UNIVERSIDADE DO GRANDE RIO “Prof. José de Souza Herdy”
UNIGRANRIO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DAS CIÊNCIAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

UM ESTUDO SOBRE RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS E MODELAGEM MATEMÁTICA

MAURO FERNANDES NEVES GONZAGA

Duque de Caxias
2019

MAURO FERNANDES NEVES GONZAGA

UM ESTUDO SOBRE RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS E MODELAGEM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Universidade do Grande Rio, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de mestre em Ensino das Ciências na Educação Básica.

Orientadora: Profa. Dra. Eline das Flores Victer

Duque de Caxias – RJ
2019

Ficha Catalográfica elaborada pela Biblioteca Unigranrio
Bibliotecária:

G642e Gonzaga, Mauro Fernandes Neves.
Um estudo sobre resoluções do problemas e modelagem matemática / Mauro Fernandes Neves Gonzaga. - Duque de Caxias, 2019.
105 f.: il.; 30 cm.

Dissertação (mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy", Escola de Educação, Ciências, Letras, Artes e Humanidades, 2019.
"Orientadora: Prof. Eline das Flores Victer".
Bibliografia: f. 98-101.

1. Educação. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Currículo. 4. Resolução de problemas. I. Victer, Eline das Flores. II. Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy". III. Título.

CDD- 370

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

MAURO FERNANDES NEVES GONZAGA

UM ESTUDO SOBRE RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS E MODELAGEM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino das Ciências.

Aprovada em 06 de fevereiro de 2019 pela seguinte Banca Examinadora:

Profª. Drª. Eline Das Flores Victer
Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO – Presidente

Prof. Dr. Abel Rodolfo Garcia Lozano
Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO

Profª. Drª. Giselle Faur De Castro Catarino
Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO

Profª. Drª. Gisela Maria Da Fonseca Pinto
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

DEDICATÓRIA

A todos que se permitem sonhar com uma sociedade mais fraterna que se humaniza e se ilumina nas construções dos seus saberes, e a partir de uma escola viva e democrática, renovam suas esperanças em um mundo sustentado pela defesa do conhecimento e das diversidades culturais.

"Para isso existem as escolas: não para ensinar as respostas, mas para ensinar as perguntas. As repostas nos permitem andar sobre a terra firme. Mas somente as perguntas nos permitem entrar pelo mar desconhecido."

(Rubem Alves)

RESUMO

Esse trabalho propõe a descrever o desenvolvimento da Modelagem Matemática e Resolução de Problemas como duas grandes vertentes da pesquisa em Educação Matemática e suas convergências em suas práticas metodológicas. A partir de uma pesquisa bibliográfica fizemos uma abordagem histórica desses campos de pesquisa. Para estabelecermos as consonâncias dessas metodologias na formação docente, levantamos dados das ementas de um curso de licenciatura de uma faculdade da zona oeste do Rio de Janeiro, objetivando identificar de forma implícita ou explícita abordagens de Modelagem Matemática e Resolução de Problemas em suas propostas curriculares. Na mesma instituição aplicamos um questionário sobre as impressões apresentadas pelos estudantes com relação aos conceitos dos campos teóricos e metodológicos objetos dessa pesquisa. Como desdobramento do questionário, elaboramos um livreto com abordagens conceituais, procedimentais e de desenvolvimento histórico, buscando ressaltar as lacunas apresentadas pelos estudantes nas suas respostas do questionário.de pesquisa.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Modelagem Matemática. Currículo.

ABSTRACT

This paper proposes to describe the development of Mathematical Modeling and Problem Solving as two main aspects of the research in Mathematics Education and its convergences in its methodological practices. From a bibliographical research we have made a historical approach to these research fields. In order to establish the consonances of these methodologies in teacher education, we collected data from the undergraduate courses of a faculty in the West zone of Rio de Janeiro, aiming to identify, implicitly or explicitly, approaches to Mathematical Modeling and Problem Solving in their curricular proposals. In the same institution, we applied a questionnaire about the impressions presented by the students regarding the concepts of the theoretical and methodological fields that are the object of this research. As a consequence of the questionnaire, we developed a booklet with conceptual, procedural and historical development approaches, seeking to highlight the gaps presented by the students in their answers to the research questionnaire.

Key-words: Problem Solving. Mathematical Modeling. Circular Proposals.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CNE: Conselho Nacional de Ensino

FEUC: Fundação Educacional Unificada Campograndese

EMR: Educação Matemática Realistica

GTERP: Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas

ICME - (International Congress Mathematics Education),

MM: Modelagem Matemática

MMM: Movimento da Matemática Moderna

NCTM: National Council of Teacher of Mathemetics

NACOME: National Advisory Committee on Mathematical Education

NIE: National Institute of Education

SMSG: School Mathematics Study Groups

PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais

PPC: Projeto Pedagógico do Curso

PUC-RJ: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

RP: Resolução de Problemas

SMSG: School Mathematics Study Groups

TDM: Teoria da Disciplina Mental

UNESP: Universidade do Estado de São Paulo

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Um dos grandes problemas do ensino da matemática tem sido a transposição da matemática acadêmica para uma matemática escolar que se desenvolvia nas instituições de ensino. Muito se produziu nas academias no campo da matemática formal, o que certamente indicava uma autonomia da matemática com relação ao desenvolvimento de outras ciências e suas construções epistêmicas.

Desde Galileu que as ciências paulatinamente se serviram das matemáticas na tentativa de compreensão das ciências da natureza.

A importância da matemática no século XVII é bem destacada na clássica obra “História Geral das Ciências” organizada por René Taton (1960, p.10): “No tocante à ciência, houve também o milagre dos anos 1620. A física das qualidades substituiu-se a física quantitativa; (...) ao mundo sentido da percepção imediata, o mundo pensado do matemático”.

Certamente, muitos modelos matemáticos foram, e ainda são, os propulsores das ciências brutas e das ciências sociais com suas diversas áreas de contribuição. É inegável a força dessa matemática amadurecida no século XIX pautada nos estudos das estruturas matemáticas, no desenvolvimento da Análise etc.

Notoriamente, o grande problema surge quando transportamos todo esse desenvolvimento epistêmico tal qual nos dão as academias para as salas de aula.

Percebe-se que são campos diferentes, onde estão envolvidos múltiplos sujeitos que não necessariamente desejam se envolver com uma matemática mais acadêmica.

Fato inconteste é que, num mundo cada vez mais "high-tech", exige-se do indivíduo maiores conhecimentos gerais no campo da matemática.

Importante destacar a atuação de um grupo de Matemáticos Franceses que por volta de 1934 cria um grupo de trabalho – sob o pseudônimo Boubarki – com objetivos revisionistas dos textos de análise e cálculo usados nas Escolas de Ensino Superior.

O grupo Boubarki defendia que à matemática caberia destacar não seus objetos, mas as estruturas comuns a seus objetos.

> Bourbaki não tem o mérito de ter provado um importante teorema, tampouco foi esta sua intenção, que residia na divulgação de uma síntese madura e articulada, uma reorganização da Matemática por meio da utilização de estruturas, da Teoria dos Conjuntos, e do método axiomático, articulando quatro áreas da Matemática, apresentadas, até então, de maneira totalmente desconexa: Aritmética, Análise, Álgebra e Geometria. (ESQUINCALHA, p.13, 2012)

Essa postura revisionista foi assumida também por outros movimentos, como o Movimento da Matemática Moderna (MMM) que buscou uma reforma curricular do ensino Básico, enfatizando as noções de conjuntos e as estruturas algébricas. Importante destacar que o grupo Boubarki não faz nenhum trabalho com relação ao ensino Secundário. Portanto, é errôneo estabelecer uma relação direta do movimento deste grupo com o da Matemática Moderna.

Embora, reconheça-se o esforço e o mérito da proposta - o movimento da matemática moderna não apresentou alternativas eficazes para a questão do ensino-aprendizagem das matemáticas transpostas para os bancos escolares. Podemos afirmar que esta composição conceitual ensino-aprendizagem sequer existia no bojo do Movimento da Matemática Moderna.

Concomitante a esse movimento, surge em 1944 a clássica obra de Polya (2006) "A arte de Resolver Problemas" que propunha a aprendizagem matemática a partir da resolução de problemas.

O inusitado de sua abordagem está na ênfase da participação do aluno não como resolvedor de exercícios repetitivos, mas como participantes dos caminhos e procedimentos para resolução da situação-problema.

Sua obra destaca o dinamismo da relação professor-aluno na resolução de problemas e na busca da autonomia intelectual do estudante. Como relata Polya:

> O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível, mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxilio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. (POLYA, 2006, p.1)

Neste sentido, a participação do professor, com intervenções pontuais, dentro do processo de resolução de problemas, seria fundamental.

Nos Estados Unidos da América (EUA), em 1980, as diretivas para reforma curricular buscavam um retorno aos fundamentos da matemática e tiveram a aprendizagem por resolução de problemas como indicativo das novas propostas

> A resolução de problemas possibilita um ponto de partida para uma ampla gama de alunos. (...) enquanto os alunos discutem ideias, desenham figuras ou usam modelos interativos, defendem suas soluções e avaliam as soluções dos outros e escrevem relatórios ou explicações, eles fornecem ao professor um fluxo permanente de informação valiosa para planejar a próxima lição. (VAN DER WALLE, 2009, p. 59)

A influência dos padrões procedimentais propostos pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) em meados de 1980 indicavam uma contraposição ao ensino tradicional e a aplicação de exercícios repetitivos sem prévia discussão ou detida leitura para que as atividades tomassem sentidos para os alunos.

O documento proposto defendia o construtivismo como caminho para construção do conhecimento e o desenvolvimento de técnicas de/para resolução de problemas.

Pozo (1999) dá uma maior abrangência à aprendizagem por resolução de problemas, atribuindo sua metodologia a outras áreas. Entretanto, reserva um capítulo à matemática.

A aprendizagem por resolução de problemas tem gerado grupos de trabalho de pesquisa nas universidades. Aqui no Brasil desde 1989, a UNESP-Rio Claro mantém um grupo de pesquisa com várias publicações sobre o tema. Portanto, a Aprendizagem por Resolução de Problemas tem se firmado como profícua área de pesquisa e apoio ao professor.

Um dos nossos objetos de estudo será fazer um levantamento e análise bibliográfica desta área no Brasil e compará-la com outra área de estudo: a Modelagem Matemática.

Um aspecto importante da modelagem matemática é o seu caminho de partida. Este não está pautado necessariamente em um problema matemático. Portanto, a situação-problema pode ser gerada de questões situacionais da sociedade. Exige dos seus participantes uma dinâmica dialógica e de intensa pesquisa.

A matemática aplicada no seu campo de ação requer um intenso diálogo com outras ciências ou formas de conhecimento, portanto o seu campo epistemológico é amplo em função da inserção da matemática nas atividades humanas, ainda por ser ela mesma um produto da cultura humana.

Para Bassanezi (2014, p.16) a abordagem de situações-problemas através da modelagem matemática facilita aspectos lúdicos e suas potencialidades de aplicação.

Essa percepção preliminar nos motivou pesquisar o desenvolvimento desses campos de pesquisa no Brasil, pois percebemos sua importância manifestas nos principais programas de pós-graduação em educação e ensino de matemática. Buscamos levantar um quadro da participação desses campos de pesquisa na forma de disciplinas ou mesmo inclusos em ementas de disciplinas de educação matemática.

Isto, consequentemente, nos impulsionou a pesquisar a vivência dos discentes nestes campos como produtos do grau de inserção das abordagens da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas na formação dos futuros professores de matemática, seja sob seus aspectos históricos como também como instrumentos metodológicos de recursos didáticos para o desenvolvimento do ensino-aprendizagem.

Diante dessas duas grandes áreas Educação Matemática nos colocamos sob a seguinte questão de pesquisa: Quais pontos de convergências há entre a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas em suas proposições teórico-metodológicas?

Além da questão acima, procuramos investigar respostas as seguintes questões: a) Poderia a Resolução de Problemas se enquadrar como um campo imerso no processo de Modelagem? b) A Instituições de ensino têm contribuído para o desenvolvimento da Modelagem Matemática e Resolução de Problemas na formação dos alunos de licenciatura?

Os objetivos da pesquisa são: a) Estabelecer levantamento documental das ementas de um curso de Licenciatura em Matemática; b) Identificar abordagens da Resolução de Problemas e Modelagem Matemática nas ementas de um curso de licenciatura; c) Tecer comparações entre as duas metodologias de aprendizagem.

A primeira seção deste trabalho trata do desenvolvimento da aprendizagem por resolução de problemas. Buscamos no levantamento bibliográfico estabelecer na linha do tempo seu desenvolvimento teórico e metodológico, identificando como seu principal autor George Polya. Apresentamos uma visão panorâmica deste campo de pesquisa no Brasil, com destaque para Lourdes de la Rosa Onuchic que é a pioneira em pesquisa sobre Resolução de Problemas com contribuições que colocaram o Brasil neste roteiro internacional da pesquisa em Educação matemática.

Seguindo o mesmo critério de apresentação, dispusemos na segunda seção o desenvolvimento da Modelagem Matemática como processo de ensino e aprendizagem na matemática Básica. Esta seção traz uma abordagem mais específica da Modelagem no Brasil, onde procuramos delinear o seu desenvolvimento como campo de pesquisa na Educação Matemática. Realçamos algumas dimensões tomadas pela pesquisa em Modelagem – seu caráter cognitivo, as a possibilidade de abordagens no campo da semiótica, com o intuito de ao descrevê-la, apresentar correlações possíveis com outras áreas de pesquisa que têm contribuído para sua construção teórica.

Essas duas seções, portanto, são basilares para o desenvolvimento dessa pesquisa, pois, situam os dois campos nos momentos históricos do desenvolvimento da Educação Matemática no mundo e no Brasil nos séculos XX e XXl, apresentando, de forma panorâmica os seus conceitos e suas metodologias.

Na terceira seção descrevemos a metodologia da pesquisa. Na seção seguinte fizemos o estudo comparado das duas metodologias baseado nas abordagens feitas por Biembengut (2016).

A seção 5, apresenta o estudo das ementas da FEUC – instituição escolhida para apresentação do produto e questionário de pesquisa. A seguir, na sexta seção, relatamos como foi o encontro na faculdade, e analisamos as respostas dos alunos. Por fim, as considerações finais.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção buscamos destacar o desenvolvimento da teoria da Resolução de Problemas e Modelagem Matemática, nesta ordem, que ao longo dos últimos 30 anos, tornaram-se fonte de pesquisa na Educação Matemática do Ensino Básico. Como duas vertentes independentes dos programas de pesquisa em educação matemática, apresentamos aspectos históricos e teóricos-metodológicos de suas propostas nas suas inserções no ensino básico. O levantamento histórico-bibliográfico feito nessa seção objetiva dar suporte a um dos objetos dessa pesquisa: a comparação entre essas duas práticas pedagógicas nas suas possíveis similitudes. Procuramos, dentro de pequenos recortes bibliográficos, apresentar suas principais características de forma a nos dar suporte textual na busca das respostas as nossas inquisições.

2.1 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E SUA TRAJETÓRIA COMO CAMPO DE PESQUISA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Nesta seção descreveremos os diversos caminhos procedimentais da Aprendizagem por Resolução de Problemas no Ensino de Matemática.

Para Echeverría (1998; apud POZO,1998, p.43), é inquestionável que, no campo do estudo dos currículos, a resolução de problemas seja parte integrante da Matemática. Mesmo no ensino tradicional, a resolução de problemas sempre se fez presente no processo de construção das matemáticas escolar e acadêmica.

Nos livros textos de matemática do ensino básico, traduzindo uma proposta implícita dos currículos, ao fim de cada capítulo ou permeando os conteúdos abordados, geralmente é encontrada a seção de resolução de problemas como mera listagem de exercícios.

> Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações e operações para saber um resultado. Ou seja, a solução não está construída no início, no entanto é preciso construí-la. (2017, MENINO e ONUCHIC apud ONUCHIC, JUNIOR e PIRONEL, 2017, p. 235)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL,1998), seguindo os indicativos da “Agenda para Ação”, uma publicação de 1980 do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), que sinalizava a resolução de problemas como ponto de partida para a abordagem da matemática escolar, nos indica:

> A resolução de problemas, (...), possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como ampliar a visão que têm dos problemas. (BRASIL, 1998, p.40)

A prática da resolução de problemas remonta a antiguidade não certamente como a concebemos hoje, entretanto o enfrentamento de problemas e suas soluções remontam o Egito antigo.

> Os problemas nos currículos remontam, pelo menos, tão longe como os antigos egípcios, chineses e gregos. Por exemplo, o Papiro de Ahmes, copiado pelo escriba Ahmes, cerca de 1650 A. C., de um documento mais antigo. (STANIC; KILPATRIC, 1989, p.1)

As cheias do rio Nilo se converteram num problema de dimensionar a cobrança de impostos em função do restante de terra não inundada. As próprias atividades agrícolas demandaram observações periódicas de fenômenos da natureza correlacionados a maior fertilidade do solo.

Ao longo das atividades humanas de forma sistematizada ou não, a prática de resolução de problemas é cada vez mais incorporada como constituintes da prática humana sobre as coisas que permeiam seus caminhos.

Podemos afirmar que é condição do exercício do intelecto a estruturação das coisas da vida humana em forma de situações-problema, o que, por conseguinte requer a busca de caminhos almejando uma resposta.

Com a revolução científica, iniciada por Galileu no século XV e impulsionado pelas sociedades científicas que estimulavam o poder criativo do homem, o desenvolvimento das técnicas geradas pelos saberes científicos revistos ou criados, exigiam cada vez mais da sociedade saberes que na idade média, eminentemente agrícola e pastoril, não se manifestavam como condições básicas para o indivíduo comum, o camponês.

Podemos supor que àquela época as situações-problema do dia-a-dia se resumiam a questões operacionais rotineiras. Para o indivíduo, em princípio, o leque de atividades era restrito as atividades de ferragens, carpintaria, agricultura, produções artesanais de curta escala, confecções de armamentos etc.

