letra C.

Fonte: Dados da pesquisa.

- ✚ A participante Michele era uma das que, durante os encontros, participava ativamente das discussões. Na resolução dessa atividade, observamos traços nas arestas com as quais, certamente, ela contou para realizar a atividade. Ela afirmou: “[...] contei primeiro o número de arestas, porque achei mais fácil.” Ela conseguiu fazer esse cálculo, porque, na verdade, já conseguia pensar na figura e compreender como são as arestas no desenho. Em seguida, ela disse que analisou as opções e logo encontrou a resposta, que era a única opção em que o número de arestas era 15. Ela não realizou cálculos, não utilizou fórmulas, usou apenas o que tinha de conceito e, aí, percebe-se que a questão poderia ter sido formulada com outras opções. Michele era muito segura em suas colocações, e encerrou dizendo: “[...] só para confirmar minha resposta, contei o número de vértices e faces e pude ter certeza que estava correto.” Observa-se uma maneira diferente de resolução que as anteriores e isso enriquece a pesquisa, já que trabalhamos com pessoas diferentes, e possibilita a confirmação de nossa hipótese da pesquisa. Essa aluna já apresentava um desenvolvimento geométrico satisfatório,

identificado nos encontros, confirmando as vantagens do Projeto de Reforço Escolar. A aluna também chegou ao nível 3 e desenvolveu a habilidade H08.

Figura 24 - Aluna Michele



Fonte: Dados da pesquisa.

- ✚ A última aluna participante é a Adriana. Durante todos os encontros, era a que mais apresentava dificuldade, sempre a última a terminar, afirmava que as informações eram confusas, no entanto, sempre se mostrou interessada e dedicada. Ela acertou a questão e sua resolução apresentou aspectos interessantes. No desenho do sólido, ela marcou os vértices fazendo "bolinhas", as arestas, fazendo riscos, e, ao lado dele, havia a seguinte informação: "A= liga; V= Ponto; F= rosto." O recurso que ela utilizou para a resolução mostra que sabe fazer a relação entre o conhecimento escolar e o seu cotidiano. Observou-se, ainda, o que ela escreveu na resolução: "Vértice: os pontos que encaixa = 10; Aresta que liga em ponto a outro = 15; abstraí o número de faces = 7".

Figura 25 - Aluna Adriana

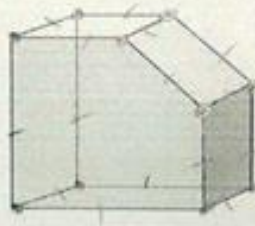
QUARTA ETAPA

Quiz

QUESTÃO - SAERJINHO 2011
QUESTÃO 24 DO CADERNO C1201.

Adriana

Observe o desenho de um sólido geométrico obtido após ser efetuado um corte em um paralelepípedo. A alternativa que indica o número de vértices "V", de faces "F" e de arestas "A" desse sólido é:



$V = 4, F = 9 \text{ e } A = 12$
 $V = 9, F = 4 \text{ e } A = 12$
 ~~$V = 10, F = 7 \text{ e } A = 15$~~
 $V = 10, F = 15 \text{ e } A = 7$
 $V = 15, F = 7 \text{ e } A = 10$

A. Lupa
 B. D. 15
 F. 10/20

Verificar os pontos que
 encerra = 30
 Aresta que liga um
 ponto a outro = 35
 obtém o nº de arestas

$V + F = A + 2$
 $30 + 7 = 35 + 2$
 $37 = 37$

Fonte: Dados da pesquisa.

Observamos que, no início das atividades desenvolvidas na fase da experimentação, as alunas apresentavam níveis distintos de conhecimento geométrico, no entanto, com a realização das atividades, dos debates, das reflexões, ao final dessa etapa, todas acertaram a questão, devido às atividades pedagógicas realizadas anteriormente. Podemos concluir que as atividades diferenciadas auxiliam na construção do conhecimento geométrico e as alunas desenvolveram a habilidade H08, assim como alcançaram o nível 3 do modelo de Van Hiele.

O próximo capítulo trata-se da última fase da metodologia de pesquisa, análise a posteriori e validação. Estaremos retornando aos dados obtidos na fase *a priori*, assim como na Experimentação. Além disso, será realizada a validação da hipótese, a qual foi apresentada na Introdução do trabalho, bem como responder à pergunta inicial desta pesquisa.

6 FASE DA ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO

A análise *a posteriori* e validação é a quarta e última fase da Engenharia Didática. Neste capítulo, estaremos confrontando os dados da análise *a priori* e a experimentação, para validar a hipótese da pesquisa, a qual, retomando, é: *as intervenções pedagógicas, tanto o material concreto quanto o Projeto proposto pela SEEDUC-RJ para a melhoria do ensino, afetarão positivamente a aprendizagem dos alunos?*

Vale, também, rever a variável macrodidática estipulada na segunda fase da Engenharia, fase das concepções e análise *a priori*, que está representada pelos instrumentos utilizados para a análise dos resultados à luz da Teoria de Van Hiele, os quais são: o livro didático, a prova do SAERJINHO e o Projeto Reforço Escolar. No caso do livro didático, os alunos realizaram uma avaliação diagnóstica externa, após o estudo do conteúdo de Prismas e Pirâmides, e o resultado foi insatisfatório, abaixo de 50% de acerto. Nesse caso, as habilidades envolvidas foram H04, H07 e H08, que se encontram na página 57, e pode-se perceber que a teoria de Van Hiele indicava situações em que os alunos não alcançam os objetivos e sugeria um planejamento pedagógico, a fim de que atingissem níveis de pensamento necessários para desenvolver habilidades e resolver questões.

Nesse primeiro momento, ainda na fase da análise *a priori*, o levantamento de dados mostrou que os alunos desenvolveram de forma regular a habilidade H07, quando delegou-se que o aluno soubesse diferenciar poliedros ou corpos redondos, com suas planificações. As atividades relacionadas a essa habilidade tiveram uma média de aproveitamento, nas duas turmas, de 49% de acertos. Mesmo sendo um rendimento baixo, as outras habilidades obtiveram resultados ainda menores, como, por exemplo, na habilidade H04, em que os alunos analisaram o sólido por suas características e a média de acertos das turmas foi de 47%. No caso da habilidade H08, em que se identifica a relação entre os elementos dos sólidos, obteve-se uma média de 36% de acertos, entre as duas turmas.

Nesse momento, foi necessário rever a prática pedagógica, analisar o que estava impedindo os alunos de alcançar essas habilidades. Considerou-se o primeiro momento como etapa 1, o qual foi a análise *a priori* desta pesquisa. Como a dificuldade estava em reconhecer elementos e características de prismas e pirâmides, partimos para outras atividades que suprissem esse problema.

Na etapa 2, foi apresentada aos alunos uma atividade com material manipulável, objetivando que as habilidades H04 e H08 fossem desenvolvidas, uma vez que eles estariam construindo, literalmente, o conceito. Observou-se um avanço considerável no

desenvolvimento da habilidade H04, pois a média de acertos das turmas foi de 75%, no entanto, a habilidade H08 ainda estava a desejar.

Observa-se que, para cada habilidade, foi necessário um planejamento pedagógico diferenciado. Fundamentados na Teoria de Van Hiele, que apresenta diferentes níveis de pensamento, iniciamos a análise de cada etapa.

A etapa 1, com atividades do livro didático, foi suficiente para desenvolver a habilidade H07 porque, segundo a Teoria de Van Hiele (1986), o primeiro nível é o mais fundamental, todos os outros dependem dele; além disso, o aluno já vai à escola com esse nível desenvolvido, uma vez que a habilidade centra na visualização, e, nela, o aluno precisa apenas diferenciar poliedros ou corpos redondos, com suas planificações.

Essa questão é tão corriqueira que os livros seguem direto para o desenvolvimento de outras habilidades, tal como vê-se na Figura 26.

Figura 26 - H07 Poliedros

Exercício

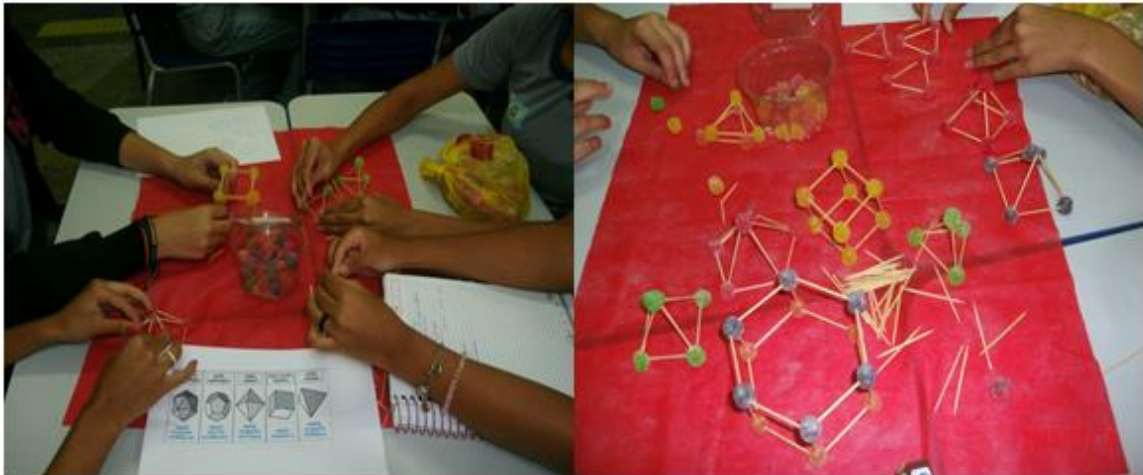
9. Copie e complete a tabela com os nomes, o número de faces, de vértices e de arestas dos poliedros convexos regulares. Coloque também a forma das faces e verifique em cada um a relação de Euler.