Numa sociedade rigidamente estratificada, as instituições educacionais restringiam-se à nobreza. De modo geral, a Igreja cabia a educação. Como dito acima, a era Moderna, iniciada, aproximadamente, no século XVI, com o movimento renascentista, impulsiona as ciências para o desenvolvimento das técnicas em diversos campos de atuação humana, da agricultura à mineração, por exemplo.

Este processo culminou com a revolução industrial, dada com maior ímpeto na Inglaterra e posteriormente Alemanha, França e Paises-Baixos. Os processos de produção se intensificam e se diversificam exigindo do indivíduo maior escolarização para o trato com as novas tecnologias.

Portanto, no mundo, a partir da revolução industrial as relações sociais se diversificam em função da crescente mudança dos modos de produção.

Com o aumento da inserção do trabalhador no processo escolar, a pergunta imediata seria: "O que ensinar?". A questão curricular e de aprendizagem tornam-se eixos firmes na consecução da escola emergente.

No século XIX, teorias pedagógicas se desenvolvem baseadas em teorias psicológicas na busca dos processos de aquisição do conhecimento e da aprendizagem.

A Teoria da Disciplina Mental (TDM) desenvolvida pelo psicólogo Alemão Christian Wolff no século XVIII (1740), desde então, mantinha-se como aquela explicativa dos processos de assimilação das formas de conhecimento.

Segundo Morais e Onuchic (2014, 18-19), essa teoria entendia a mente humana como uma detalhada hierarquia, isto é, uma coleção de faculdades e capacidades, a saber: percepção, memória, intuição ou razão, imaginação e compreensão.

Segundo Morais e Onuchic (2014, 19), Wolff defendia que treinando uma das habilidades acima, as demais seriam consequentemente desenvolvidas. Portanto, bastava que a escola centrasse sua atenção no desenvolvimento de uma das habilidades que o processo de aprendizagem ocorreria.

Embora a teoria de Wolf pareça estar desconexa do que se objetiva apresentar nesta seção, sua teoria da aprendizagem suscitou questões que levaram posteriormente a abordagens preliminares da Resolução de Problemas tendo como contraponto exatamente suas propostas no tocante ao ensino de aritmética.

No início do século XX, Edward Lee Thorndike e Robert Sessions Woodworth publicam um artigo que questionava a eficácia da Teoria da Disciplina Mental. Em sua pesquisa, pautados em dados experimentais, puseram em questão a teoria de Christian Wolff.

A publicação do artigo em 1902 sob o título "A influência da melhoria em uma função mental sobre a eficiência de outra função" provocou nos meios acadêmicos um fluxo de pesquisas na área da cognição, sejam por matemáticos e psicólogos, dividindo-se em correntes que buscavam confirmar ou refutar a tese da pesquisa de Thorndike e Woodworth.

Sua pesquisa deu origem a uma corrente de teoria cognição denominada Conexionismo. Esta teoria preconizava que no processo de aprendizagem ou do conhecimento, conexões eram criadas, rompidas ou reajustadas na confrontação com novas situações e respostas.

Por conseguinte, seriam necessários o reforço de exercícios motivacionais na conjunção dessas conexões, pois os exercícios repetitivos não seriam garantia da permanência do conhecimento a ser aprendido, como cita o autor:

> Os velhos métodos punham grande fé na mera frequência das conexões - isto é, na mera repetição - para a aquisição de conhecimentos, de hábitos e desembaraço em aritmética. Ouviam e viam que 7 + 9 = 16, 6 x 8 = 48, sempre do mesmo modo, hora após hora, e, dia após dia e, muitas vezes, em uma vintena de tais repetições, não formavam coordenações perfeitas. Por quê? (...). Porque alguma coisa independente da repetição deve, evidentemente, atuar para o êxito do trabalho, alguma coisa que podemos chamar interesse ou motivo ou satisfação. Está provado que aquelas coordenações ou conexões que satisfazem a alguma necessidade ou desejo profundo do aprendiz se formam em pouquíssimas repetições. (THORNDIKE, 1936, p. 77-78).

Na teoria Thorndikeana, o processo de ensino é estabelecido nas seguintes etapas: 1) lei do efeito, qual seja, as conexões acompanhadas de estimulo e satisfação tendem a estabelecer-se, porém àquelas acompanhadas de estados de aborrecimento ou contrariedade não se firmam ou estabelecem. 2) lei da prontidão ou da maturidade específica. 3) lei do exercício ou repetição, o uso ou desuso de certas atividades provocariam o fortalecimento ou não das conexões.

Na matemática, sua contribuição está presente na obra "Os Novos Métodos da Aritmética" publicada em 1921.

Na sua concepção, a Aritmética deveria estar associada a situações do cotidiano, portanto, não se deveria ensiná-la justificada pela própria Aritmética.

Sendo assim, os livros textos deveriam considerar abordagens do cotidiano e a resolução de problemas e necessariamente deveriam focar nas resoluções e respostas coerentes com a prática humana.

Por exemplo, numa distribuição de 15 pirulitos para 6 crianças, o resto três seria passível de questionamento. Num problema tradicional as perguntas frequentes são: “Quantos pirulitos receberam cada criança?" ou ainda, "Quantos restaram? Para Thorndike (1921) na vida real a sobra seria pouco provável. Ainda assim caberia a pergunta "O que fazer com o resto?". No seu livro vários exercícios colocavam em questão a sua contextualização. No capítulo 7 de sua obra, são indicados procedimentos para resolução de problemas.

Segundo Morais e Onuchic (2014, p.20), Thorndike considerava que a resolução de problemas tem que ser parte integrante do desenvolvimento da aritmética. Sua obra, com tradução para o Brasil em 1936, predispõe a resolução de problemas e toda aritmética sob o eixo de sua teoria psicológica que nasce da contraposição da Teoria da Disciplina Mental,

Ainda que reconheça, de forma crítica, que muitos autores considerem qualquer tipo de busca de resposta como resolução de problemas, Thorndike destaca a necessidade dos problemas serem focados em situações reais que estabeleçam forte significado para o indivíduo em situação de aprendizagem.

Não bastaria, segundo o autor, impor à mente atitudes disciplinares na resolução de problemas. Porém, destaca que se tivermos algum engenho não seria difícil encontrar grande cópia de problemas que ao mesmo tempo exercite convenientemente as aptidões mentais, contribuam para preparar de modo mais completo e direto para a vida (THORNDIKE,1936, p.153). As suas questões procedimentais (Quadro 1) precedem a famosa obra de Polya.

Quadro1: Protocolo criado por Thorndike,

(1) Se você sabe ao certo como resolver o problema, siga em frente e resolva;
2) se você não enxerga uma forma de resolver o problema, considere a questão, os dados e a sua utilização e faça as seguintes perguntas a você mesmo: Qual pergunta é feita? O que eu faço para descobri-la? Como devo usar esses dados? O que eu devo fazer com esses números, e com o que eu conheço sobre eles;
3) Planejar o que você irá fazer, e por que, e organizar o seu trabalho de forma que você saiba o que você faz;
4) Cheque as respostas obtidas para ver se valem e se o raciocínio feito está de acordo com o que solicitou o [enunciado do] problema.

Fonte: THORNDIKE, 1921, p.138-139.

Para Morais e Onuchic (2014, p. 21), apesar do trabalho de Thorndike ter destacado especificamente uma aritmética focada na vida real e, por conseguinte, ter a preocupação com as questões procedimentais e com a elaboração textual dos problemas voltado para a perspectiva do cotidiano do indivíduo, sua teoria se destinou a forma mais geral da aprendizagem.

No quadro que se apresentava a partir da década de 30 do século passado, a teoria da conexão suscitou discussões sobre o processo do ensino-aprendizagem no tocante a lei do exercício ou da repetição.

Embora sua teoria destacasse a questão do estímulo por meio de atividades: quanto maior seu estímulo, maior o fortalecimento das conexões e menor a necessidade de exercícios.

Segundo Brownel (1944, apud ONUCHIC; MORAES, 2104, p.21), a teoria conexionista da aprendizagem induziu os professores a estabelecerem suas aulas com indicativos das formas das respostas que se esperavam que os alunos encontrassem, não considerando os estágios de desenvolvimento de suas respostas.

Percebe-se, portanto, um eixo que vai se repetir posteriormente na abordagem por resolução de problemas: a forte ligação com questões cotidianas.

Embora tente uma postura crítica às respostas imediatas e costumeiras dos processos operatórios, numa tentativa de contextualizá-las à vida, Thorndike sugere que sempre haverá possibilidade de elaboração de uma lista de exercícios que enfoquem a prática cotidiana, o que de certa forma repete as famosas listas de exercícios dos livros da época, com o diferencial de buscar focar em alguma possível contextualização.

A preocupação com os procedimentos e técnicas de resolução de problemas faz presente na famosa obra de Polya (2006) "A Arte de Resolver Problemas" (título original: It' s Solve it) que teve sua primeira tiragem em 1945. A sua obra destaca a necessidade de criação de procedimentos que constituam a consolidação dos conteúdos matemáticos. Não relaciona necessariamente problemas do cotidiano como possibilidades da aprendizagem, mas a questão procedimental é importante.

As experiências em exercícios correlatos são importantes para o seu método. Portanto, defende que existe uma memória que subjaz o texto trabalhado, funcionando como âncora ou referencial resolutivo.

Neste aspecto, resolver um problema para Polya não se dá de forma categórica com situações-problemas inteiramente desconhecidas, mas abre-se à possibilidade de ter como recursos problemas que tenham alguma similaridade com o problema proposto.

Na sua obra, não são feitas alusões ao que seja um problema de fato, como o faz posteriormente quando cita em sua participação no II ICME (International Congress Mathematics Education), a convite do National Council of Teachers of Mathemetics (NTCM) nos idos dos anos 80 do século passado.

Pozo (1998, p 48) afirma que para podermos falar da existência de um problema, a pessoa que está resolvendo essa tarefa precisa encontrar alguma dificuldade que a obrigue a questionar-se sobre qual seria o caminho que precisaria seguir para encontrar a meta.

A abordagem de Polya está na ênfase da efetiva participação do aluno no processo de resolução. Embora com nuances de processos repetitivos e comparativos e da busca de similaridade de questões situacionais, sua obra destaca o dinamismo da relação professor-aluno na resolução de problemas e na busca da autonomia intelectual do aluno.

Segundo Morais e Onuchic (2014, p.23) o trabalho de Polya sobre resolução de problemas (RP) vai além das 4 fases propostas por ele, indicada abaixo.

Cabe destacar que no bojo de sua pesquisa a melhoria das habilidades na resolução de problemas seria um tema central no desenvolvimento da matemática acadêmica ou daquela do currículo escolar.

Para a consecução deste objetivo seria preciso que os professores também fossem bons resolvedores de problemas. Neste sentido, é sugerido que a prática da resolução de problemas deva fazer parte da formação dos professores. Como parte essencial da prática matemática, um forte traço da RP é sua integração como componente curricular, integrado aos desenvolvimentos dos temas da matemática.

Esta, na verdade, foi a tendência da proposta de Polya ao destacar a prática da resolução de problemas como essencial para o desenvolvimento da matemática que indicava uma postura a ser assumida pelo aprendiz. As situações-problemas, portanto, seriam fontes geradoras do seu processo epistêmico.

Indicam Moraes e Onuchic (2014, p. 31), que a aprendizagem por Resolução de Problemas (RP) se encaminha já em meados do século XX para uma teoria pedagógica da aprendizagem na Educação Matemática.

Discutir os procedimentos necessários para resolução de um problema de natureza matemática é uma necessidade constante para o desenvolvimento dessa metodologia de aprendizagem matemática.

Um dos aspectos interessantes da proposta de Polya é sua ênfase aos processos heurísticos. Essas ideias sobre os processos heurísticos na RP são destacadas no prefácio de um curso que apresentou em 1967 na universidade de Stanford que seriam aconselhamentos de como desenvolver didaticamente as técnicas de resolução de problemas. Polya traçou indicativos da ação de resolver um problema.

> Comece com algo que é familiar, ou útil, ou desafiador. Que possua alguma conexão com o mundo ao nosso redor. A partir da perspectiva de alguma aplicação, a partir de uma ideia intuitiva. Não tenha medo de usar uma linguagem coloquial quando é mais sugestiva do que a terminologia convencional e precisa. Na verdade, não apresente termos técnicos antes que o estudante possa ver a necessidade para eles. Não entre muito cedo em detalhes pesados de uma prova, dê primeiro uma ideia geral ou apenas o germe intuitivo da prova. De modo geral, perceber que a forma de aprender é aprender por etapas. (POLYA, 1967, apud ONUCHIC; MORAES, 2014).

A defesa da intuição, dos processos Heurísticos, indicados pelo autor são indicativos das possibilidades criativas na proposta da resolução de problemas. Sendo assim, os caminhos da resolução tornam-se fundamentais na prática da resolução de problemas, sendo mesmo uma postura de pesquisa, de busca de informações indicativas dos caminhos desconhecidos propostos.

Segundo Balieiro (2004, p.158) os processos de cognição apresentados no raciocínio heurístico estão diretamente ligados ao como fazer, ao como pensar e ao como resolver problemas, ou seja, a aprendizagem da matemática estaria intimamente relacionada com a própria invenção das ciências nos processos de formação do pensamento científico. A heurística aliada a uma teoria consistente é fonte profícua do desenvolvimento da aprendizagem e das questões epistêmicas das matemáticas.

Polya (2006) recorre aos processos da heurística da antiguidade como aconselhamento e prática de sua proposta metodológica. Isto fica exposto na tese de doutorado de Balieiro (2004) que coloca de forma comparativa as noções presentes da Heurística nos textos de Arquimedes, Pappus e na obra a “A guerra para a direção do espírito” de Descartes, buscando correlações com as propostas de Polya.

A atividade heurística, definida como um esquema psíquico através do qual o homem cria, elabora e descobre a resolução de um problema, é o eixo central dos estudos sobre como pensamos, estabelecidos por Polya, e que fundamentam a Resolução de Problemas, linha de pesquisa em Educação Matemática. (BALIEIRO, 2004, p.2)

Quanto mais estabelecermos a conjunção da prática com a teoria, maior a probabilidade de acerto nas conclusões das questões que são propostas em situação de aprendizagem. Bazarian (1996, p.91) considera que: “Quando munirmos prática com teoria, a probabilidade de fluir intuições verdadeiras é muito maior e ela se torna invencível na sua especialidade”.

Certamente, neste caso, as correlações da matemática com outras ciências, tem sido fonte inesgotável da prática da matemática escolar.

Percebemos que a heurística é parte integrante dos processos epistêmicos, da construção do conhecimento, se estabelecendo uma relação intima e comparativa entre as intuições oriundas dos processos racionais, filosóficos, artísticos, da vida cotidiana e assim por diante.

Para Bazarian (1986), que desenvolve uma pesquisa científica e gnosiológica sobre o caráter da intuição na Heurística nos processos da formação dos sistemas epistêmicos, quer de caráter científico, filosófico, artístico ou de ordem cotidiana, os processos de resolução podem aparecer em forma de suposição, pressentimento, adivinhação. Diante disso, novos conhecimentos são estabelecidos e formas de solucionar situações cotidianas ou de origem acadêmica.

Ainda que possam ser conjecturas intuitivas, onde suas verdades teriam que estar justificadas a teoria e a prática, a produção do conhecimento se estabelece.

Afirmam Chaves e Neves:

> [...] intuição, é uma espécie, uma forma, um modo, inclusive um método de conhecimento direto, que depende e, ao mesmo tempo, completa as demais formas do conhecimento (sensível e racional). A intuição seria, pois, uma função ou operação especial de nossa mente, de nossa razão, de nosso espírito. Mas, a evidência e a intuição não podem servir de critério para a verdade. O critério da verdade é a prova prática e a teoria. (CHAVES e NEVES, 2016, p.40)

Importante ressaltar que a intuição como parte integrante da resolução de problemas se complementa com os esquemas resolutivos, com suas manifestações práticas. Não há, nas falas de Bazarian, contradições com os aspectos intuitivos na resolução de problemas.

O que de fato critica é o apelo irrestrito à intuição como único método de encaminhamento do problema, sendo importante sua confrontação com os caminhos escolhidos nos processos de RP. Para estabelecermos essa diferença sutil entre os diversos tipos de intuição estabelecidos, precisamos Identificar os caminhos heurísticos que os alunos percorrem é fonte inesgotável de pesquisa no campo procedimental da resolução de problemas, precisa ser objeto de observação do professor em sua dinâmica no meio de aprendizagem.

Naturalmente, perceber como e quando se começa a aprender os processos de resolução de problemas e como se poderia-deveria ensiná-lo nos parece um caminho que tem incentivado a pesquisa nesta área. Como se ensinar o processo ou um processo de resolução de problemas? Para Polya de forma mais direta a questão procedimental é estrutural dentro de sua proposta pedagógica de aprendizagem por resolução de problemas. Em sua construção pedagógica são destacadas quatro fases (Quadro 2):

Quadro 2: As quatro fases de Polya.

i) **<u>A compreensão do problema</u>**. Nesta fase, requer-se a busca pela incógnita do problema, qual seja, numa interpretação textual atenta, deve-se buscar a essência do problema. Neste sentido, Polya sugere as seguintes perguntas: quais são os dados do problema e quais suas condicionantes?
ii) **<u>Estabelecer um plano de encaminhamento do problema.</u>** Uma das estratégias propostas é elencar junto ao aluno os recursos matemáticos que ele dispõe para o estabelecimento do seu plano de resolução. Esta fase é de pura experimentação de esquemas, desenhos, algoritmos que possam representar um caminho resolutivo. Muitas tentativas frustradas indicarão um caminho de ida e volta até o acabamento do seu plano. Estabelecer, portanto, um plano, é criar e recriar as estratégias de sua resolução.
iii) **<u>Execução do plano.</u>** A execução do plano requer do aluno ou daquele que se proponha responder a inquisição da questão, uma postura revisionista *pari passu,* na certeza do caminho seguro. A todo o momento o aluno, segundo Polya, deve requerer conhecimentos anteriores nesta análise do encaminhamento do seu plano. Perfazer o caminho planejado, utilizando os recursos elencados, para confrontá-los com a pergunta do problema, verificar se não existem contradições entre os esquemas engendrados e a retidão da teoria. Buscar problemas similares faz parte, dentro dessa pedagogia, das atividades de resolução de problemas em matemática.
iv) **<u>Retrospecto da Resolução.</u>** Esta fase é igualmente importante, pois está baseada numa visão panorâmica do problema. Neste momento é sugerida discussões e analises dos encaminhamentos dados em sua resolução até a sua solução. Ainda, nesta fase pode-se perceber equívocos na execução do plano ou em sua própria concepção, o que leva aquele que se propõe na caminhada refazer os seus percursos.