Poliedros regulares	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas	Forma das faces	Relação de Euler
tetraedro	4	4	6	triangular	$4 - 6 + 4 = 2$

Fonte: DANTE, 2014, p.189.

Essa atividade, Figura 27, é uma das primeiras sobre poliedros já envolvendo a habilidade H04.

Na sequência, iniciou-se a Experimentação, com a etapa 2, na qual foi utilizado material manipulável, para que o aluno construísse prismas e pirâmides, identificando seus elementos e, assim, desenvolvendo a habilidade H04.

Figura 27 - Etapa 2 da Experimentação

Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se a interação dos alunos com a atividade e o resultado, comparado à avaliação anterior, foi muito bom. Enquanto, num primeiro momento, a média das turmas foi de 47% de acertos, após a realização dessa atividade, o resultado foi de 75%. De acordo com as características gerais do modelo de Van Hiele, esse momento é denominado *Avanço* (VAN HIELE, 1986), em que ocorre a transição de um nível para o seguinte, e isso se fez na dependência de um programa de aprendizagem e não apenas com a maturação biológica.

Pode-se constatar que essa atividade, com material manipulável, desenvolveu a habilidade H04 e os alunos alcançaram o nível 2, o descritivo do pensamento geométrico. Os alunos comentaram sobre a atividade, dizendo que gostaram muito dela, que foi algo diferente, sentiram-se motivados.

A atividade foi realmente muito agradável para a professora-pesquisadora e para os alunos, entretanto, apesar de os discentes terem obtido um resultado bem superior ao da atividade com livro didático, não desenvolveram a habilidade H08, algo visível, diante dos resultados obtidos na segunda avaliação diagnóstica. Na primeira avaliação, a média das duas turmas foi de 24%; após essa atividade, na segunda avaliação diagnóstica, a média passou para 27%. Com efeito, constatou-se que seria necessária uma atividade que desenvolvesse essa habilidade, já que os alunos não teriam condições de seguir com os conteúdos do ano letivo, sem terem desenvolvido a habilidade H08, ou seja, alcançado o nível 3 do modelo de Van Hiele.

Na etapa 3, optou-se por realizar uma atividade em que pudessemos analisar mais minuciosamente o quão desenvolvido estava o conhecimento geométrico dos alunos. Foram selecionadas seis alunas, para realizarem essa atividade, tal como consta no caderno do

Projeto Reforço Escolar. As atividades iniciam-se desenvolvendo a habilidade H07, concomitante com o nível 1; na sequência, as dificuldades foram aumentando, com o objetivo de desenvolverem, respectivamente, a H4 e a H08, com os níveis 2 e 3.

Durante os encontros na aplicação da Experimentação, puderam-se observar as limitações, as diferenças de pensamento, a maneira como construíam o conhecimento. Mesmo tendo atitudes distintas, diante das atividades, as seis alunas haviam desenvolvido H07, H04, assim como o nível 1 e o 2. O desafio era fazer com que desenvolvessem a H08 e o nível 3.

A Experimentação apresentou as atividades realizadas e o desempenho individual das alunas. A Figura 28 mostra alguns dos encontros realizados.

Figura 28 - Etapa 2 da Experimentação



Fonte: Dados da pesquisa.

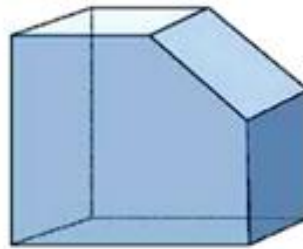
A Figura 28 mostra as alunas trocando ideias, construindo conhecimento, analisando as questões, ajudando umas às outras, um trabalho em equipe.

No último encontro, as alunas realizaram uma atividade avaliativa individual, quando anotaram, junto ao resultado, o desenvolvimento da questão, justificando suas escolhas.

Figura 29 - Etapa 2 da Experimentação

QUESTÃO · SAERJINHO 2011
QUESTÃO 24 DO CADERNO C1201.

Observe o desenho de um sólido geométrico obtido após ser efetuado um corte em um paralelepípedo. A alternativa que indica o número de vértices "V", de faces "F" e de arestas "A" desse sólido é:



- a. $V = 4, F = 9$ e $A = 12$
- b. $V = 9, F = 4$ e $A = 12$
- c. $V = 10, F = 7$ e $A = 15$
- d. $V = 10, F = 15$ e $A = 7$
- e. $V = 15, F = 7$ e $A = 10$

Fonte: Dados da pesquisa.

Na fase da Experimentação, tem-se o desenvolvimento individual dessa questão, quando foi possível perceber que, mesmo com as diferenças e maneiras distintas de compreender o conceito, todas as alunas obtiveram sucesso na questão. Conseguiram desenvolver a habilidade H08, assim como alcançar o nível 3 do modelo de Van Hiele.

Nesse capítulo, conforme as fases da metodologia da Engenharia Didática, confrontamos os dados colhidos nas fases da análise *a priori* e análise *a posteriori*. Os resultados obtidos deixaram evidente a importância de o professor investigar o nível de pensamento e conhecimento geométrico em que se encontram os alunos e realizar atividades diferenciadas, para que possam desenvolver habilidades que lhes deem condições de compreender e construir o conhecimento geométrico.

As etapas com atividades, na fase da experimentação, mostraram o avanço dos alunos, com relação à aprendizagem da Geometria. A hipótese levantada nesta pesquisa foi: “*as atividades pedagógicas diferenciadas, usando material manipulável e os projetos propostos pela SEEDUC-RJ (Secretaria Estadual de Educação do Estado do Rio de Janeiro), para a melhoria no ensino, afetarão positivamente a aprendizagem do aluno*”. Os dados obtidos validaram a hipótese. Percebeu-se que os alunos foram, gradativamente, com as atividades realizadas, alcançando as habilidades previstas (H07, H04 e H08), atingindo os níveis

propostos pelo modelo de Van Hiele. Os resultados, a partir dos materiais utilizados, tanto o manipulável quanto o da SEEDUC-RJ, auxiliaram a pesquisadora na organização das atividades da etapa da Experimentação e a verificar se os objetivos iriam ser alcançados.

A pergunta de partida desta pesquisa, a qual norteou o trabalho, foi fundamentada pela teoria do modelo do pensamento geométrico de Van Hiele e estruturada com a metodologia da Engenharia Didática. O questionamento era: “*Como o aluno constrói o conhecimento geométrico espacial, a partir de atividades pedagógicas que estimulam o pensar geometricamente, à luz da Teoria de Van Hiele?*”. Assim sendo, observou-se a maneira como os alunos pensavam, analisaram-se os “erros” apurados nas avaliações externas, em relação às habilidades sugeridas, à medida que os estudantes foram alcançando os níveis propostos pela Teoria de Van Hiele. Podemos afirmar que tanto a hipótese levantada no início da pesquisa como a pergunta de partida foram contempladas e validadas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa apresentou questões importantes sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico. Muitas vezes não compreendemos, por parte dos professores, por que, após várias explicações do conteúdo, ainda encontram resistência e tanta dificuldade, por parte dos alunos. Não compreendíamos tais questões e, durante a revisão da literatura, pudemos encontrar trabalhos nos quais os pesquisadores tinham questionamentos em comum com esses e, em meio a tantas leituras, encontramos a Teoria do modelo do pensamento geométrico de Van Hiele.

Na revisão da literatura, pôde-se perceber que os pesquisadores têm buscado soluções para superar os obstáculos que impedem a aprendizagem. Na verdade, a Teoria de Van Hiele explica que o aluno, quando apresenta muita dificuldade, apenas ainda não se encontra no nível necessário. Partindo dessas leituras, surgiu a pergunta que norteou esta pesquisa: “*Como o aluno constrói o conhecimento geométrico espacial, a partir de atividades pedagógicas que estimulam o pensar geometricamente, à luz da Teoria de Van Hiele?*”. Foi possível respondê-la durante a fase da Experimentação, quando foi visível o desenvolvimento dos alunos, alcançando outros níveis de pensamento e desenvolvendo as habilidades necessárias para a realização de tarefas que, antes, não conseguiam resolver.

Com a Teoria do modelo do pensamento geométrico de Van Hiele, fundamentamos teoricamente esta pesquisa. Tal teoria nos mostra a importância de realizarmos atividades com alunos de modo a sanar as dificuldades e fazê-los alcançar os níveis do pensamento geométrico. Assim, levantamos a seguinte hipótese: “*as atividades pedagógicas diferenciadas, usando material manipulável e os projetos propostos pela SEEDUC-RJ (Secretaria Estadual de Educação do Estado do Rio de Janeiro), para a melhoria no ensino, afetarão positivamente a aprendizagem do aluno.*”.

A escolha por materiais didáticos da SEEDUC-RJ se deve ao fato de que a pesquisadora e qualquer outro professor encontram-nos disponíveis, nas escolas estaduais, e por que não utilizá-los? Os materiais manipuláveis também vieram com a necessidade de os alunos construírem, literalmente, o conceito de poliedros: prismas e pirâmides. Assim, com essa fundamentação, oferecemos aos alunos atividades direcionadas, intervindo positivamente, para que alçassem o nível necessário à compreensão do conteúdo relativo à sua série.

Espera-se que, no Ensino Médio, o aluno seja capaz de realizar atividades sem a necessidade de material manipulável ou atividades diferenciadas, pois parte-se do princípio de que o mesmo já apresenta os conceitos e dará continuidade ao seu conhecimento geométrico. No entanto, essa não foi a realidade na escola participante dessa pesquisa. Muitas vezes, apontamos o conteúdo/o ano de escolaridade em que o aluno ficou com defasagem de conteúdos, mas isso não resolve, nem modifica a situação do mesmo.