Fonte: (POLYA, 2006, p. 5-12.)

Com relação a estas fases, Pozo (1998, p.23) predispõe um quadro de questionamentos referentes as quatro fases propostas acima. Elencamos do seu quadro algumas perguntas que consideramos pertinentes, desconsiderando outras que eram bem próximas daquelas que escolhemos ou modificando a estrutura da pergunta para evitar similaridade entre elas. Estas perguntas - indicadas no quadro 3 - são indicativos estratégicos na estrutura resolutiva de Polya.

Quadro 3: Questionamentos propostos por Pozo.

Compreender o problema
- Qual é a incógnita? Quais são os dados?
- Qual é a condição? A condição é suficiente para determinar a incógnita? Redundante? Contraditória?
Conceber um plano
- Já encontrou um problema semelhante? Ou já viu o mesmo problema proposto de maneira um pouco diferente?
- Conhece algum teorema ou algoritmo que possa lhe ser útil?
- Olhe a incógnita com atenção e tente lembrar um problema que lhe seja familiar ou que tenha a mesma incógnita.
- Poderia enunciar o problema de outra forma?
-Se não souber resolver o problema proposto, tente resolver semelhante. Poderia imaginar um problema análogo uma pouco mais acessível? Poderia imaginar um problema mais específico ou mais generalista correlato ao problema proposto?
- Pode resolver uma parte do problema?
Execução do plano
- Ao executar seu plano de resolução, comprove cada um dos passos.
- Pode ver claramente que o passo é correto? Pode demonstrá-lo?
Visão retrospectiva
- Pode verificar o resultado? Pode verificar o raciocínio?
- Pode obter o resultado de forma diferente? Pode vê-lo apenas com uma olhada?
- Pode empregar o resultado ou método em algum outro problema?

Fonte: Adaptado. (POZO, 1998, p.21)

Para Pozo (1998, p. 32-42), temos duas perspectivas distintas para a teoria da resolução de problemas: a) Sua prática desenvolve o raciocínio, atuando como coadjuvante para o desempenho em outras áreas do conhecimento, ou seja, por similaridade e estruturação de caminhos já percorridos, o aluno ou aquele que pesquisa, conjectura soluções em outras áreas de forma correlatas àquelas percorridas no desenvolvimento de resoluções-problemas em matemática; b) Por outro lado, a prática da resolução de problemas auxilia no desenvolvimento de procedimentos matemáticos para o desenvolvimento científico da sociedade.

Nos Estados Unidos da América em 1980, as diretivas para reforma curricular buscavam um retorno aos fundamentos da matemática e tiveram a aprendizagem por resolução de problemas como indicativo das novas propostas curriculares, como cita Van de Walle:

> A resolução de problemas possibilita um ponto de partida para uma ampla gama de alunos. (...). Enquanto os alunos discutem ideias, desenham figuras ou usam modelos interativos, defendem suas soluções e avaliam as soluções dos outros e escrevem relatórios ou explicações, eles fornecem ao professor um fluxo permanente de informação valiosa para planejar a próxima lição. (VAN DE WALLE, 1999)

A aprendizagem por resolução de problemas retorna com força nos idos de 1980 como um grande movimento nos EUA em que se buscava consubstanciar um rompimento da matemática escolar com o Movimento da Matemática Moderna.

. A aprendizagem da matemática tanto quanto o seu campo teórico como o prático estaria voltada para as ciências ditas emergentes, segundo o documento.

Neste período, segundo Morais e Onuchic (2014), as décadas de 80 e 90, foram de intensas discussões sobre a natureza da resolução de problemas - em minúsculo - e a Resolução de Problemas (RP) - em maiúsculo - indicando seu texto, sutil diferença entre as duas representações.

O que nos indica ser a primeira - resolução de problemas - exercícios estruturados para os conteúdos matemáticos ou para o desenvolvimento da matemática em si mesma.

O segundo – Resolução de Problemas (RP) - trata-se de uma metodologia que sugeriria um vasto campo de pesquisa, onde a definição de resolução de problemas, segundo sua distinção, pautada no documento, não deveria se limitar a forma habitual de tratar a análise do problema tão somente por seu enunciado, os problemas não poderiam ser pensados de forma isoladas, mas projetados para um futuro que se apresentaria incerto.

De certa forma, esses movimentos na educação matemática geraram uma agitação nos meios escolares e editoriais, onde a necessidade de se sentirem incorporados fez com que todas as abordagem textuais dos livros didáticos fizessem referências à Resolução de Problemas, criando um modismo terminológico nos textos didáticos e paradidáticos que de certa forma escamoteavam, segundo Schoenfeld (2008), a mera listagem de exercícios, não passando os seus textos de uma farsa.

Nas escolas americanas, estes textos, embora citassem a teoria de Polya, reforçavam as intermináveis listas de exercícios, já combatida no início do século XX nos trabalhos de Thorndike.

Defendia-se que uma das matrizes do desenvolvimento da matemática escolar seria a resolução de problemas. Esta, na verdade, seria a questão basilar da prática da matemática escolar como defendia Polya em sua publicação em

1945. Percebe-se nos artigos da época que essa transformação de prática da matemática escolar não é uma proposta de rompimento radical com a matemática acadêmica, mas seu sustentáculo.

Para Polya, no seu artigo "Sobre a resolução de problemas de matemática na high school" a definição de resolução de problemas seria:

> (...) encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. Se o fim por si só não sugere de imediato os meios, se por isso temos de procurá-los refletindo conscientemente sobre como alcançar o fim, temos de resolver um problema. Resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho diante de uma dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado. (POLYA apud KRULICK; REIS, 2010, p.).

Embora haja a perspectiva manifesta de maior amplitude desta prática para outras áreas do conhecimento e mesmo para vida comum, percebemos que na sua doutrina originária, a Resolução de Problemas está focada nos problemas matemáticos, com exemplificações procedimentais baseadas nos protocolos de Polya (2006).

Por conseguinte, embora se reconheça que a Resolução de Problemas seja uma atividade integrante do processo de elaboração da matemática acadêmica e escolar, esta condição básica da atividade Matemática nos parece ser inerente a qualquer pergunta geradora que incite uma resposta ou uma situação problema.

A Filosofia, por exemplo, é gerada pela dúvida sobre as coisas, sua ordenação, seus entes. A Física nos apresenta exemplos ricos de problemas apresentados no seu corpo teórico que suscitam a busca por suas resoluções e respostas.

Para Pozo (1998), a compreensão de problemas matemáticos sofre grande influência de vários fatores, sejam estes matemáticos ou não. Essa postura assumida nos indica que o estudo da metodologia da resolução de problemas pode estar associado à sua contextualização, ganhando projeções de estudo e prática além da questão puramente metodológica.

Sob a perspectiva colocada acima, a prática da Resolução de Problemas além de se estabelecer como dinâmica da própria construção da matemática está presente em outras atividades humanas, sendo geradora de formas de conhecimento nos seus campos de resolução.

Ainda que se reconheça que os protocolos criados por Polya criem possibilidades para outros campos da atividade humana, tendo seus protocolos de resolução como diretivas, a didática da matemática através da Resolução de Problemas está incorporada estritamente a uma proposta curricular de ensino. Isto é importante destacar, pois sua proposta enseja um revisionismo no ensino da matemática escolar e, por conseguinte, uma mudança de abordagem dos conteúdos do Ensino Básico.

No caso das abordagens e propostas do NCTM pelos idos dos anos 80 do século passado, suas indicativas seriam a contextualização dos conteúdos matemáticos tendo como eixo a resolução de problemas. A crítica aos exercícios repetitivos, mecanizados, que levavam como diziam os documentos do NCTM, a uma aprendizagem acrítica se opunha às perspectivas de uma sociedade cada vez mais tecnológica.

Cabe destacar que a RP para Nicholas Branca (apud KRULIK; REYS, 1997, p.4), pode assumir diferentes significados para diferentes pessoas num dado tempo ou ainda assumir outros significados para um mesmo indivíduo em tempos distintos. Podemos considerar de forma restrita três considerações ou interpretações mais frequentes nas resoluções de problemas, segundo Nicholas Branca (1997, p 4-11):

1) **A resolução de problemas como uma meta**. Especificamente para o Ensino da Matemática a RP está no cerne da aprendizagem matemática, a aprendizagem matemática está pautada ou focada nos seus empenhos na resolução de problemas. Segundo Begle (1979), o verdadeiro fundamento para o ensino da matemática está relacionado à sua utilidade na resolução de diversos problemas. Neste caso, nos parece que a matemática escolar tem como meta a resolução de problemas do cotidiano. Para Branca (1997), quando a resolução de problemas é dada como a grande meta, sendo a justificativa primeira para se estudar matemática, pois a questão central é aprender a resolver problemas.

(2) **A resolução de problemas como um processo**. Neste caso, cabe destacar que a resolução de problemas não está objetivada simplesmente na obtenção

da resposta, mas nos métodos utilizados, nos seus processos heurísticos. Neste caso, é mais interessante observarmos os diversos procedimentos que os estudantes percorreram no tratamento da sua resolutividade do que na resposta. Segundo LeBlanc (1977, apud BRANCA, 1997, p.5), na resolução de problemas surge uma serie de caminhos adquiridos previamente a situações novas e desconhecidas. Percebemos que nesta proposta didática, a avaliação deve estar pautada no processo e, não tão somente na resposta final.

(3) **A resolução de problemas como uma habilidade básica.** A capacidade de resolver problemas foi destacada como uma das atividades básicas da matemática escolar e até mesma da matemática acadêmica. Neste sentido passa a ser uma condição indissociável aos pré-requisitos para a formação escolar do aluno. Responder à pergunta: “O que são habilidades básicas na matemática”? requer respostas mais abrangentes, que certamente têm influências diretas na questão do planejamento escolar e no currículo. Entretanto, sempre que abordadas, a capacidade de resolver problemas sempre aparece como uma das condições primordiais, junto com o desenvolvimento das operações aritméticas, ou seja, com as questões e exercícios operacionais da matemática.

Muitos documentos nas décadas de 70 e 80 do século XX destacaram que a RP é uma das habilidades básicas a serem objetivadas no currículo escolar nos EUA. O grupo de estudos School Mathemetics Study Group (SMSG) em 1972 sugeriu um currículo de matemática para alunos do Junior Hight School - equivalente ao 8º e 9º anos do ensino fundamental no Brasil - elencando temas que seriam considerados básicos para sua vida em sociedade, cabendo destacar que no seu documento (Newsllester do SMSG 1972, Nº 38), nos capítulos 4 e 19 tenham sido dedicados ao tema resolução de problemas. Nos seus manifestos, fica evidente que a prática matemática é a resolução de problemas, sejam estes práticos ou teóricos.

Destacam que embora em cada capítulo de sua proposta curricular para o secundary school sejam enfatizadas técnicas especificas de abordagens dos conteúdos, reconhecem que existem estratégias gerais necessárias à resolução de problemas variados. Certamente, este reconhecimento da existência de um lugar comum nas formas resolutivas ou nos caminhos mínimos a serem tomados, nos remontam às sugestões de Polya.

No capítulo 19, o documento da SMSG propõe-se sugestões de estratégias para a resolução de problemas. Os objetivos propostos estão pautados na seguinte tricotomia: a) formulação de um modelo matemático para um problema real; b) a análise deste modelo; c) a interpretação da análise em termos do problema original.

Tomado esses valores como estratégicos a todos os tipos de problemas, o documento propõe os seguintes objetivos: (1) Capacitar o aluno de variadas estratégias para resolução de problemas; cabe destacar a defesa que o documento faz para que se encaminhe os estudos além dos livros didáticos, tendo outras fontes alternativas no estudo da matemática escolar. A proposição da aprendizagem por RP como recurso didático ultrapassa suas preponderâncias como habilidade básica, situando esta metodologia como meta da própria matemática; (2) Desenvolver no aluno alguma versatilidade para lidar com a resolução de problemas; (3) Desenvolver habilidades para o uso de representações geométricas, de forma a suscitar novas informações sobre a resolução de um dado problema; (4) Desenvolver alguma habilidade nas representações tabulares de informações dadas dos problemas ou deduzidas das suas informações subjacentes; (5) Melhorar sua capacidade de compreensão de um problema, ensinando-o a fazer estimativas numéricas, testando no problema real.

Ainda nesse período, precisamente em 1974, o National Advisory Committee on Matematical on Education (NACOME) encarregado na Conference Board of the Matematical Sciences de produzir uma visão mais ampla do ensino da matemática, destacou a grande dificuldade de se avaliar a habilidade na RP.

Na verdade, o NACOME propõe, neste congresso, um tratamento equilibrado entre o estudo das estruturas matemáticas e a resolução de problemas. Esta é uma posição em que se destaca de outros grupos. Grande parte dos defensores da RP como eixo principal das atividades do ensino-aprendizagem da matemática escolar não destacam possíveis dificuldades epistêmicas da resolução de problemas como recurso didático dentro da estrutura curricular, embora reconheçam que a complementaridade entre o estudo das estruturas matemáticas e resolução de problemas sejam necessárias. Este fato se comprova na citação de parte do relatório do National Institute of Education (NIE) que no ano de 1975, organizou um encontro de três dias em Euclid no estado de Ohio.

> O processo de resolução de problemas ganha em eficácia com a aplicação da teoria adequada; e o terreno mais favorável para o desenvolvimento da teoria é o que vem em resposta ao desejo de resolver problemas interessantes. Assim as duas atividades - construção da estrutura e resolução de problemas, são altamente complementares e, realmente, dependem uma da outra em um currículo equilibrado. (NIE apud KRULIK; REYS, p.8)

Ao propormos essa visão panorâmica do desenvolvimento teórico-metodológico da resolução de problemas, não podemos deixar do observar suas dimensionalidades assumidas a partir dos documentos gerados nos encontros educacionais nos EUA, principalmente na década de 80, como já foi dito anteriormente. Pois, ao pôr em questão o que é resolução de problemas, quase imediatamente promulgamos o que devidamente não é resolução de problemas.

Parece ser consenso o que diz respeito à matemática abstrata, ou mesmo às operações da matemática do ensino básico, que podem estar restritas a que os autores denominam de exercícios de caráter repetitivo ou de fixação. Por exemplo: ao exercitar as técnicas de diferenciação, o aluno muitas vezes, se limita à sua parte operacional, desconsiderando, por conseguinte, os problemas que geraram os caminhos da diferenciação e integração. Ainda percebemos isto na literatura de modo geral.

Os conteúdos dispostos em blocos preconizam os exercícios descontextualizados de situações que gerem os conteúdos correlatos. Evidente que essa postura é reforçada e estabelecida pelos professores em sala de aula, em sua proposta curricular. Como num ciclo vicioso estratificado pela cultura escolar, essa postura resiste a uma prática mais participativa.

Para Pozo (1998), diante disto, existem atividades que essencialmente não são resoluções de problemas, mas atividades de fixação dos algoritmos e cálculo.

Na educação básica, as situações problemas seriam fontes motivadoras do desenvolvimento dos conteúdos, onde a matemática abstrata, no tratamento de suas estruturas se complementariam com a metodologia da aprendizagem por Resolução de Problemas.

Não há, portanto, uma ruptura entre o estudo das estruturas matemáticas com a metodologia da Resolução de Problemas, visto que, a dinâmica da aprendizagem não requer uma postura curricular rigidamente sequencial. Ainda que o seja, a prática da resolução de problemas, mesmo em caráter de terminalidade de conteúdos, tem estado presente nos textos acadêmicos e escolares e, por conseguinte, faz parte do desenvolvimento epistêmico desta matemática escolar.

Reconhecendo essas dificuldades no processo de aprendizagem matemática pautada em questões desafiadoras para os alunos, Polya defendia que para o aluno ser um bom "resolvedor" de problemas, o professor também teria que estar predisposto a essa prática. Para Onuchic (2014), neste sentido, a pesquisa de Polya transcende as 4 fases de resolução de problemas citadas na sua obra e destacadas páginas acima e de forma sutil propõe uma mudança na questão da formação docente.

2.2 A INSERÇÃO E O DESENVOLVIMENTO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO BÁSICO

A modelagem matemática como uma área da educação matemática é um acontecimento recente, segundo Biembengut (2009, p.7), começa em meados do século XX. A trajetória da modelagem matemática destituída de qualquer caráter didático-pedagógico remonta de forma categórica ao nascedouro da ciência ou seu ressurgimento no início da era moderna ou fim da idade média, não entrando na abordagem das discussões historiográficas sobre o início ou fim de um período histórico, deixando por conta da historiografia sua discussão. Mas, o que nos interessa são os fatos que identificam o que é designado modelagem matemática para que possamos estabelecer sua trajetória até o seu reconhecimento como área de pesquisa focada na aprendizagem matemática.