Esta pesquisa nos mostrou a importância de observarmos melhor as avaliações realizadas pelos nossos alunos. Concordando ou não com as avaliações externas, elas fazem parte do cotidiano escolar, então, por que não utilizar esses resultados para realizar uma mudança na prática em sala de aula, de forma a sanar as dificuldades e defasagens encontradas por nossos alunos?

Para a organização do trabalho, optou-se pela Engenharia Didática, que estruturou essa pesquisa com as fases estabelecidas. Nas concepções e análise *a priori*, estabelecemos as variáveis macrodidáticas: o pesquisador não poderia intervir, durante as tarefas, como acontece nas avaliações externas, e um roteiro de habilidades necessárias para que o aluno tenha bom resultado nas mesmas. Os projetos e resoluções da Secretaria de Educação estão nessa variável, assim como o livro didático adotado na escola. Nesse caso, não há como intervir, modificar conteúdos, apenas adaptar-se e fazer a mudança dentro das variáveis microdidáticas. Quanto a estas, intervimos a todo o tempo, realizamos atividades que desenvolvessem conceitos, habilidades, conhecimento geométrico, no aluno. Ainda dentro das variáveis microdidáticas, podemos destacar toda a prática pedagógica, metodologia utilizada pela pesquisadora e recursos e, dessa forma, direcionamos este trabalho.

Na fase da Experimentação, percebeu-se a importância das atividades pedagógicas no desenvolvimento do conhecimento geométrico. A hipótese da pesquisa foi, gradativamente, validada (a cada etapa desenvolvida, durante essa fase). Era visível a motivação dos alunos com as atividades, que se diferenciavam das aulas convencionais, como, por exemplo, as expositivas, a construção do conhecimento, dos conceitos geométricos, no sentido de responder à pergunta de partida. Vale, ainda, ressaltar o quanto foi proveitoso esse trabalho, com os alunos.

Na fase da análise *a posteriori* e validação, o confronto de dados com os da análise *a priori* permitiu-nos afirmar que a hipótese foi confirmada.

Também vimos que teorias, muitas vezes, não conhecidas pelos professores, podem auxiliar, nesse processo. A Teoria do modelo de Van Hiele nos proporcionou reconhecer as dificuldades e os obstáculos em que os alunos se encontram, a partir dos níveis do

pensamento geométrico, proporcionando ao professor compreensão em identificar a evolução cognitiva de cada aluno, independente da série em que se encontra.

Fizemos uma correlação entre os níveis da Teoria de Van Hiele e as habilidades que os alunos devem desenvolver e pudemos constatar que eles alcançaram tais habilidades, com as atividades pedagógicas direcionadas aos níveis em que se encontravam, desenvolvendo o conhecimento geométrico e alcançando as habilidades necessárias para continuar construindo o conhecimento.

Este trabalho nos trouxe a certeza de que pesquisar significa, acima de tudo, buscar respostas que possam, efetivamente, transformar a nossa prática, nesse caso, a prática pedagógica e, para tal, as respostas podem até não existir, mas as intenções e as ações modificam a nossa realidade, em prol do processo de ensinar e, conseqüentemente, atingindo o aprender.

Esperamos contribuir, ao fim desta pesquisa, com a comunidade acadêmica e com os profissionais do magistério. O Produto Educacional, fruto das etapas da fase da Experimentação, tem como objetivo auxiliar o trabalho em sala de aula, com uma vídeo-aula, em que é apresentado conceitos dessa pesquisa. Nesse vídeo, a pesquisadora realiza uma exposição do assunto, apresenta recursos que podem ser utilizados em sala de aula e algumas questões resolvidas ao tema.

Desejamos, ainda, que outros pesquisadores possam continuar este estudo, principalmente quanto ao uso das avaliações externas, não apenas no quesito quantitativo, mas, principalmente, como planejamento da prática docente.

Assim, terminamos esta pesquisa conscientes de que há muito o que se pesquisar sobre o desenvolvimento do conhecimento geométrico e as formas como nós, professores e pesquisadores, podemos atuar, auxiliando o aprendizado de nossos alunos.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, M. L. T. D. **Geometria Esférica**: uma sequência didática para a aprendizagem de conceitos elementares no ensino básico. (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2011.

ARAUJO, W. R. **O Ensino do Conceito de Área no Sexto Ano do Ensino Fundamental**: uma proposta didática fundamentada na teoria de Van Hiele. (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal de Alagoas. Alagoas, 2012.

ARTIGUE, M. Ingèniere didactique. **RDM**, v.9, n.3, p.231-308,1988.

_____. Engenharia Didática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Trad. Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. 2. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

BOANOVA, C. O. **Análise de Uma Proposta de Ensino de Geometria Descritiva Baseada na Perspectiva Histórico-Cultural**. (Mestrado Acadêmico em Educação). Pelotas, 2011. Universidade Federal de Pelotas- RS.

BRASIL. **CAPES**. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. Serviços: Banco de teses. 2014. Disponível em: <www.capes.gov.br/servicos/banco-deteses>. Acesso em: 20 jan. 2015.