Entendendo modelagem como o ato de criar um modelo, de manipular algo, algum objeto ou situação sujeito a um esquema de pensamento ou sujeito a uma linguagem específica, podemos no âmbito das matemáticas, identificá-la como uma prática existente nas ciências, preliminarmente na física. A necessidade de justificar os modelos físicos ou seus fenômenos por meio da matemática e lógica foi, e ainda é uma forte característica das ciências físicas. De fato:

> A expressão, em seu conceito moderno, surge durante o Renascimento quando se constroem as primeiras ideias da Física, apresentadas segundo linguagens e tratamentos matemáticos. Hoje a modelagem matemática constitui um ramo próprio da Matemática que tenta traduzir situações reais para uma linguagem matemática, para que por meio dela se possa melhor compreender, prever, e simular ou, ainda, mudar determinadas vias de acontecimentos (...). (BIEMBENGUT; HEIN, 2014, p.2)

Segundo o dicionário do Holanda (1975, p. 933-934) dentre vários significados para a palavra modelo pomos em destaque o seguinte: “Conjunto de hipóteses sobre a estrutura ou o comportamento de um sistema pelo qual se procura explicar ou prever dentro de uma teoria científica, as propriedades do sistema". Portanto, o modelo objetiva explicar e pôr em evidências características do fenômeno estudado possibilitando previsibilidade de resultados. Neste sentido, a matemática é o meio, o instrumento de analise fenomenológica.

> Em matemática usamos e construímos modelos - modelos matemáticos - para explicar, representar e fazer previsões para situações e torná-las presentes usando matemática. O modelo matemático é então um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, que é expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento do outro sistema, em geral, não matemático. (ALMEIDA; SILVA, 2014, p.2)

Além do desenvolvimento dos modelos físicos, a prática da modelagem, pautada nos conteúdos da matemática estende-se para outras áreas como a Economia, a Logística etc. À medida que a humanidade abstrai da realidade concreta sua dinâmica, ou pontos relevantes que estabeleçam entendimentos sobre a questão fenomenológica, vai de encontro à matemática que através de sua linguagem, de suas estruturas, tem se mostrado ao longo dos séculos, terreno fértil para o que seu denominou previamente ao termo Modelagem Matemática, de Matemática Aplicada.

Para Bassanezi (2014, p.36) sobre a Matemática Aplicada e consequentemente, o ato da modelagem, os puristas a têm considerado uma atemática inferior, com poucos recursos e que a essência da matemática está em suas estruturas algébricas, seus processos de prova por indução e dedução, onde seu corpo de conhecimento a muito se desvinculou da realidade concreta desde a Grécia antiga.

Como prática autônoma, a Matemática Aplicada não seria essencialmente um ramo da matemática. Porém, se considerarmos que o próprio processo da construção das matemáticas deu-se por processos empíricos nos primórdios da humanidade, nas suas atividades de pastoreio, caça e agricultura, portanto, teríamos o nascedouro do que chamamos de matemática na constante confrontação com a realidade.

Não poderíamos deixar de confrontar essa posição com o que nos é dado ao longo da história. A própria construção da matemática egípcia, manifestada na profissão dos esticadores de corda - o que posteriormente ficou conhecido na cultura escolar como teorema de Pitágoras é fruto do empirismo do Egito antigo na sua arquitetura.

Sem deméritos aos processos metafísicos da matemática grega - negá-los seria igualmente absurdo, pois sua pujança nos deu posteriormente fontes basilares para as transformações tecnológicas contemporâneas - mas os processos empíricos do conhecimento, aqui manifestos inicialmente em matemáticas associadas a vida cotidiana, identificam esse ramo da matemática - a Matemática Aplicada - como participante da construção do conhecimento.

Neste sentido, Bassanezi (2014, p.15) afirma que se a matemática se delimitasse aos seus próprios sistemas não passaria de meros "jogos”.

Poderemos afirmar que a ciência matemática diante de sua grande extensão, não seria razoável considerar somente aspectos de suas estruturas internas, mas que a matemática assume outras dimensionalidades em função das relações com outros ramos do conhecimento humano.

De forma alguma poderíamos considerar esse aparente distanciamento da matemática abstrata da matemática aplicada como a afirmação de superioridade da primeira em relação à segunda, pois desta forma uma das posturas imediatas seria valorizar a primeira - considerada superior - em detrimento à segunda.

Como dito acima, se considerarmos seus aspectos de influência na sociedade, nas ciências e tecnologias, não podemos deixar de considerar o caráter complementar de uma em relação à outra. Bassanezi é categórico em sua afirmação:

> A matemática e a lógica, ciências essencialmente formais, tratam de entes ideais, abstratos ou interpretados, existentes apenas na mente humana - constroem os próprios objetos de estudo - embora boa parte das ideias matemáticas sejam originadas de abstrações de situações empíricas (naturais ou sociais). Tais ideias, quando trabalhadas enveredam-se pelo caminho do estético e do abstrato, e quanto mais se afastam da situação de origem, maior é o perigo de que venham a se tornar um amontoado de detalhes tão complexo quanto pouco significativos fora do campo da matemática. (BASSANEZI, 2014, p.17.).

A Matemática Aplicada seria, por conseguinte a ponte complementar entre a teoria e a prática. Neste sentido é fonte basilar dos processos de pesquisa de outras ciências, não justificando sua desqualificação como componente de uma produção matemática de alto nível.

Não devemos reduzi-la a um receituário de esquemas visando solucionar situações cotidianas ou das ciências, mas como um processo de cognição a julgar e pesquisar o modelo ou sistema adequado para a solução de um problema

A modelagem matemática se situa dentro da Matemática Aplicada onde, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.12), no interior do qual surgiram os primeiros conceitos e procedimentos em relação ao que se caracteriza uma atividade de Modelagem Matemática.

Na busca de explicações sobre uma situação real, que certamente nos afaste de uma justificativa ingênua do fenômeno objeto de estudo, procura-se uma linguagem adequada com uma proposta conceitual e sistêmica que nos propicie um grau de clareza e criticidade do fato em questão.

Essencialmente, estamos nos referindo a situações problemas que podem ser científicas ou não. A grande discussão dos processos de aprendizagem da matemática concerne no caráter de sua dimensionalidade.

Devemos ensinar a matemática pela matemática ou redimensioná-la aos problemas de ordem cotidiana extrapolando suas estruturas internas? Se as ciências têm se servido dos sistemas de conhecimentos matemáticos para o seu desenvolvimento epistemológico, porque nas situações de aprendizagem, caminhos similares não possam ser adotados?

Sejam os matemáticos puristas, como aqueles que se dedicam a matemática aplicada reconhecem na matemática linguagem poderosa e um campo de conceitos vastos para explicar fenômenos não essencialmente matemáticos, como nos campos teóricos da economia, sociologia, geografia etc. Como cita Bassanezi:

> O objetivo fundamental do "uso" da matemática é de fato extrair a parte essencial da situação-problema e formalizá-la em um contexto abstrato onde o pensamento possa ser absorvido com uma extraordinária economia de linguagem. Desta forma, matemática pode ser vista como um instrumento intelectual capaz de sintetizar ideias concebidas em situações empíricas que estão quase sempre camufladas num emaranhado de menor importância. (BASSANEZI, 2014, p.18).

A Modelagem Matemática tem tido desenvolvimento profícuo nos programas de graduação e pós-graduação como destaca Bassanezi (2014). Os fenômenos dinâmicos têm se servido vastamente das equações diferenciais, do Cálculo Infinitesimal, criando recortes de fenômenos consistentes. Mas também em seus textos, são feitas referências à construção da matemática nos meios da escola básica que possibilitem uma prática mais crítica ao seu desenvolvimento em situações de aprendizagem.

A inserção da modelagem matemática no ensino ganha vulto a partir de 1960, como destaca Biembengut (2009) em seu artigo "30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais".

O termo modelagem matemática que já era encontrado no início do século XX em textos de engenharia e economia, passa a estar pressente na literatura mundial de educação matemática entre 1958 e 1965 em textos sobre educação matemática.

Nos Estados Unidos entre 1969 e 1970, em publicações do School Mathematics Study Groups (SMSG), são feitas referências à modelagem matemática, onde no 69º anuário do National Society for de Study of Education, Pollak dedica um capítulo descritivo do processo de modelagem matemática sem fazer referências diretamente ao termo.

Tomando como orientação os anais do 3º congresso internacional de matemática - ICME III (International Congress Mathematics Education), é dedicado um capítulo na revista New Tends in Mathematics Teaching IV, onde

Pollak novamente expõe possibilidades de aplicações matemáticas no ensino, discorrendo sobre os processos de construção de modelos

O movimento ocorrido a partir da década de 1960 que viria suscitar posteriormente discussões sobre as questões da modelagem matemática no ensino ficou conhecido, segundo Biembengut (2009), como Movimento Utilitarista. Isso se deve, como a própria termologia nos indica, ao fato de tratar-se do estudo das aplicações práticas dos conhecimentos das matemáticas nas ciências e sociedade.

Esse enfoque se traduziu na ascendência de vários grupos de pesquisadores em diversas instituições de pesquisa educacional em escala mundial.

Baseado no artigo de Maria Salett Biembegunt (2016), citado acima, podemos destacar os seguintes grupos de pesquisa:

1) Lausanne Symposium. Ocorrido em 1968 na Suíça. O tema central deste encontro era "Como ensinar matemática de modo que seja útil". Buscava refletir o tratamento dado a situações do cotidiano do estudante sem recair em situações padronizadas, mas que levassem o indivíduo em situação de aprendizagem a desenvolver habilidades para matematizar e modelar problemas de situações vivenciadas.

2) IOWO - Holanda. Esse grupo foi liderado por Hans Freudenthall. Também enfocava a construção e o tratamento da matemática tomando a modelagem matemática como método pedagógico.

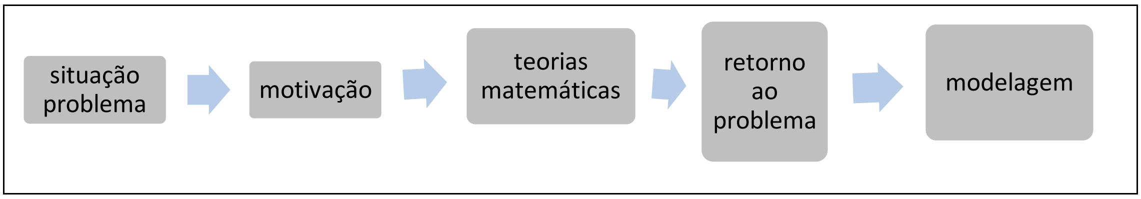
3) Dinamarca. O grupo de pesquisa dinamarquês foi liderado por Bernhelm Boss e Mogens Niss dentro dessa mesma linha de pesquisa. Suas atuações gerou um congresso sobre matemática e realidade organizado na cidade de Roskilde em 1978. Esse encontro teve forte influência para a consolidação, em 1983, do Grupo Internacional de Modelagem Matemática e Aplicações - ICTMA, extensão do ICMI que está integrado aos grupos de estudo do International Congress of Education - ICME.

Biembengut (2009, p.10) afirma que as pesquisas no Brasil ocorrem no início da 1970, podendo destacar como precursores da pesquisa educacional em Modelagem Matemática (MM):

1) Aristides Camargos Barreto. Cursou engenharia na década de 1960 onde conheceu as práticas de modelagem matemática na engenharia. Como professor da PUC-RJ em 1970, começou a utilizar a MM com fins didático-pedagógicos. Usava a MM nas disciplinas Fundamentos da Matemática Elementar e Prática de Ensino nos cursos de Licenciatura em Matemática. Em trabalhos junto com seus alunos elaborou diversos modelos em Linguística, Ecologia e Biologia. Orientou na pós-graduação duas dissertações na pós da PUC-RJ: em 1976 de autoria de Celso Braga, sob o título: "Modelos na Aprendizagem Matemática" e em 1979 de autoria do Costarriquenho Jorge E. Pardo Sánchez, cujo título foi "Estratégia Combinada de Módulos Instrucionais e Modelos Matemáticos Interdisciplinares para ensino aprendizagem da matemática em nível de 2º grau: estudo exploratório.”.

Para Aristides Barreto a abordagem por modelagem consistia numa situação-problema tomada como ponto de partida, como fonte geradora e incentivadora para a discussão do modelo. Após a apresentação do problema, voltava-se ao campo teórico da matemática de forma a dar subsídios aos alunos na elaboração do modelo, retornando posteriormente ao problema, buscando matemátizá-lo. Esquematicamente teríamos (Figura 1):

Figura 1: Fluxograma



Fonte: Sugestão de fluxograma de nossa autoria

O seu pioneirismo estimulou outros matemáticos a abordarem o campo da modelagem matemática como prática de Ensino. Dentre eles temos o proeminente Rodney Bassanezi.

2) Rodney Carlos Bassanezi. No início da década de 1980 já tratava da modelagem matemática nos cursos de matemática aplicada. Neste período, coordenou um curso para 30 professores de diversas instituições do sul do Brasil e procurou desenvolver as propostas de Barreto.

Neste encontro, que durou uma semana, Bassanezi estimulou de forma dialógica que os participantes se reunissem por duas horas e propusessem uma situação-problema que envolvessem cálculo diferencial e integral. Após esta fase os professores apresentaram situações similares aos do livro texto.

A partir daí, Bassanezi propõe modelagens associadas à resolução de problemas de biologia aplicadas ao cálculo integral.

Em 1982, Bassanezi propõe mudanças no curso de pós-graduação na Universidade Estadual de Guarapuava - PR. Como coordenador do curso sugere fazer um trabalho de campo que seria fazer uma visita às empresas da cidade, e após levantamento de questões da realidade configurar problemas de interesse do espaço social abordado, com vistas às modelagens situacionais.

Nasce então, segundo Biembengut (2009), o primeiro curso de pós-graduação no Brasil em Modelagem Matemática. Em 1983, passou a colaborar com o programa de mestrado em Educação Matemática da UNESP - Rio Claro.

Em função das suas atividades nos programas de pós-graduação, Bassanezi assumiu uma postura revisionista do seu trabalho, reorientando os métodos, as estratégias e os instrumentos de sua pesquisa.

Para Biembengut, a evolução de suas propostas é bem identificada no livro "Modelagem no Ensino e Aprendizagem", onde sutilmente abre possibilidades de aplicação e pesquisa da modelagem no ensino básico.

Considera-se o período 1976 a 1986 a primeira fase de produções acadêmicas na área de pesquisa em modelagem matemática na educação. Como visto, neste decênio, são produzidos trabalhos e orientações de Barreto e Bassanezi.

As dissertações orientadas por Barreto citada anteriormente, não representavam trabalho de campo ou pesquisa qualitativa – esta de caráter mais recente - mas, descrições sobre modelos matemáticos e suas correlações sobre aprendizagem na perspectiva da modelagem matemática.

. Há uma terceira dissertação destacada por Biembengut de Maria Cândido Miller orientada por Lafayette de Moraes em 1986 na UNICAMP sob o título "*Modelos Matemáticos no ensino da matemática".*

A segunda fase - podemos aqui afirmar desses 40 anos de pesquisa em Modelagem Matemática no Brasil - situa-se no período de 1987 a 1990/91.

As três primeiras dissertações do programa de pós-graduação da UNESP - Rio Claro, orientadas por Bassanezi, abordam a modelagem na formação de professores. São elas: "Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série" de autoria de Dionísio Burak no ano de 1987; "A Modelagem como estratégia e aprendizagem matemática em cursos de especialização de professores" de Marineuza Gazeta em 1989 e "Uma abordagem alternativa para o ensino de cálculo, na perspectiva da modelagem matemática de Maria Dolis no ano de 1989".

Outras quatro dissertações, duas ainda sob orientação de Rodney Bassanezi, estabelecem pesquisa buscando a validação da Modelagem Matemática: "Modelagem Matemática como método de Ensino Aprendizagem de Matemática em Cursos de 1º e 2º graus" de autoria de Maria Salet Biembengut em 1991 e "O ensino da Matemática para adultos através do método da Modelagem Matemática de Alexandrina Monteiro no ano de 1991". Cabe destacar ainda duas dissertações neste período: Mario Queiroga em 1990 escreva a dissertação sob o título "Considerações sobre Modelagem Matemática e a Educação Matemática" orientado por Eduardo Sebastiane onde sua contribuição é dada pelas críticas à modelagem.

Outra dissertação traça uma análise comparativa entre os métodos de modelagem matemática e resolução de problemas de Odesnei Gustinele em 1991 sob orientação de Luiz R Dante com o título: "Modelagem Matemática e Resolução de Problemas: uma visão global em Educação Matemática".

De 1991 em diante aumenta significativamente a produção de artigos, resenhas e cursos de pós-graduação no Brasil com programas na área da educação matemática tendo como recurso a MM. Esta seria, segundo Biembengut, a terceira fase do desenvolvimento das pesquisas nesta área.

Embora Bassanezi seja considerado um dos expoentes da Modelagem Matemática no Brasil, grande parte de sua obra está focada na sua aplicação no ensino superior. Entretanto, os cursos de pós-graduação que participou e estruturou pelo Brasil, mais intensamente na UNESP-Rio Claro, como visto acima, foi responsável pela criação dos programas de Modelagem Matemática dos cursos de mestrado em educação matemática. Isto possibilitou um encaminhamento da pesquisa para o ensino básico.

A grande questão da Educação Matemática e mais estritamente do Ensino da Matemática está focada no método e contribuições que a metodologia adotada venha a ser facilitadora do ensino-aprendizagem. Neste sentido, a modelagem matemática tem se apresentado como possibilidade metodológica para a pesquisa em educação matemática no ensino básico.

Certamente a MM abre vertentes para análises da questão do desenvolvimento da aprendizagem sob o ponto de vista psicológico ou da cognição, do ponto de vista conceitual - em função da temática levantada - do ponto de vista da linguagem matemática, visto que a modelagem matemática necessita de representações gráficas, tabulares, equações que representem um comportamento ou uma situação levantada por um grupo em situação de aprendizagem e ainda do ponto de vista social.

A participação do indivíduo no processo de modelar requer por parte dele sua inserção na identificação da situação problema, que o possibilita dar um tratamento conjuntural as questões levantadas pelo grupo ou por ele mesmo e contextualizá-las dentro de uma perspectiva ou esquema de raciocínio onde possa inferir conclusões.

Com relação à dimensão cognitiva que precede o ato de modelar Biembengut destaca:

> A produção de imagem na nossa mente é um dos processos mais complexos. Perpassa pelo ato de sentir, pela ideia, pelo conhecimento. A apropriação de uma resposta ou conjunto de respostas a um estimulo que se processa por meio de uma imagem de pende de outro conjunto complexo de estímulos. (...). Cada sensação ou percepção que temos do meio nos faz em nossa mente imaginação e ideias que a partir da compreensão e do entendimento podem transformar-se em significado, modelo, portanto, conhecimento. Conhecimento que nos permite formar imagens, conceitos; criar objetos, dar a forma, a cor, o sentido ao mundo em que vivemos. (BIEMBENGUT, 2016, p.68).

Não há a pretensão de discorrer sobre teorias da neurociência, mas este pequeno destaque é o reconhecimento que pesquisar os processos da mente tem contribuído para o estudo da formação do pensamento, destacando que as impressões externas, associadas aos processos sociais do indivíduo os impulsionam nas suas cognições.

Sob o ponto de vista de Freire (1996), indivíduos em situação de aprendizagem precisam de dinâmicas que estimulem sua dialética, seus pontos de inflexões e neste palco fazem suas contextualizações

O ato cognitivo estabelece variações nas observações e medidas da realidade apreendida, formula hipóteses, tendo como consequência o elenco de elementos essenciais do problema estudado. Todo esse processo está fortemente relacionado à experiência vivida. Quanto mais intensa e variada for sua impressão sobre as coisas dadas, mais refinado será o seu processo de filtragem com relação às informações adquiridas, destacando as informações significativas no seu processo de construção mental do modelo.

A expressividade das conjunções cognitivas é manifesta por meio do ato linguístico, do desenvolvimento de uma linguagem que pode ser específica de uma construção teórica, ou aprendida de outro campo de linguagem. Para Gombrich (apud BIEMBENGUT, 2016, p.74.) “toda comunicação humana se faz através de símbolos, através de veículos de uma linguagem e, quanto mais articulada for à linguagem, maior a chance que a mensagem seja transmitida”.

A percepção de como as variadas linguagens se complementam, ou podem ser substituídas uma pelas outras, nos possibilitam perceber o mundo que nos rodeia. São as representações mentais, manifestas nas formas de linguagem que dão forma ao mundo humano.

Para Teixeira (2000, p.182), a ideia da mente se manifesta na linguagem, mas isso não quer dizer que ela seja um artifício linguístico (...). Estamos confinados a um mundo de significações. A busca da essência das coisas produz representações mentais que são predispostas em símbolos ou modelos que segundo Biembengut (2016) podem ser representações internas e externas.

As representações internas consistem do nosso desenvolvimento cognitivo para o entendimento do espaço em que vivemos da forma como nos relacionamos com o meio humano ou da natureza. Esse sistema cognitivo é nossa forma de sobrevivência ou de forma mais ampla da nossa própria existência.

Essas representações internas são manifestas externamente nas formas expressivas das pinturas, desenhos, objetos, maquetes etc. A configuração dos aspectos cognitivos - que são processos internos - com suas manifestações externas por meio de modelos estabelecidos ou materializados por nossas construções mentais é que dão forma a este mundo de natureza eminentemente humana.

Nossa questão ontológica se manifesta em nossas construções coletivas. A apreensão das coisas que nos cercam está fortemente manifesta no universo simbólico e cultural.

> A nossa condição de relacionamento com o mundo é mediada por uma rede de linguagens, ou seja, nos comunicamos por meio de leituras e produções de textos, nos comunicamos e nos orientamos por meio de imagens, gráficos, sinais, números, luminosidade, objetos, sons musicais, gestos, expressões, sensações etc. (SILVA, 2008, p.26)

A modelagem matemática se concretiza em suas estruturas simbólicas, nos seus esquemas de montagem que procuram estabelecer relações causais entre os elementos do objeto estudado, ou em maior complexidade, a um conjunto de objetos que compõem um determinado quadro fenomenológico.

Trabalhos de dissertação têm sido elaborados enfatizando as questões das relações dos objetos que compõem a situação problema apresentada e as manifestações simbólicas que dão sentido ao encaminhamento do modelo.

Citamos o trabalho de dissertação de mestrado do ano de 2008 de Karina Alessandra Pessoa da Silva do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina sob o título:" Modelagem Matemática e Semiótica: algumas relações.". Sua pesquisa destaca a forte relação existente entre as atividades de modelagem matemática e a teoria semiótica - do grego semeion, cujo significado é signo - qual seja: a ciência dos signos ou das formas de linguagem.

Desenvolve o seu trabalho pautado nas teorias de Charles Sanders Peirce, filosofo e matemático americano que desenvolveu vários trabalhos em lógica matemática e semiótica. Peirce tratava o campo da lógica como ramo formal da semiótica.

A transposição das situações-problema para um modelo representativo que seja descritivo e esclarecedor da questão fenomenológica tem sido, de forma variada, tratada nos estudos de processos de modelação.

Burak e Brandt (2010) fazem um estudo sobre modelagem matemática e suas representações semióticas voltados ao desenvolvimento do pensamento algébrico. O artigo desenvolve os aspectos da modelagem restritos à fase da resolução de problemas e destaca aspectos cognitivos da modelagem pautados nas suas representações semióticas, que segundo Duval (2003), são requeridas a partir da conceitualização de objetos matemáticos. A construção dos conceitos advindos da atividade da modelagem, sob a perspectiva simbólica ou dos campos de significados que os signos assumem dentro de um contexto, são estabelecidos a partir de sua formação, tratamento e da conversão dos registros das representações da situação-problema analisada.

Um termo que frequentemente aparece nos textos de modelagem matemática é o de “matematização” do processo a ser estudado ou do fenômeno. Para Ferri (2006) a passagem de uma situação real para um modelo matemático se dá quando o indivíduo progride na “matematização”, ou seja, a passagem para uma linguagem ou conceito matemático exige-se daquele que o faz conhecimentos extra matemáticos.

Para Burak (1992) há 5 etapas para o encaminhamento da modelagem (Quadro 4):

Quadro 4: Etapas propostas por Burak.

Primeira etapa
São levantadas as possibilidades de temas pelos alunos com a mediação do professor. Nesta etapa o papel de mediador entre o conhecimento estabelecido no currículo e aquele apresentado pelo aluno é fundamental que o professor como orientador procure estabelecer um forte diálogo com a turma nesta fase de construção do modelo por ser ela embrionária dos processos subsequentes;
Segunda etapa
Segue a pesquisa exploratória que busca aspectos relevantes do tema escolhido e, pautados nesses aspectos coletar dados de natureza qualitativa e/ou quantitativa. Neste momento o grupo de alunos se insere no contexto do tema escolhido, exigindo dos participantes uma postura mais atenta, mais investigativa, onde novas perspectivas sobre o tema podem surgir realçando aspectos gerais e particulares da situação-problema.
Terceira etapa
A partir da pesquisa exploratória realizar um levantamento dos problemas, das questões passiveis de pesquisa. O levantamento desses problemas não precisa ser essencialmente matemático, podendo ter um caráter genérico. Entretanto, no seu processo de desenvolvimento as especificidades surgirão internamente, exigindo do grupo conhecimentos específicos correlacionados a conceitos e objetos matemáticos.
Quarta etapa
Resolução dos problemas surgidos na etapa anterior. E nesta fase que se identifica os conteúdos relacionados com o tema e a construção de modelos. Neste caso, o modelo pode ser entendido como representação como destaca Duval (1995) na perspectiva da análise semiótica. Aqui cabe destacar que sob o ponto de vista da pesquisa em educação matemática é importante perceber ou ficar atento aos significados dos signos assumidos pelos alunos, ou até mesmo o desenvolvimento de novas representações não formais assumidas nos seus percursos.
Quinta etapa
A análise crítica dos resultados corresponde a parte conclusiva da construção do modelo. Nesta fase estão apresentados todos os esquemas, toda a estruturação do modelo, todo o seu acabamento sujeito a uma revisão crítica dos processos

escolhidos para a modelagem. Esse revisionismo do processo poderá redirecionar a pesquisa para uma das fases acima ou confirmar o modelo.

Fonte: Adaptado. (BURAK, 1992)

Cabe destacar que este termo ganha força no contexto do Movimento da Educação Matemática Realística – EMR do Inglês Realistic Mathematics Education. Este foi um movimento que nasceu na Holanda em 1960 como oposição ao Movimento da Matemática Moderna. O seu principal precursor foi Hans Freudenthal (1906-1990) que defendia ser fundamental a contextualização do ensino da matemática. Segundo Freudenthal (1968, p.7) 'Os humanos não têm de aprender a matemática como um sistema fechado, mas sim como uma atividade, como um processo de matematização da realidade".

O processo de matematização se dá no âmbito da modelagem nas atividades de organização e estruturação dos dados colhidos da situação dada. Nesta dinâmica o indivíduo busca recursos em suas próprias experiências, no seu conhecimento prévio da matemática, na sua pesquisa sobre o assunto. Busca similaridades, regularidades no fenômeno que desnudem o objeto de estudo.

Almeida e Silva (2014, p.24) os processos de matematização ocorrem de forma horizontal e vertical. A matematização horizontal se dá quando objetivamos descrever uma situação não matemática a partir de ferramentas matemáticas. Para Freudenthall (apud ALMEIDA; SILVA, 2014 p.25) a "matematização horizontal leva do mundo da vida para o mundo dos símbolos."

A matematização vertical estabelece relações intrínsecas à matemática, sendo um processo de construção interna que busca a relação entre os seus conceitos e as estratégias assumidas na construção do modelo.

Almeida e Vertuan (2014, p. 25) organizaram quadros que sintetizam as características das duas modalidades de construção matemática horizontais e verticais. No Quadro 5 expusemos um quadro das atividades estabelecidas como características da horizontalidade e verticalidade expandindo os conceitos acima expostos.

Quadro 5: Atividades correspondentes às matematizações horizontal e vertical.

Matematização horizontal	**Matematização vertical**
• Identificação da matemática específica num contexto geral • Levantamento de questões • Articulação de problemas • Formulação e visualização de um problema de diferentes formas • Identificação de relações • Reconhecimentos de aspectos isomorfos em problemas diferentes • Transferência de um problema do mundo real para um problema matemático	• Representação de uma relação em uma fórmula • Prova regularidades • Refinamento e ajuste de modelos • Uso de diferentes modelos • Uso de linguagem simbólica, formal e técnica e suas operações • Combinação e integração de modelos • Argumentação • Generalização

Fonte:(ALMEIDA E SILVA, 2014, p.25)

Embora o quadro acima estabeleça distinções ou características que definem os aspectos de horizontalidade e verticalidade da construção da modelagem, não podemos desconsiderar o dinamismo do processo, pois certamente estes se comunicam. Considerando a progressividade da matematização Almeida e Buriasco (2011 apud ALMEIDA; SILVA, 2014, p.26) propõem de forma reduzida, quatro etapas no encaminhamento da matematização do problema.

1º) Compreensão do problema. O aluno monta um enunciado do problema. Observe que de certa forma está etapa é semelhante àquela proposta por Burak no quadro anteriormente exposto.

2º) Planejamento de como solucionar a situação-problema. Nesta etapa o aluno deve estudar o problema, perceber seus dados constituintes – retirar informações relevantes do problema, elencar características relevantes do problema para que possa formular hipóteses. No quadro de Burak ele destaca que devemos buscar aspectos gerais e particulares do fenômeno.

3º) Resolver o problema, qual seja, transformar o problema para linguagem matemática, buscando representações do problema para uma solução provisória. Neste momento o aluno confronta-se com os conceitos matemáticos e percebe saídas para o problema de acordo com sua cultura escolar. O conhecimento por ele acumulado confronta-se com a necessidade de pesquisar outros conceitos de forma a fazer uma abordagem matemática mais consistente. Neste sentido os aspectos horizontais e verticais se inter-relacionam.

4º) Validar a e apresentar a solução. Aqui o aluno deve confrontar o solução apresentada com o problema proposto. Testar suas hipóteses, fazer medições rever os conceitos.

Perceberemos que as propostas das fases da elaboração de uma modelagem matemática a grosso modo não se diferenciam uma da outra e que fundamentalmente são geradas por situações-problemas sugeridas do debate em grupo. A matematização horizontal faz parte desse movimento que se dá da realidade para a matemática e o aspecto de verticalidade do processo passa a ser interno a construção do modelo, onde são estabelecidos conceitos, símbolos e esquemas matemáticos para a representação do problema e suas soluções.

Bassanezi (2014, p.26-32) nos fornece etapas sucintas do processo de modelagem. Sendo a principal referência em modelagem matemática no Brasil, apresentaremos abaixo a descrição do processo elencada nos seus trabalhos.

1. **Experimentação**. Reside em atividades laboratoriais onde são obtidos os dados do problema. Os métodos experimentais estão intrinsecamente relacionados ao tipo de pesquisa e a sua natureza. A contribuição ou intervenção de um matemático (neste caso, o professor em classe) como facilitador do encaminhamento da pesquisa.
2. **Abstração**. São as ações que dão encaminhamento à formulação dos Modelos Matemáticos, procurando estabelecer:
   - **a)** <u>a seleção de variáveis</u> **-** estas podem ser estabelecidas por equações das diferenças continuas ou discretas;
   - **b)** <u>a problematização ou formulação dos problemas teóricos</u> - seja a investigação sistemática, empírica e critica deve levar a formulação do problema de forma clara e precisa, a chave deste processo está na formulação de uma pergunta. Essencialmente a configuração do problema, após análise do fenômeno, reside em suas formas de inquisição;
   - **c)** <u>A formulação de hipóteses</u> – nesta etapa onde ocorrem as construções que dirigem o encaminhamento da pesquisa sobre o problema, onde é permitido conjecturar, deduzir manifestações empíricas específicas correlatas ao objeto pesquisado ou até mesmo intuitivas dos resultados dos problemas.

A gênese das hipóteses muitas vezes se dá pelas experiencias vividas por aquele que faz a modelagem;

d) a simplificação do processo de modelagem – frequentemente os fenômenos se apresentam de forma complexa e para entende-los há a necessidade de reduzi-los ou fragmenta-los de tal forma que consigamos estabelecer relações entre suas variáveis;

3. **A resolução**. Nesta fase obtemos o modelo matemático que substituirá a linguagem natural da fase das hipóteses para uma linguagem matemática condizente com os conceitos e objetos requeridos da teoria matemática.
4. **A validação**. Nesta fase há a confirmação ou refutação do modelo.
5. **Modificação**. Esta fase corresponde a uma postura revisionista de cada etapa, buscando incongruências no processo.

Cabe destacar que esta abordagem feita por Bassanezi está fortemente focada a modelos de uma matemática superior – universitária. Outros autores, como Maria Salett Biembengut tem desenvolvido trabalhos profícuos na educação básica.

Toda questão procedimental apresentada nesta seção nos indica que a prática da Modelagem Matemática exige etapas rigorosas para sua consecução. Paralelamente as questões dos seus procedimentos, a liberdade criativa se faz necessária.

Na sua prática, fica claro que um tema gerador ou situação-problema pode e deve gerar caminhos diferentes por parte de estudantes de diversas faixas etária. Portanto, a forma como o estudante vai matematizar o problema proposto está relacionada as suas vivências em matemática, ao seu grau de maturidade nos conceitos da matemática.

Como o aluno vai formular ou pesquisar um algoritmo que contribua para resolução de um problema precisa na maioria das vezes da intermediação do professor.

Essa forma de construção do conhecimento matemático não depende da linearidade do conteúdo. Caso, por exemplo, o modelo precise de uma maquete, muitas abordagens podem ser apresentadas aos alunos, tais quais: os conceitos de proporção, medida etc. O conteúdo se apresenta de forma dinâmica, onde aquele que aprende necessita exercitar sua autonomia.

Como ato de pesquisa, sua dinâmica é reforçada com a possiblidade de constante de mudança. Essa possiblidade é reforçada por sua característica curricular mais livre e flexível. Essa característica tem levado a Modelagem a práticas periféricas no currículo.

3. METODOLOGIA

O desenvolvimento desse trabalho busca uma análise comparativa dos campos de pesquisa da Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática que ao longo dos últimos 40 anos têm se desenvolvido como propostas metodológicas alternativas de ensino e aprendizagem na educação básica.

Neste sentido, recorreremos a pesquisa bibliográfica dos principais autores que tem norteado o desenvolvimento da Resolução de Problemas e Modelagem Matemática.

Para Fiorentini e Lorenzato (2012) esse tipo de pesquisa é também chamado de estudo documental. As fontes documentais se apresentam estáticas no decurso do tempo, mas são ricas pois são manifestas de variadas formas, tais como filmes, fotografias, livros, artigos, periódicos, provas de alunos, atividades desenvolvidas em sala devidamente documentadas, diários de classe etc.

Na pesquisa, fizemos levantamentos a partir de revistas especializadas, livros e dados em sites acadêmicos, permeando pelas principais produções acadêmicas nas linhas de pesquisa em RP e Modelagem Matemática.

Segundo, ainda Fiorentini e Lorenzato (2012, p.103) o estudo documental pode ser categorizado em três linhas ou campos de ação:

A meta-análise. Esta constitui-se numa investigação sistemática de outras pesquisas, tendo como uma das finalidades seu estudo comparativo, podendo inferir-se análises críticas dos levantamentos obtidos, produzindo novos resultados ou sínteses a partir do seu estudo.

O estado da arte. Estes tendem a ser históricos, buscam levantar as documentações da área a ser pesquisada, o seu objetivo é estritamente inventariar o que já foi produzido. Busca, portanto, fazer uma tomada concisa da produção acadêmica na área em questão, oferecendo para outros pesquisadores dimensionamentos do que foi pesquisado em seu país ou em outros centros acadêmicos do mundo.