CASTRO, K. O. **Ideias e Conceitos Básicos de Função no 7º Ano do Ensino Fundamental**: possibilidades e desafios. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Vassouras, 2012. Universidade Severino Sombra- RJ.

CASTRO, M. A. **A Construção e a Desconstrução das Ideias Geométricas**: Intervenção no Ensino e na Aprendizagem na Perspectiva da Matemática Inclusiva. Minas Gerais, 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) Universidade Federal de Juiz de Fora.

DANTE, L.R. **Contexto & Aplicações: Matemática do Ensino Médio**. v. 2. São Paulo: Ática, 2014.

FERREIRA, N. S. A. As pesquisas denominadas “estado da arte”. **Educação & Sociedade**. v.23, n. 79, Campinas: agosto/2002, p.257-272. Disponível em: <www.scielo.br/pdf/es/v23n79/10857.pdf> Acesso em: 14 dez. 2014.

GILSON, R. B. A. **SAERJINHO**: Desafios e Conquistas na Busca por uma Qualidade Para o Estado do RJ. (Mestrado Profissional em Gestão e Avaliação da Educação Pública da Faculdade de Educação). Juiz de Fora, 2012, Universidade Federal de Juiz de Fora- MG.

MACHADO S. D. A. Engenharia Didática. In: _____(org.). **Educação Matemática: uma introdução**. 2 ed. São Paulo: Educ, 2002. p. 197-208. (Série TRILHAS- Educação Matemática)

NORO, A. P. **Contribuições da Engenharia Didática para o Ensino e Aprendizagem de Poliedros**. (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) Santa Maria, UNINFRA- RS, 2012.

PÉRTILE, K. **O Modelo Van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: Uma Análise de Obras do Programa Nacional do Livro Didático para O Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica Do Rio Grande Do Sul- RS, 2011.

RIO DE JANEIRO. **Secretaria de Estado de Educação**. Disponível em:<www.rj.gov.br/web/seeduc/exibeconteudo?article-id=140730>. Acesso em: 15 maio 2015.

_____. **Currículo Mínimo de Matemática**. Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro, 2011, RJ. Disponível em: <www.conexaoprofessor.rj.gov.br/curriculo_aberto.asp> Acesso em: 14 dez. 2014.

_____. **SAERJINHO** Disponível em: <www.saerjinho.caedufjf.net/diagnostica/inicio.faces> Acesso em: 12 Abr. 2015.

_____. **Projeto Reforço Escolar: Manual 2015**. Disponível em: <<http://reforcoescolar.cecierj.edu.br/ava2/>>. Acesso em: 15 abr. 2015.

ROONEY, A. **A história da Matemática: desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito**. São Paulo: M.Books do Brasil Ltda, 2012.

SCHONS, E. F. **Explorando Conceitos Geométricos por Meio da Metodologia de Projetos numa Turma de PROEJA**. (Mestrado Profissional em Ensino de Física e Matemática) CENTRO UNIVERSITÁRIO FRANCISCANO, 2012.

VAN HIELE, P. **Structure and Insight: A Theory Of Mathematics Education**. Orlando: Academic Press, 1986.

VIEIRA. G; ALLEVATO N. S. G. A produção de conhecimentos sobre sólidos geométricos à luz do modelo de Van Hiele. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 6, n. 1, 2015. Disponível em: <<http://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/viewfile/1033/731>> Acesso em: 15 abr. 2015.

ANEXOS

ANEXO 1

PARECER CEPPARA A PESQUISA



Diague de Caracas 21 de Agosto de 2014

Do Comitê de Ética em Pesquisa da UNIGRANRIO

Para Responsável Principal: *Andressa Sanchez de Oliveira Araújo*

Orientador: Prof. Dr. Abel Rodolfo Garcia Louano

Coorientadora: Profa. Dra. Chang Kuo Rodriguez

O Comitê de Ética em Pesquisa da UNIGRANRIO, após avaliação considerou **aprovado** o projeto de pesquisa "A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NAS VIAS DA GEOMETRIA PLANA PARA A GEOMETRIA ESPACIAL", protocolado sob o número de CAEE 32434414.4.0000.5283, encontrando-se a referida pesquisa e o Termo de consentimento Livre e Esclarecido em conformidade com a Resolução N°466, de 12 de Dezembro de 2012, do Conselho Nacional de Saúde, sobre pesquisa envolvendo seres humanos.

Os pesquisadores deverão informar ao Comitê de Ética qualquer acontecimento ocorrido no decorrer da pesquisa.

O Comitê de Ética em Pesquisa solicita a V. Sª, que ao término da pesquisa, conforme cronograma apresentado, encaminhe a este comitê um sumário dos resultados do projeto, a fim de que seja expedido o certificado de aprovação final.