O estudo tipicamente histórico. Neste tipo de estudo bibliográfico recorre-se a fontes documentais primarias, seja textos impressos ou manuscritos originais.

A meta-análise se encaixa em nossa proposta de pesquisa à medida que buscamos responder nossa pergunta de partida: <u>“Existem pontos de convergências entre a Modelagem Matemática e a resolução de Problemas em suas propostas metodológicas?</u>

Portanto, nossa pesquisa situa-se na análise comparativa entre a Modelagem Matemática e Resolução de Problemas. Podemos afirmar que essencialmente a fonte de pesquisa é documental.

Essa análise comparativa tem como referência as características procedimentais levantadas nas duas primeira seções e em análises comparativas dos dois métodos feitos por Biembengut (2016)

A pesquisa em ensino encontra seu desenvolvimento na prática em situação de aprendizagem ou na busca dos seus atores nos processos de ensino: seus conteúdos, didáticas, estratégias de ensinar-aprender, na reflexão das situações de aprendizagem etc.

Cabe destacar que análise documental neste Programa de Pesquisa em Ensino de Ciências não impossibilita estabelecermos uma ponte com a prática de ensino. Ao contrário, a fortalece, à medida que fornece àquele em situação de ensino e aprendizagem subsídios teóricos para sua prática como professor pesquisador.

> Embora pouco explorada não só na área da educação, como em outras áreas da ação social, a análise documental pode se constituir numa técnica valiosa de abordagens de dados qualitativos, seja completando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema. (LUDKE; ANDRÉ, 2017, p.44-45)

O segundo momento dessa pesquisa, buscando sua convalidação com a pesquisa documental, foi feita a elaboração de um questionário com espaço para considerações sobre os temas propostos, objetivando levantar dados que nos possibilitem de forma focal, elaborar uma pequena análise das possíveis abordagens que os discentes tiveram ou não desses campos teóricos-metodológicos durante sua graduação

Segundo Quivy e Campenhoudt (2013), não basta saber que tipos de dados foram recolhidos, mas também é preciso circunscrever o campo das análises empíricas no espaço, geográfico e social e no tempo.

Sendo assim, é relevante relatar que na escolha da instituição foram levados em consideração dois critérios: a localização da região metropolitana do Rio de Janeiro e a tradição da instituição de rede que atua na linha de formação de professores – especificamente na Zona Oeste do município do Rio de Janeiro.

A FEUC possui mais de 50 anos de tradição nos cursos de licenciatura em Campo Grande – sendo responsável pela formação de grande parte dos professores da região.

Segundo dados da FEUC (2018) dispostos no Projeto Pedagógico do seu curso de Licenciatura em Matemática, este é frequentado por grande parte dos alunos de Campo Grande, Santa Cruz e da Região da Costa Verde.

A turma em que foi aplicada o questionário é da disciplina referente às práticas de matemática para o ensino fundamental, composta de forma heterogênea com alunos do primeiro, terceiro, sexto e sétimo períodos, com faixa etária entre 19 e 25 anos que estudavam no turno da manhã. A maioria possuia bolsas do FIES ou outro tipo de bolsas de estudo.

O objetivos do encontro foram: a) a aplicação do questionário onde os alunos expuseram suas percepções sobre os temas do ponto de vista conceitual; b) identificar as percepções dos alunos sobre Resolução de Problemas e Modelagem Matemática; c) apresentar o folheto que se tornou nosso produto educacional.

Antes de começarmos a aplicação do questionário, o professor destacou se tratar de uma turma que apresentava dificuldades no desenvolvimento do curso com relação aos conteúdos do programa da sua disciplina e isso era fonte de preocupação por se tratar de um curso de formação docente.

O seu planejamento era flexível, abordando questões que os discentes indicavam que tinham mais dificuldades – o que para ele limitava as abordagens dos conteúdos da ementa.

Corrobora com a fala do professor a declaração de Apple (1989) que diz ser fundamental o entendimento do fator sociocultural como inserido nas relações sociais e nunca como fenômeno isolado.

Pelo perfil traçado pelo professor com relação à turma e suas relações com os conteúdos da disciplina, percebemos um ambiente uma postura pouco participativa dos alunos no que se refere aos processos de aprendizagem, esperando a imposição da autoridade do professor como forma de disseminação e controle do saber. Essa postura pouco participativa e não dialética foi percebida na aplicação do questionário.

Identificamos os alunos participantes com letras maiúsculas do nosso alfabeto para garantir o sigilo de suas identidades.

A elaboração das questões a serem respondidas pelos alunos foram abertas e de administração direta. Foram 11 alunos, todos do curso de licenciatura em Matemática.

O questionário serviu de apoio para identificarmos as percepções que os alunos trazem no tocante à Modelagem Matemática e à Resolução de Problemas. Com isso, pretendemos estabelecer possíveis relações do currículo do curso com as apreensões que os alunos apresentam sobre os temas da pesquisa.

Em linhas gerais, todos tiveram pouquíssimo contato com a modelagem matemática e apresentaram ideias esparsas sobre resolução de problemas. Relataram que tiveram algum contato com a temática que se realizou na faculdade, mas em palestras extraclasses e reconhecem que a abordagem desse tema amplia a compreensão dos conteúdos.

4. ANÁLISE COMPARADA ENTRE RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS E MODELAGEM MATEMÁTICA

Nesta seção buscamos estabelecer similaridades e distinções entre a modelagem matemática e resolução de problemas. Tanto a modelagem como resolução de problemas são vocabulários constantes nos discursos dos educadores e em projetos educacionais voltados para a melhoria do ensino-aprendizagem matemática. Para Biembengut:

> Assim como ‘modelo’, também resolução de problemas e ‘projeto’ fazem parte de nosso vocabulário em diversos momentos. Concepções que advém de atos específicos de nossa mente, seja na direção que desejamos alcançar/seguir, resolver ou criar, seja a que queiramos explicar, intervir no que existe ou ainda conhecer o fazer e o saber de alguém ou um grupo de pessoas. (BIEMBENGUT, 2016, p. 227).

As tendências de uma pedagogia mais contextualizadora da vida e a inserção do ensino-aprendizagem nos processos de construção social do indivíduo estão manifestos em grande parte nos documentos oficiais das políticas governamentais. Assim, a mais de 20 anos, destacam os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> Essa análise abre uma discussão sobre o papel da matemática na construção da cidadania – eixo orientador dos Parâmetros Curriculares Nacionais, enfatizando a participação crítica e a autonomia do aluno. Sinaliza a importância do estabelecimento de conexões da matemática com os conteúdos relacionados aos Temas Transversais – Ética, Meio Ambiente, Saúde, Trabalho e Consumo – uma das marcas destes parâmetros. (BRASIL, 1998)

A resolução de problemas e a modelagem seguem essa perspectiva integralizada à vida cotidiana, contribuindo com a construção epistêmica de uma matemática escolar. A construção desse saber matemático tem como atividade essencial o embate com novas situações do cotidiano. Um problema surge quando identificamos que existe uma lacuna, um espaço sem resposta imediata, que nos incita conjecturar caminhos, avaliar os elementos constitutivos do problema que nos é apresentado.

> Cada problema emerge ao se descobrir que algo não está em ordem com um suposto conhecimento, ou que há uma contradição interna entre o suposto conhecimento e os fatos, ou ainda, que há uma contradição entre o suposto

> conhecimento e os supostos fatos (POPPER, apud BIEMBENGUT, 2016).

A resolução de problemas como sustentáculo das atividades daquele que se propõe praticar matemática nos exige, neste momento, uma abordagem semântica mais lato. Pois o termo resolução de problemas sob a perspectiva de George Polya, restringe-se as atividades da matemática e a uma heurística para desenvolvimento de problemas estritamente matemáticos. Aqui usaremos o termo <u>situações - problemas</u>, pois no entendimento de Pozo, este nos aproxima do que de fato surge na vida cotidiana, inclusive os problemas de ordem estritamente matemáticos.

As heurísticas – conjunto de regras e métodos que nos conduzam à solução de uma situação-problema - serão sempre fonte de análise do professor - de pesquisa mesmo do processo educacional – o que traduz as conjecturas e os encaminhamentos para a resolução da questão posta.

A modelagem matemática e a resolução de problemas como métodos de ensino-aprendizagem têm como foco a resolução de situações-problemas do cotidiano. Partem de questões heterodoxas, e buscam estabelecer heurísticas nos seus encaminhamentos e conjecturas.

A grande questão, portanto, é: se ambas tratam de situações-problemas do cotidiano, quais suas confluências?

Um dos aspectos destacados por Biembengut é que ambos têm manifestos no bojo de sua construção teórico-metodológica fases dos trabalhos executados no modelo de projetos.

Os projetos nascem das necessidades que ultrapassam as soluções imediatas dos problemas práticos do cotidiano. Surgem de enfrentamentos mais intensos que exigem uma ordenação organizacional, uma estruturação para resolvê-los. Para Machado (2000) “Os projetos são sustentados por uma estrutura de valores”. Os valores estão intrinsicamente relacionados com a superação de cada fase do projeto, pois o objetivo final do projeto se submete a cada fase das atividades propostas.

O sentido de construção de um projeto se estabelece de uma ideia para um propósito. No caminhar da ideia para um propósito é requerido um método. O projeto assume dos sentidos distintos: a) Pela sobrevivência do indivíduo ou de uma coletividade em melhor dispor dos meios que os cercam, produtos que possibilitem dominar o presente e o futuro; b) Pela necessidade surgida do interesse de saber mais sobre algo, sobre a essência das coisas, sua natureza. A curiosidade peculiar do ser humano que o inquieta, o faz-se deslumbrar sobre aquilo que é dado de forma objetiva ou subjetiva.

Sua concepção nos indica duas situações claras onde os projetos podem ser suscitados do cotidiano, das coisas objetivas dadas a sobrevivência da espécie, do enfrentamento de questões novas surgidas da complexidade da vida ou das coisas práticas mesmas da vida. A segunda instância, onde projetos são idealizados surge da inquietude de nossa espécie, das subjetividades do espírito, da sua curiosidade.

Como estratégia na concepção de um projeto, Boutinet (1990) nos indica 5 fases ou etapas na sua consecução:

Diagnóstico: Nesta fase delimitamos a situação gênese que dará origem ao projeto e as proposições relacionadas a situação-problema. Identificamos o dados disponíveis de forma criteriosa de forma que sejamos capazes de perceber a relevância dos entes e conceitos envolvidos.

Esboço: Efetuamos um mapeamento do que é possível para relatarmos cos caminhos a serem tomados, estabelecermos os instrumentos de busca de dados e os critérios de avaliação.

Estratégia: Esta fase requer percebermos a respeito dos caminhos, dos rumos com o objetivo de alcançarmos as metas parciais e dimensionarmos os prazos e datas requeridas no projeto. Nesta fase podemos identificar como podemos organizar de forma eficiente os dados recolhidos para que possamos melhor estudá-los e analisá-los posteriormente.

Execução: Nesta fase – onde são executadas várias ações - consideram-se as avaliações pontuais e intermediárias do processo de execução do domínio temporal projetado para sua execução. Comparamos os dados pro contraste com a experiência do grupo, experiencias profissionais, experiências de outros grupos com temas similares. Nesta fase, há um período de ajuste de valores.

Análise: Acarreta atribuirmos juízo aos resultados obtidos, a natureza do funcionamento do fenômeno em questão e identificarmos as ideias resultantes da ações no processo de construção e execução do projeto e como os dados se estabeleceram dinamicamente em sua construção.

Para Boutinet (1990, p.33) os parâmetros obtidos na fase da análise “asseguram a função heurística do projeto, guiando uma pessoa ou grupo de pessoas a decidir o que e como fazer”.

O consecução de um projeto se estabelece de fortes processos de interação entre indivíduos ou grupos que se identificam ou se estimulam por situações-problemas que os instigam. É, por conseguinte, um processo dialético que necessita de práticas revisionistas, pois os instrumentos que possibilitaram respostas ao seu final, podem não serem mais satisfatórios em tempos posteriores em que novas dados requeiram novas análises

> Uma medida não é coisa sagrada ou inviolável, com antecipação. Ao invés, reflete o juízo das partes interessadas, dados os conhecimentos e a compreensão na ocasião em que foi tomada. Ao acumularem-se mais conhecimentos e compreensão no curso do projeto, seria pobreza de espírito não exigir quaisquer revisões que determinados fatores viessem assinalar logo depois. (FANGE, 1971, p.164)

Diante do exposto as metodologias do Projeto podem ser consideradas um dos recursos no processo de construção do conhecimento na escola.

> Em razão de suas características e méritos, o Projeto é um dos recursos no campo pedagógico. Um Projeto no âmbito escolar pode tratar de estudo específico, realizado por uma pessoa ou grupo da comunidade escolar movido por interesses, aspirações, motivações pessoais e profissionais; ou método de ensino com vistas à orientação de pesquisa nas diversas disciplinas do currículo escolar. (BIEMBENGUT, p. 244, 2016)

Seja o projeto como estudo específico de caráter exploratório que aborde questões do cotidiano escolar ou de pesquisa em que se objetiva criar conhecimentos ligados ao saber acadêmico, o Projeto nas práticas pedagógicas segue, essencialmente, três etapas, segundo Biembengut (2016).

Etapa 1: Preparação. Nesta etapa inicial estimulamos os alunos a saberem sobre algum tema ou assunto de tal forma que sejam capazes de realizar esse processo inicial de pesquisa. Vários temas podem ser discutidos e elencados alguns que sejam tomados relevantes para o grupo de estudantes. Esta tarefa pode ser predisposta em 3 sub-etapas: 1) Buscar dados, informações sobre o tema em bibliografia disponível, mídias etc.; 2) Inteirar-se desses dados, das informações obtidas; 3) Tabular os dados, estabelecendo uma trajetória histórico-temporal do tema.

Etapa 2: Desenvolvimento. Aqui procuramos orientar os estudantes tendo como meta a compreensão das circunstâncias do tema, tendo como fundamental a percepção das questões subjacentes ao tema que não se encontram nos roteiros curriculares. Devem descrever os dados e contextualiza-los dentro do seu meio ambiente. Sugere Biembengut 4 sub-etapas: 1) Formular um conjunto de perguntas sobre o tema; 2) Narrar as ocorrências, dados e informações; 3) Identificar os conceitos, as definições envolvidas no tema do projeto; 4) Tabular esses dados objetivando compreender as circunstâncias de sua ocorrência.

Etapa 3: Projeção: Esta etapa corresponde a fase da Análise do Projeto na concepção de Boutinet. Aqui orientamos os alunos a estabelecer juízo sobre os dados formulados, significando neste contexto, comparar os dados, avaliar os caminhos tomados, fazer projeções ou ainda gerar ideias. As sub-etapas são predispostas em dois indicativos de como organizar esta etapa: 1) Interpretar os resultados analisar; 2) Identificar um fato ou algo que se possa relacionar com outras situações. Neste caso, deseja-se que o estudante possa fazer projeções e descobrir similaridades com outras situações.

Os Projetos educacionais, geralmente são estruturados como coadjuvantes do desenvolvimento sistêmico dos conteúdos. Sua culminância se dá em atividades extraclasses. Ainda assim, Biembengut (2016) sugere que alguns aspectos das atividades por Projetos possam estar presentes nas atividades de Modelagem Matemática e Resolução de Problemas.

As comparações entre Modelagem e Resolução de Problemas serão enriquecidas com as heurísticas das atividades por projetos.

Nesta seção não discorreremos suscintamente sobre as heurísticas da Resolução de Problemas e Modelagem, pois já constam em seções anteriores.

Para Biembengut (2016, p.230), destacar pontos convergentes entre Modelagem Matemática, Resolução de Problemas e Projeto sejam como método de pesquisa ou ensino da matemática devemos levar em consideração que diferentes identificações possam coexistir a despeito de apresentarem entes aparentemente incompatíveis e que a expressividade que é assumida neste processo de comparação não é neutra.

Ainda cabe destacar que em sua análise – assumida neste trabalho – leva em consideração a construção do saber, denominado **querer saber**, associado as questões metodológicas das ciências.

Outra expressão assumida por Biembengut é **querer ensinar** que está associada ao método ou processo de ensino relacionado às pesquisas de práticas pedagógicas.

Considerando que a problemática do ensino-aprendizagem tem como prerrogativa o professor- pesquisador e o aluno em busca de sua autonomia intelectual, os quadros que serão expostos estarão separados em dois blocos segundo a perspectiva de análise de Maria Salett Biembengut destacada acima. Assumindo, portanto, essas duas dimensões, qual sejam, a construção do saber e as práticas pedagógicas dessa construção, Biembengut (2016, p.261) sugere o quadro abaixo (Quadro 6) comparativa dos processos de "querer saber" das metodologias de pesquisa-ensino.

Quadro:6 Comparativo entre os procedimentos de pesquisa.

	Modelagem	**Resolução de Problemas**	**Projeto**
Perceber; Aprender	Reconhecer Situação-Problema; familiarizar	Assinalar a situação-problema , reunir dados	Diagnosticar, esboçar
Compreender, explicitar	Formular problema, formular modelo	Estabelecer procedimentos	Estabelecer Procedimentos
Significar, expressar	Solucionar, avaliar, validar, expressar	Solucionar, avaliar, validar	Executar, analisar

Fonte: (BIEMBENGUT, 2016, p.261)

Importante ressaltar no quadro comparativo da construção do conhecimento o significado do termo **expressar** como parte integrante do método da modelagem. O ato de expressar está manifesto na modelagem de diferentes formas tais como a expressão oral ou escrita. Neste sentido, Biembengut indica que o “querer saber” se manifesta com os instrumentos de expressividade disponíveis a um dado indivíduo ou grupo.

Esses registros orais, e principalmente escritos, são ações que permitirem a outras pessoas ou grupos acessarem as suas impressões sobre um dado problema.

Ainda que no desenvolvimento metodológico da Resolução de Problemas e Projetos não constem o termos expressar. Assumindo o seu campo semântico de forma mais abrangente, podemos identificar que o caráter da expressividade está manifesto tanto na Resolução de Problemas como no Projeto, pois todo resultado de um estudo apresenta-se na forma de uma linguagem ou esquemas gráficos.

Percebemos que ao confrontar os caminhos estabelecidos na modelagem com a resolução de problemas e os projetos, destacam-se pontos em comum tais como: 1) configuração da situação-problema; 2) O levantamento dos elementos, dos dados da situação problema: 3) O levantamento de hipóteses e a busca de referenciais teóricos; 4) A aplicação, onde há a confrontação dos dados; 5) A interpretação dos resultados para fins de avaliação de todo processo.

Como método de pesquisa – estas abordagens estão na essência do próprio ato de pesquisar. Essencialmente, a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, têm seu ponto de partida numa situação-problema inicial onde se estabelece como desafio.

> Em um ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática, diferentemente do tradicional, em que os alunos já sabem como irão proceder para resolver as situações propostas, os conhecimentos não são conhecidos de antemão, podendo ser utilizadas a intuição e as mais diversas estratégias de solução. (MACHADO, 2006, p.29)

Essa é uma das características iniciais da prática da Resolução de Problemas. Os problemas propostos têm que apresentar algo inesperado, inusitado. Embora na proposta de Polya (2006) os problemas procurem se encaixar a proposta curricular e apresenta uma heurística para desenvolve-los, quando superados deixam de ser um problema e passam a ser meros exercícios.

Tanto modelagem como resolução de problemas procuram situações inusitadas que passem a ser um desafio, que levem o indivíduo a fazer conjecturas sobre o caso que lhes é apresentado.

> Cada problema emerge ao se descobrir que algo não está em ordem com um suposto conhecimento, ou que há uma contradição interna entre o suposto conhecimento e os fatos, ou ainda, que há uma contradição entre os supostos conhecimentos e os supostos fatos. (POPPER, apud BIEMBENGUT, 2016, p.232)

O **querer saber** leva o indivíduo a novos caminhos na análise dos fenômenos. Sejam estes de ordem empírica, o que nos encaminha para a construção do saber científico, portanto o saber acadêmico, seja de ordem prática do cotidiano. Este, de certa forma dá significado ao saber científico e justifica-o diante da vida.

Para Popper (2013, p.37) ‘o sistema que se denomina “ciência empírica” pretende representar apenas um mundo: o “mundo real”, ou o” mundo da nossa experiência”.’

A construção do conhecimento, segundo Popper (2013) deve estar pautada no princípio da falseabilidade, qual seja, o poder da formulação de uma teoria ou da análise de um fenômeno está na possibilidade de ser refutável pois em nossas conjecturas nos baseamos em conceitos ou entes por nós reconhecidos como fontes de justificação de nossas conclusões.

Os métodos da Modelagem, Projetos e Resolução de Problemas, em certa medida, se embasam neste princípio defendido por Popper. Isto nos leva assumir um querer saber dialético. Isto se dá de forma contrária a uma postura positivista do conhecimento criticada por Popper.

Este aspecto revisionista está fortemente presente no método da Modelagem Matemática e nas atividades por Projetos, podendo gerar outras propostas de estudos não perfeitamente respondidas na situação-problema inicial.

Polya procura uma heurística, um método para resolução de problemas associados ao desenvolvimento do programa. A atitude revisionista, neste caso, estará associada as etapas de sua resolução.

Biembengut (2016) destaca que o ato de resolver um problema sob a perspectiva da modelagem apresenta uma amplitude maior com relação a Resolução de Problemas

> A Modelagem Matemática é área de pesquisa voltada à elaboração ou criação de um modelo matemático não apenas para solução particular de um Problema, mas que esta solução, este modelo valha como suporte para outras aplicações e teorias. (BIEMBENGUT, 2016, p. 265)

A Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas convergem quando os dados disponíveis não são suficientes para a resolução do problema. Isto, obviamente, leva o estudante no seu processo de querer saber, pesquisar outros conceitos que identifiquem ser subjacentes ao texto ou proposta do tema ou a situação problema.

Então, quando não temos de forma imediata os caminhos propostos, o texto passa de um mero exercício para um desafio como já foi mencionado anteriormente. Nesta busca por respostas, os caminhos se assemelham como podemos destacar no quadro exposto abaixo.

Quadro 7 : Disposição das fases de cada Método

MODELAGEM	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
Reconhecer a situação-problema	Assinalar o problema
Familiarizar com o assunto	Reunir dados
Formular o problema e hipóteses	Estabelecer heurística
Formular um modelo matemático	
Resolver a partir do modelo	Solucionar a situação-problema
Avaliar e validar	Avaliar e validar

Fonte: (BIEMBENGUT, 2016, p.262.)

Os retângulos não preenchidos não são identificados por Biembengut (2016) como pontos de possível convergência.

Como a análise da resolução é dada por problemas propostos o <u>reconhecer a situação-problema</u> e <u>assinalar o problema</u> se equivalem à medida que são propostas desafiadoras.

Comparando as duas metodologias, a criação de um modelo pode estar subentendida na Resolução de Problemas, mas não se apresenta de forma expressa na literatura acadêmica segundo Biembengut (2016, p.262).

Se observarmos a comparação feita entre Modelagem e Projeto, o quadro é idêntico ao comparativo entre Modelagem e Resolução de Problemas. Somente na questão formular um modelo matemático a metodologia por Projeto não necessariamente o tem como primordial.

Quadro 8: Comparação entre Modelagem e Projeto.

MODELAGEM	PROJETO
Reconhecer a situação-problema	Diagnosticar
Familiarizar com o assunto	Esboçar os dados
Formular o problema e hipóteses	Estabelecer procedimentos
Formular um modelo matemático	
Resolver a partir do modelo	Executar
Avaliar e validar	Analisar

Fonte: Biembengut, 2016, p.263.

A nossa comparação recai, agora, sobre a postura do **querer ensinar**. Termo usado por Biembengut para ressaltar os caminhos daquele que ensina – método ou caminhos de ensino associados a pesquisa pedagógica.

Esta separação feita por Biembengut (2016) nos parece estar relacionada ou influenciada pela origem da Modelagem Matemática ao campo da Matemática Aplicada. A Modelagem Matemática, como visto em seções anteriores, esteve e está presente nos cursos de engenharia, ciências exatas, economia etc.

> (...) a 'origem' da Modelagem Matemática não se deu no âmbito da Educação Matemática. Ao contrário o habitat na Modelagem Matemática é a área que se convencionou chamar de Matemática Aplicada, e no interior do qual surgiram os primeiros conceitos e procedimentos em relação ao que caracteriza uma atividade de Modelagem Matemática (ALMEIDA, SILVA e VERTUAM, 2012, p.12).

A Resolução de Problemas ao contrário surge como questionamento das abordagens da matemática na essência do fazer matemática.

> Se há uma área do currículo na qual parece desnecessário justificar a importância que possui a solução de problemas, ela é sem dúvida a área da Matemática. Durante muito tempo quando um estudante afirmava que estava solucionando um problema, entendia-se que estava trabalhando em uma tarefa relacionada à Matemática. Esta relação entre a Matemática e a solução de problemas parece estar implícita tanto nas crenças

> populares como em determinadas teorias filosóficas, psicológicas e em determinados modelos pedagógicos (ECHEVERRIA apud POZO, 1998, p.43).

Cabe ressaltar que o binômio “querer saber-querer ensinar” faz parte da mesma dinâmica do ponto de vista da prática escolar. Ainda assim exporemos os quadros comparativos procurando destacar nuances que justifiquem as expressões

É importante destacar que a Modelagem na Educação-Ensino da Matemática é um método de ensino e pesquisa utilizado do ensino Básico ao Superior nas mais variadas Ciências, mantendo-se suas fases: ’percepção e apreensão, compreensão e explicitação, significação e expressão em qualquer nível de pesquisa escolar. Segundo as peculiaridades de cada nível de ensino, há alterações em suas subfases. Ressaltamos que a Modelagem e a Resolução de Problemas não apresentam confluências no campo compreensão–explicação do quadro abaixo desta seção. A isto deve-se que a Resolução de Problemas quando apresenta uma situação-problema, àqueles em situação de aprendizagem já vivenciaram de alguma forma os conteúdos do currículo relacionados com o contexto do problema.

Quadro 9: Comparação dos procedimentos de ensino de cada campo

	MODELAGEM	**RESOLUÇÕES DE PROBLEMAS**	**PROJETOS**
Percepção Apreensão	Propor assunto/tema Explanar e apresentar Levantar questões	Propor situação-problema Apresentar dados	Propor assunto/tema Levantar dados
Compreensão Explicitação	Levantar hipóteses/pressupostos Expressar dados Desenvolver conteúdo Exemplificar Formular modelo	Estabelecer caminhos	Estabelecer caminhos Identificar conteúdos
Significação Expressão	Resolver a questão Avaliar, validar Expressar	Resolver problema Interpretar	Resolver o problema Interpretar

Fonte: (BIEMBENGUT, 2016, p. 269)

Para Burak e Kluber (2007, p. 917), “na maioria das escolas é necessário compatibilizar o conteúdo estabelecido no currículo, apresentado de forma linear ou no planejamento para determinada série. Essa forma conflita com a proposta da Modelagem que preconiza o problema como determinante do conteúdo”.

Cabe destacar que frequentemente o termo resolver problema se encontra no âmbito da literatura sobre Modelagem Matemática como caminho, alternativa para resolver um problema.

> Muito daquilo que se lê nas diretrizes elaboradas pelo Ministério da Educação (MEC) entre as quais os Parâmetros Curriculares Nacionais, destaca a formação do aluno crítico, reflexivo e capaz de resolver problemas (...). E como alcançar tais objetivos? Para nós a Modelagem é um dos caminhos. (...). (MEYER, CALDEIRA E MALHEIROS, 2017, p.60).

As abordagens feitas por Biembengut (2016) nos sugerem que o desenvolvimento do ensino-aprendizagem matemática com a conjugação plena da Resolução de Problemas se realiza com uma escola com a pedagogia de Projetos.

A nossa intenção em tecermos essa comparação entre as duas propostas Teórico-Metodológicas se sustenta na frequente inclusão deste termos nos projetos pedagógicos e nos documentos oficiais.

Embora em essência as atividades humanas eclodem em atividades de resolução de problemas – aqui posta com iniciais minúsculas tomando como qualquer ação desafiadora que nos poste a solucioná-la – ainda não sentimos a força dos seus sentidos na prática escolar.

A busca desse sentido possivelmente se dará quando rompermos com a escola bancária, conteudista que só atendem aqueles plenamente alfabetizados.

Com muito esforço, a Resolução de Problemas, por sua própria origem procedimental – pode-se estabelecer numa sala de aula. Porém, se levarmos a cabo suas possibilidades heurísticas, os enfrentamentos com o currículo serão severos.

5. ANÁLISE DAS EMENTAS

No campo das pesquisas de pós-graduação lato sensu ou stricto sensu, muito se tem produzido em pesquisa em ação em atividades de modelagem matemática e resolução de problemas. Essas duas grandes áreas de pesquisa têm feito importantes recortes de pesquisa quanto sua aplicação nas salas de aula do ensino básico. Muitos artigos os destacam dentro dos campos da aprendizagem significativa, da aprendizagem dos campos conceituas, da postura exigida para pesquisa escolar que residem nestes dois campos de prática pedagógica, da questão semiótica envolvida em suas práticas.

Apesar do devido reconhecimento dessas pesquisas – pois legitimam a Modelagem Matemática e Resolução de Problemas como campos de uma nova prática teórica e metodológica, voltamos nossa atenção para o seu desenvolvimento nos cursos de licenciatura.

Embora o grande lastro de pesquisas nestas área insiram o professor do ensino básico em novas perspectivas para suas atividades em sala de aula e reforcem uma postura crítica da matemática escolar – que certamente – deve se apresentar de forma diferenciada da matemática acadêmica, o nosso questionamento se posiciona no grau de ressonância dessas pesquisas na formação docente.

A partir de então procuramos os pareceres do Conselho Nacional de Educação com relação as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Superior no portal do Ministério da Educação.

5.1 Análise das Diretrizes Curriculares Nacionais nas Licenciaturas

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Superior são apresentadas por diversos pareceres que correspondem a cada curso de graduação. O parecer nº 1302/2001 do CNE/CES subordinados ao Ministério da Educação, estabeleceu diretrizes para a graduação e licenciatura em matemática.

Embora o documento trate a formação acadêmica do Bacharel e Licenciando em um mesmo parecer, o que nos indica uma dificuldade histórica de estabelecer uma base epistêmica independente das duas formações, são estabelecidas singelas propostas que colocam o futuro professor como pesquisador.

Abaixo (Quadro 10) indicamos o **perfil dos formandos** apresentados no parecer do Ministério da Educação.

Quadro 10: Perfil dos formandos

a) Conscientização do seu papel de educador
b) Capacidade de se projetar em diversas realidades socio-educacionais;
c) Ser capaz de interpretar as ações dos educandos
d) Destacar as contribuições que a aprendizagem matemática pode estabelecer na prática da cidadania.
e) Desmistificação do saber Matemático, apresentando-lhe como um conhecimento acessível tal qual como outras formas de conhecimento e produção humana.

Fonte: (BRASIL, 2001.)

É importante destacar o item (a) que aparenta ser simples, mas trata-se da função identitária do professor que muito se tem confundido com a do Bacharel cuja função precípua é do pesquisador em Matemática.

> O professor de matemática é chamado com frequência de Matemático. Essa associação, entretanto, nem sempre é válida, pois suas práticas profissionais ser muito distintas e seus conhecimentos que estão na base da profissão podem não pertencer a mesma vertente epistemológica. Embora tenham em comum a matemática, o olhar para esse campo do saber pode ser diferente, mesmo quando ambos passam pelo ensino dessa matéria. (FIORENTINE e LORENZATO, 2012, p.3)

O papel do professor de Matemática assume dimensões além da missão da construção dessa ciência. Neste caso, o futuro professor de matemática deve assumir as perspectivas de um educador matemático, que em situações de aprendizagem significa “ser capaz de interpretar as ações do educando” (item c).

Para Martins (2006, p. 23): “Qualquer situação de aprendizagem destina-se a dar um novo tratamento ao conteúdo- objeto de estudo e conhecimento – a revalorizar as coisas simples do cotidiano e a refletir sobre elas para melhor conhecer o mundo circundante”.

Essa consonância com as coisas dadas, com o mundo de fato, tem sido intensamente destacada em obras sobre Educação Matemática. Não é tarefa fácil para o professor de matemática transitar entre a Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar, pois neste limbo não pode perder de vista a construção da

Matemática que advêm das academias, como também àquela matemática exercida pelo indivíduo no seu dia-a-dia.

Para Tardif (2016), a formação do professor é continua no tempo e no espaço. Diferentemente de outras profissões, o seu saber começa no âmbito de suas atividades sociais, escolares etc. Certamente àquele indivíduo que decide pelo magistério, traz consigo, memórias, modelos, formas de ensinar que certamente vivenciou nos bancos escolares.

> Ao chegar à Universidade, a aluno já passou por um longo processo de aprendizagem escolar e construiu para si uma imagem dos conceitos matemáticos a que foi exposto, durante o ensino básico. Assim, a formação a formação do matemático demanda o aprofundamento da compreensão dos significados dos conceitos matemáticos, a fim de ele possa contextualizá-los adequadamente. O mesmo pode-se dizer em relação aos processos escolares em geral: o aluno chega ao ensino superior com uma vivência e um conjunto de representações construídas. É preciso que estes conhecimentos também sejam considerados ao longo de sua formação como professor. (MEC-CNE, PARECER 1203/2001, p.4)

O item (d) nos dá a impressão da necessidade de justificação da matemática no currículo associada a prática cotidiana. Muitas das justificativas da importância da Matemática estão relacionadas ao progresso social, tecnológicos e da formação para o trabalho. O produto do trabalho docente flui para sociedade dando um sentido de imaterialidade no seus processo de construção a longo prazo. Cabe destacar:

> No trabalho industrial o trabalhador pode observar diretamente o seu produto., pois ele é físico e independente do trabalhador. Além disso, um automóvel, um computador, uma mercadoria qualquer podem ser observados, manipulados, avaliados e medidos na ausência do trabalhador e fora do lugar em que foram produzidos. No casos do professor as coisas são muito mais complexas (TARDIF, 2016, p.132).

Perceber o sentido da Matemática Escolar é fundamental para o futuro professor. O conhecimento dos conteúdos da Matemática é tão importante quanto o conhecimento das tendências pedagógicas na área da Educação Matemática.

Com relação às competências habilidades específicas posta no parecer 1203/2001 do CNE/CES – Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação

Superior, cabe o destaque dado à resolução de problemas na prática do Bacharelado e na Licenciatura.

De forma simples elencam habilidades e competências consideradas comuns as duas formações. Formulamos o quadro 11 abaixo com essas competências e habilidades.

Quadro 11: Competências e Habilidades

a) capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão;
b) capacidade de trabalhar em equipes multidisciplinares
c) capacidade de compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução de problemas.
d) capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua prática profissional também fonte de produção de conhecimento
e) habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-científico na análise da situação-problema
f) estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento
g) conhecimento de questões contemporâneas
h) educação abrangente necessária ao entendimento do impacto das soluções encontradas num contexto global e social
i) participar de programas de formação continuada
j) realizar estudos de pós-graduação
k) trabalhar na interface da Matemática com outros campos de saber

Fonte: Parecer 1203/2001 do CNE-BRASIL

A capacidade em trabalhar com equipes multidisciplinares, item b, assume para nós duas dimensões. A primeira seria a discussão de estratégias e projetos para o desenvolvimento do ensino-aprendizagem, o que se contrapõe a atitude daquele professor isolado na sua prática curricular. A outra seria a própria natureza intrínseca da atividade de ensino, da prática em sala de aula, onde a multiplicidade de indivíduos nos obriga um olhar amplo dos grupos em situação de aprendizagem.