 Prof. Renato C. Zamboni
 Coordenador do CEP-UNIGRANRIO


 Andressa Peter Christo Gomes
 Secretária do CEP-UNIGRANRIO

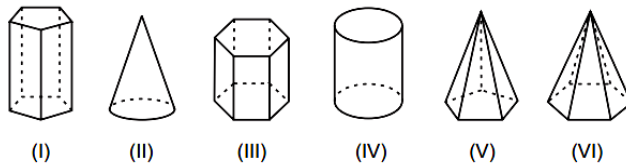
ANEXO 2

QUESTÕES do SAERJINHO 1º Bimestre / 2014 - C1101

HABILIDADE H07

Questão 14, p.6

Observe os sólidos geométricos desenhados abaixo.



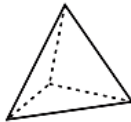
Dentre esses sólidos estão representados um corpo redondo, que possui duas bases, e um poliedro, que possui uma base e 5 faces laterais ligadas a um único vértice.

Esses sólidos estão representados, respectivamente, pelos desenhos

- A) I e V.
- B) II e III.
- C) II e VI.
- D) IV e I.
- E) IV e V.

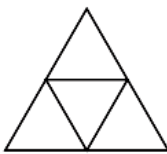
Questão 17, p.7

Observe o sólido geométrico desenhado abaixo.

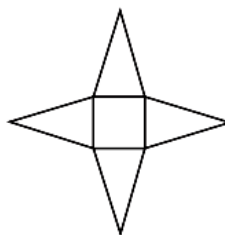


Qual é a planificação desse sólido?

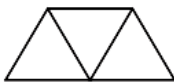
A)



B)



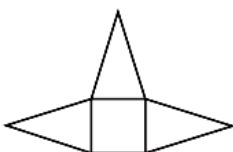
C)



D)

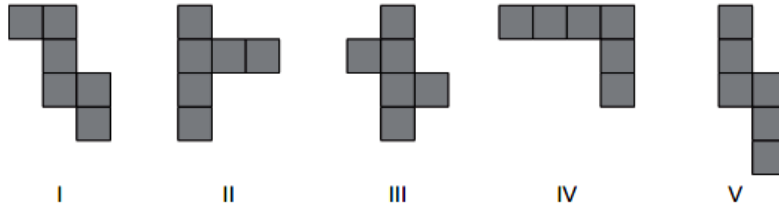


E)



Questão 42, p. 17

O cubo é um sólido geométrico que possui 11 planificações distintas. Das 5 representações abaixo, 3 correspondem a planificações do cubo.

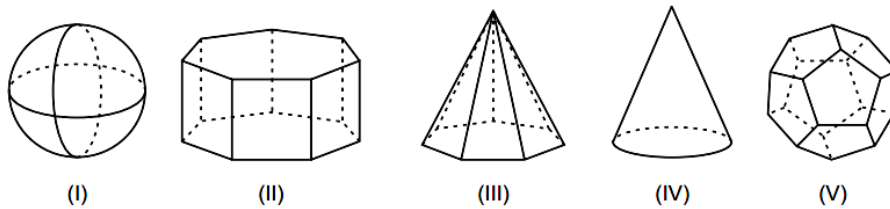


São planificações do cubo as representações

- A) I, II e III.
- B) I, III e V.
- C) II, III e IV.
- D) II, IV e V.
- E) III, IV e V.

Questão 46, p.18

Observe os sólidos geométricos desenhados abaixo.



Quais desses sólidos são corpos redondos?

- A) I e IV.
- B) I e V.
- C) II e III.
- D) III e IV.
- E) IV e V.

HABILIDADE H04

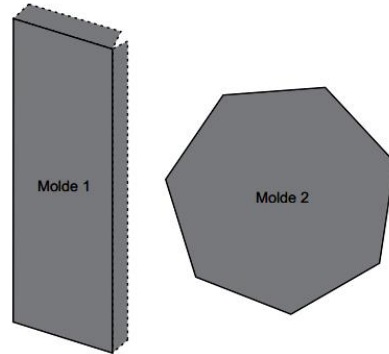
Questão 49, p.19

Um sólido geométrico regular possui duas bases e seis faces laterais retangulares. Esse sólido geométrico é

- A) um cilindro circular reto.
- B) um prisma heptagonal.
- C) um prisma hexagonal.
- D) uma pirâmide heptagonal.
- E) uma pirâmide hexagonal.

Questão 52. p.20

Mônica é professora de artesanato e ensinou seus alunos a confeccionarem uma caixa de presentes que, após montada, lembra o formato de um sólido geométrico. Para fazer essa caixa, ela utilizou sete peças iguais ao molde 1 nas laterais e duas peças iguais ao molde 2 como base e tampa da caixa.



Essa caixa, após montada, possui o formato de qual sólido geométrico?

- A) Pirâmide de base heptagonal.
- B) Pirâmide de base hexagonal.
- C) Prisma de base heptagonal.
- D) Prisma de base hexagonal.
- E) Prisma de base retangular.

HABILIDADE H08

Questão 15, p.6

Um poliedro convexo é formado por 12 faces pentagonais.
Qual é o número de vértices desse poliedro?

- A) 20
- B) 26
- C) 30
- D) 50
- E) 60

Questão 41, p.16

Um poliedro convexo é formado por 8 faces hexagonais, 6 faces quadrangulares e 24 vértices.
Qual é o número de arestas desse poliedro?

- A) 14
- B) 36
- C) 38
- D) 44
- E) 72

Questão 45, p.18

Em um poliedro convexo, o número de arestas excede o número de vértices em 12 unidades.
Qual é o número de faces desse poliedro?

- A) 14
- B) 13
- C) 12
- D) 11
- E) 10

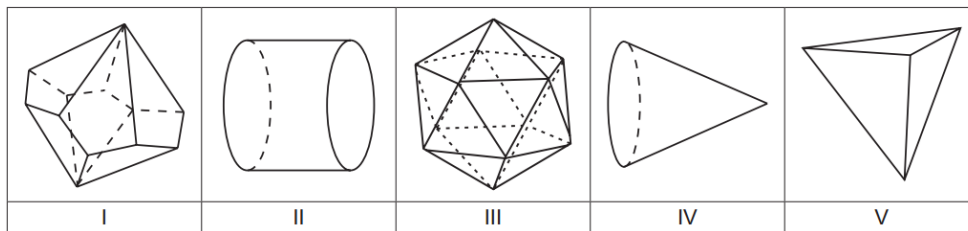
ANEXO 3

QUESTÕES do SAERJINHO 2º Bimestre / 2014 - C1101

HABILIDADE H04

Questão 18, p.7

Observe os sólidos geométricos abaixo.

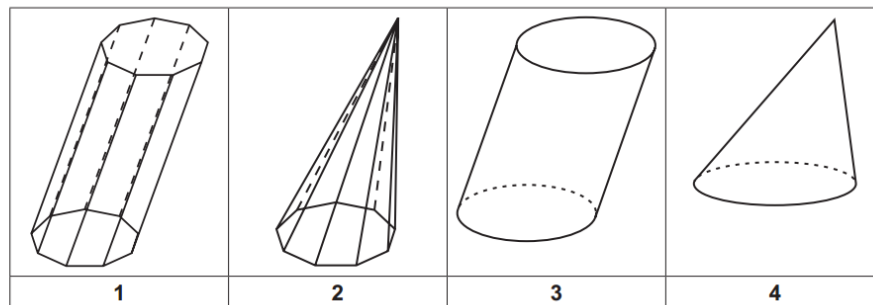


Quais desses sólidos são corpos redondos?

- A) I e III.
- B) I, II e III.
- C) I, III e V.
- D) II e IV.
- E) IV e V.

Questão 41, p.16

Observe os sólidos geométricos abaixo.

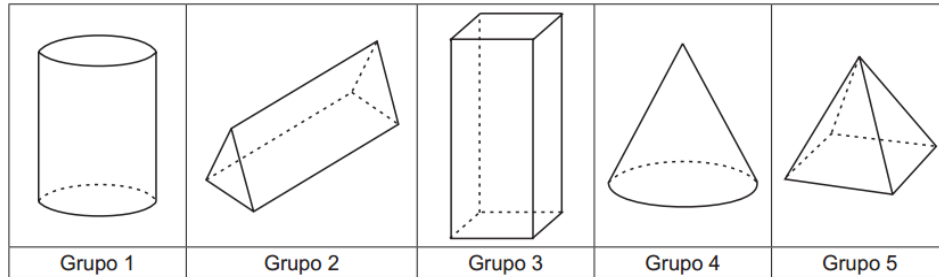


Quais desses sólidos são poliedros?

- A) 1 e 2.
- B) 1 e 3.
- C) 2 e 3.
- D) 2 e 4.
- E) 3 e 4.

Questão 51, p.19

Observe abaixo os sólidos geométricos feitos em cartolina por cinco grupos de alunos de uma turma para a apresentação de um trabalho de Geometria Espacial.



Quais desses grupos de alunos fizeram poliedros?

- A) 1 e 3.
- B) 1, 2 e 3.
- C) 1 e 4.
- D) 2, 3 e 5.
- E) 4 e 5.

HABILIDADE H08

Questão 17, p.7

O número de vértices de um poliedro convexo com 12 arestas é igual ao seu número de faces. Quantos vértices esse poliedro possui?

- A) 5
- B) 6
- C) 7
- D) 12
- E) 14

Questão 22, p.8

Um poliedro convexo possui 10 faces e o seu número de arestas é o dobro do número de vértices. Quantas arestas esse poliedro possui?

- A) 6
- B) 8
- C) 16
- D) 20
- E) 24

Questão 46, p.18

Eliane estava estudando as características de um poliedro convexo que possui 8 vértices e 26 arestas. Quantas faces tem esse poliedro?

- A) 13
- B) 20
- C) 32
- D) 34
- E) 36

Questão 52, p.19

Um arqueólogo encontrou um artefato no formato de um poliedro convexo com 10 vértices e 12 faces. Qual é o número de arestas desse artefato?

- A) 4
- B) 11
- C) 20
- D) 22
- E) 24