Como dito acima, a capacidade de resolver problemas nos remonta à pesquisa em Resolução de Problemas, objeto de análise bibliográfica desse trabalho. Espera-se, por conseguinte, que em algum momento do projeto pedagógico das Instituições de Ensino Superior (IES) seja proposta essa abordagem em alguma disciplina na área de formação docente.

Os itens (f) e (k) estão dentro de uma mesma proposta que é possibilitar o intercâmbio entre outras formas de conhecimento. Isto é muito importante para o estabelecimento, e mesmo o enriquecimento, da matemática no campo de seus significados para o estudante, daquele em situação de aprendizagem.

Os itens (g) e (h) nos remontam a Modelagem Matemática como possibilidade de avaliação das questões contemporâneas e a busca de soluções geradas pela análise ou percepção de uma situação-problema da nossa sociedade ou da vivência mesma do estudante.

Segundo o Parecer 1203/2001 do CNE o currículo deve enfocar duas orientações: a) “partir das representações que os alunos possuem dos conceitos matemáticos e dos processos escolares para organizar o desenvolvimento das abordagens durante o curso”; b) “construir uma visão global dos conteúdos de maneira teoricamente significativa para o aluno.”

Importante destacar que o termo “aprendizagem significativa” perpassa por todo um desenvolvimento teórico de ensino e aprendizagem. Não podemos afirmar categoricamente que o parecer tenha tido essa intencionalidade de forma direta, objetiva.

O currículo da Licenciatura a partir desse documento passa a ter grandes diferenças com relação ao bacharelado. Isso abre caminho para possíveis abordagens da Resolução de Problemas e Modelagem na prática do licenciando. Veja o quadro 12 comparativo:

Quadro 12: Comparativo do conteúdo comum exigido para os Bacharelados e Licenciaturas em Matemática

Conteúdos mínimos comuns ao Bacharelado	Conteúdos mínimos comuns da Licenciatura
Cálculo Diferencial e Integral	Cálculo Diferencial e Integral
Álgebra Linear	Álgebra Linear
Topologia	**************
Análise Matemática	* Fundamentos da Análise
Álgebra	* Fundamentos da Álgebra
Análise Complexa	*************
Geometria Diferencial	************
*****************	Fundamentos da Geometria
*****************	Geometria Analítica

Fonte: Parecer 1302/2001 do CNE-BRASIL

O documento destaca que os conteúdos presentes na educação básica devem ser destacados nas áreas de Álgebra e Geometria e Análise do currículo mínimo. Cabe também destaque a áreas afins à Matemática que são fontes geradoras de problemas e campo para aplicação das teorias em matemática.

Ressalta, ainda que os conteúdos de Ciência da Educação, da História da matemática e Filosofia das Ciências e Matemática devem estar presentes na formação docente.

A partir desse documento, buscamos no projeto pedagógico da FEUC, faculdade do município do Rio de Janeiro onde ocorreu a aplicação dos questionários para este estudo, indicativos de abordagens dos campos teóricos-metodológicos Resolução de Problemas e Modelagem Matemática na formação docente em Matemática.

5.2 Análise das Ementas do Curso de Licenciatura em Matemática da FEUC

Nosso estudo é documental, portanto, indica a intencionalidade ou não da abordagem ou mesmo prática curricular dos temas desta pesquisa. Obviamente a ação do professor em sala, por ser individual, foge às análises e conclusões desta pesquisa.

A análise das ementas pura e simplesmente não nos indicaria a intencionalidade do currículo, por conseguinte, o fizemos dentro do contexto dos projetos políticos pedagógicos.

O Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura – PPC foi elaborado recentemente pela Fundação Unificada Educacional Campo-grandense – FEUC em fevereiro de 2018. Como fizemos um encontro com os alunos que responderam um questionário sobre as Metodologias, objetos desse estudo, nos detivemos mais em nossas observações sobre o seu PPC.

Como nossas observações estão debruçadas no Projeto Pedagógico do Curso (PPC), destacaremos aqui a Missão desta instituição de Ensino.

> O Curso de matemática persegue (...) "*Viabilizar a vida das pessoas por meio de uma educação com foco na formação e na informação"*, frente aos desafios impostos por um mundo globalizado e uma economia profundamente alicerçada em conhecimento e tecnologia, tendo o compromisso da transformação econômico-social apoiada na educação profissional, assim como o conhecimento científico a serviço de

> uma vida social - organizacional substantiva. (PPC-FEUC, 2018, p. 10)

Percebemos que esta instituição, posto em sua Missão, tem a clara intenção de sua adequação ao mercado. Neste sentido – que restaria para o mundo da escola? Reconhecer que estamos no mundo da tecnologia é condição necessária para todos os cursos de formação profissional, mas devido as peculiaridades do ser educador, pode não ser condição suficiente.

Este texto pode estar associado a outros momentos da Instituição associados a uma postura mais conservadora típica do ensino tradicional. Em outros momentos do PPC a Instituição assume posturas bem contemporâneas com relação a construção teórica-metodológica do ensino-aprendizagem.

Nas suas justificativas o projeto destaca a contribuição da Matemática no ensino básico toma destaque no desenvolvimento do raciocínio lógico e justifica sua inserção curricular por estar fortemente ligada ao mundo da Ciência e do Trabalho. Isto de certa forma não difere de um a proposta tradicional de ensino. Uma das fortes características da FEUC é sua consciência do seu papel na Zona Oeste e seu caráter emancipatório do cidadão a partir da educação.

É importante destacar os objetivos gerais do curso de Licenciatura em Matemática estabelecidos no PPC. Ver quadro 13 abaixo:

Quadro 13: Objetivos gerais do curso PPC-FEUC

Formar educadores com uma formação profissional e cultural ampla, críticos, éticos e aptos ao exercício profissional competente, capazes de compreender a matemática inserida no contexto social, cultural, econômico e político, contribuindo de forma eficaz para a construção de uma sociedade digna e justa.
Oferecer ao licenciado em Matemática uma visão dos movimentos que vêm marcando e animando o ensino/aprendizagem de Matemática, em função das rápidas transformações sociais ocorridas nos últimos anos, e discutir seus rumos futuros, em que, segundo parece, a modelagem, a resolução de problemas, o uso do computador e da calculadora e a etnomatemática, entre outras variáveis, tendem a ocupar um espaço cada vez maior.
Permitir uma formação no uso de tecnologias da informação. Essa formação proporciona ao graduando o aprendizado dessa ferramenta, de forma servir como auxiliar no domínio e exploração dos conteúdos matemáticos e, de outro, estudar alguns softwares matemáticos e educacionais que o preparem para enfrentar com sucesso as modernas tendências do ensino e aprendizagem da Matemática.

Fonte: Texto adaptado para tabela do PPC-FEUC, 2018, p.17.

Destacamos que de forma contrária ao texto restrito de sua Missão, os Objetivos Gerais do documento ressaltam e reconhecem que novas formas de ensino-aprendizagem devem ser discutidas na instituição, tais como Modelagem Matemática e Resolução de Problemas.

No seu projeto é dado ampla importância as correlações do que é ensinado no Ensino Básico e no desenvolvimento proposto pela Diretrizes Curriculares Nacionais dos Cursos de Licenciatura através do Parecer 1203/2001, ratificado pela Resolução 03/2003 do Conselho Nacional de Educação pela Câmara de Educação Superior (CES).

Quadro 14 : Materiais suportes para a docência do Ensino Básico

Disciplinas	Período	CH Presencial	Prática Pedagógica	CH Total
Matemática Básica	Segundo	60	-	60
Desenho Geométrico	Segundo	60	20	80
Geometria Plana	Terceiro	60	20	80
Funções Matemáticas	Terceiro	60	20	80
Trigonometria e Números Complexos	Quarto	30	20	50
Geometria Analítica	Quinto	60	20	80
PA, PG, Equações Polinomiais	Quinto	30	20	50
Geometria Espacial	Sexto	60	20	80
Exponencial e Logaritmo	Sexto	60	20	80
Carga horária total		450	160	610

Fonte: PPC/FEUC, 2018

Com relação as disciplinas que mantenham relação com as do ensino básico, identificamos no PPC que as disciplinas P.A, PG, Equações Polinomiais, Trigonometria e Números Complexos, Funções Matemáticas e Exponencial e Logaritmo fazem referências à Modelagem Matemática e à Resolução de Problemas. Entretanto, na sua bibliografias não constam livros, textos de referência nessas áreas de pesquisa em Educação Matemática.

Quadro 15: Disciplina: Funções Matemáticas

Prática pedagógica: "(...) Desenvolvimento de **Modelagem Matemática** possibilitando estudar e formalizar acontecimentos cotidianos, permitindo críticas para análise de problemas matemáticos do dia a dia. (...)"
Ementa: Funções; A noção de função via conjuntos; Domínio, Contradomínio e Conjunto Imagem; Funções definidas por leis matemáticas; Função injetiva, sobrejetiva e bijetiva; Função inversa; Função composta; Coordenadas Cartesianas; Definição de função afim; Traçado de gráficos de função afim; Estudo do sinal de

função afim; Definição de função quadrática; Gráfico da função quadrática; Domínio, contradomínio, conjunto imagem nos gráficos das funções quadráticas; Estudo do sinal da função quadrática; Inequações quadráticas; Definição de função modular; Gráficos de função modular; Equações Modulares; Inequações Modulares.
Bibliografia: IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos da Matemática Elementar. Vol.I. São Paulo: atual, 2006. IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos da Matemática Elementar. VolI. São Paulo: atual, 2006. IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos da Matemática Elementar. Vol.III. São Paulo: atual, 2006. MACHADO, Antônio dos Santos. Matemática*: Temas e Metas. Vol. I; São Paulo*; Atual, 2004. LIMA, Elon Lages. Matemática e Ensino Médio. RJ: SBM, 2006.LIMA, Elon Lages. Logaritmo. RJ: SBM, 2006.

Fonte: PPC/FEUC, 2018. (Grifo nosso)

Quadro 16: Disciplina: Trigonometria e Números Complexos

Prática pedagógica: **“(...)** Desenvolvimento de **Modelagem Matemática** possibilitando estudar e formalizar acontecimentos cotidianos, permitindo críticas para análise de problemas matemáticos do dia a dia. (...)”
Ementa: Conceitos trigonométricos básicos; Funções trigonométricas; Relações, equações e inequações trigonométricas; Transformações Trigonométricas; Forma algébrica dos números complexos; Representação geométrica dos números complexos; Formas trigonométricas de números complexos; Operações aritméticas com números complexos.
Bibliografia: DEMANA, Franklin D. Pré-Cálculo. São Paulo: Pearson, 2008. Biblioteca virtual. MEDEIROS, V. Z., et alli. Pré-Cálculo. 2ª edição. São Paulo: Cengage Learning, 2009. IEZZI, Gelson. Fundamentos de Matemática Elementar, Vol. 3 e 6. São Paulo: Atual, 2005. SAFIER, Fred. Teoria e problemas de Pré-Cálculo. Porto Alegre: Bookman, 003. LIMA, E. L. et al. A matemática do ensino médio. Vol. 2 e 3. Rio de Janeiro: IMPA, 2008. HAUSER JR., Arthur A. Variáveis Complexas. Rio de Janeiro: LTC, 1972. GIOVANE, Jose Ruy. Matemática: uma nova abordagem. Vol. 1, 2 e 3. São Paulo: FTD, 2000.

Fonte: PPC/FEUC, 2018. (Grifo nosso)

Quadro 17: Disciplina: PA e PG, Equações Polinomiais

Prática pedagógica: **“(...)** Desenvolvimento de **Modelagem Matemática** possibilitando estudar e formalizar acontecimentos cotidianos, permitindo críticas para análise de problemas matemáticos do dia a dia. (...)”
Ementa: PA, PG e Equações Polinomiais
Bibliografia: HAZZAN, Samuel. Fundamentos de Matemática Elementar. Vol 4. São Paulo: Atual, 2006. IEZZI, Gelson. Fundamentos de Matemática Elementar. Vol 6. São Paulo: Atual, 2006.

MACHADO, Antônio Dos Santos. Matemática: Temas e Metas.VOL. 5 São Paulo: Atual, 2004. MORGADO, Augusto Cesar de Oliveira et all. Progressões e matemática financeira. RJ: SBM: 2006. MACHADO, Antônio Dos Santos. Matemática: Temas e Metas. vol. 2 São Paulo: Atual, 2004

Fonte: PPC/FEUC, 2018. (Grifo nosso)

Diante do proposto como prática pedagógica esperava-se um referencial bibliográfico mais rico em autores que preconizassem a matemática integrada ao cotidiano nas palavras do documento exposto. A bibliografia é bem conhecida da cultura escolar brasileira, tendo importância na consolidação dos conteúdos do Ensino Básico. Não há referenciais sobre Modelagem Matemática e Resolução de Problemas.

Isto traduz uma intensa preocupação de estabelecer um currículo forte no revisionismo dos conteúdos do Ensino Básico. O termo Prática Pedagógica apresenta grande dimensionalidade semântica no contexto da Educação Matemática. Em consonância com a bibliografia, seus sentidos se perdem e se reduzem perigosamente a prática de fixação dos conteúdos a partir de lista de exercícios.

A seguir identificaremos disciplinas do currículo pedagógico que possam apresentar intencionalidades para as Metodologias de Modelagem Matemática e Resolução de Problemas.

Quadro 18: Disciplina: Didática do Ensino da Matemática na Educação Básica

Prática pedagógica: Leitura da obra "O bom professor e sua prática"; A prática Pedagógica e a Didática da Matemática a partir de aulas simuladas; Considerações sobre transposição didática de conteúdos matemáticos diversificados; Construção de situações didáticas e materiais didáticos no ensino da Matemática; O emprego de materiais e tecnologias para manuseio e instrução em sala de aula; A utilização da história da matemática no ensino e na aprendizagem; **A utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino da matemática**; Desenvolvimento de vídeo aulas envolvendo os conteúdos da disciplina.
Ementa: Considerações sobre transposição didática; campos conceituais didáticos; situações didáticas e materiais didáticos no ensino da Matemática; o emprego de materiais e tecnologias para manuseio e instrução em sala de aula; a utilização da história da matemática no ensino e na aprendizagem; **a utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino da matemática.**

Bibliografia: ROSA, Hernesto. Didática da Matemática. São Paulo: Atual, 2010.Biblioteca Virtual. SADOVSKY, Patrícia. O ensino da Matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios. São Paulo: Ática, 2007. Biblioteca Virtual. LOPES, Sérgio Roberto. Metodologia do Ensino da Matemática. Curitiba: IPEX, 2007. Biblioteca Virtual. CUNHA, Maria Isabel. O bom professor e a sua prática. Papirus, 2008. PARRA, Cecília. Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 2008. Biblioteca Virtual. **DANTE, Luiz Roberto. Formulação e resolução de Problemas de Matemática - Teoria e Prática. São Paulo: Ática, 2010.Biblioteca Virtual.** **RIBEIRO, Flávia Dias. Jogos e Modelagem na Educação Matemática. Curitiba: IPEX, 2008. Biblioteca Virtual.** Publicações Projeto Fundão - UFRJ. Construindo o Conceito de Fundão. Publicações Projeto Fundão - UFRJ. Curso Básico de Geometria- Enfoque didático, módulos 1,2,3.

Fonte: PPC/FEUC, 2018

Como colocamos em destaque para a Didática da Matemática há duas citações bibliográficas para as áreas de Resolução de Problemas e Modelagem Matemática.

A bibliografia sugerida é curta e não apresenta os autores que são as principais referências no Brasil em pesquisa em Resolução de Problemas e Modelagem Matemática.

6. ANALISE DO QUESTIONÁRIO

O questionário, segundo Gil (1999, p.128), pode ser definido “como a técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas etc.”

Inicialmente, é importante ressaltar a importância do momento da aplicação do questionário para os alunos licenciandos em Matemática da FEUC por ter se criado um espaço de diálogo com o pesquisador. Antes de começarem a responder, foi dito que poderiam assinar ou não, ou seja, quem preferisse, poderia não se identificar.

As perguntas foram abertas permitindo que os alunos escrevessem livremente, usando linguagem própria e emitindo opiniões.

Pedimos que colocassem suas impressões no questionário sem que se preocuparem se suas respostas seriam certas ou erradas, pois as perguntas não almejavam a certeza dos conceitos, mas suas percepções. Em seguida, foram expostas as propostas do livreto e que sua efetiva participação seria importante contribuição para nossa pesquisa. Foi esclarecido o que é produto educacional nas linhas de pesquisa em ensino de matemática e ciências - falamos do programa da UNIGRANRIO e convidamos os alunos para conhecerem o programa na Instituição. Discorremos sobre o tema em 45 minutos e abrimos para um pequeno debate.

O objetivo de apresentar os dois campos teórico-metodológicos de pesquisa para licenciandos e professores do ensino básico divulgando a prática da resolução de problemas e a Modelagem Matemática como possibilidades didático-pedagógica da prática docente foi atingido.

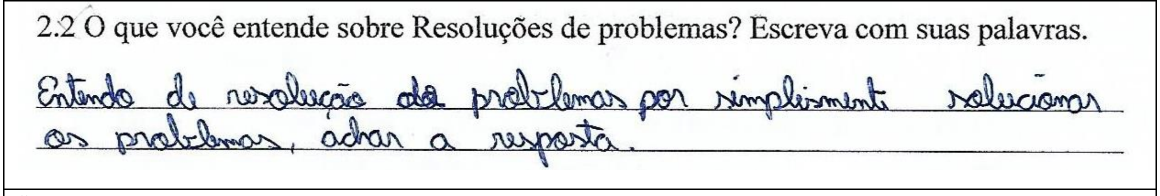
Ao final, os alunos responderam ao restante do questionário. Uma aluna não se sentiu à vontade em responder alegando ter chegado muito atrasada. O questionário foi respondido de forma voluntária. Este encontro foi realizado numa turma do 2º período, embora houvessem alunos do terceiro período. Ao final, os alunos sugeriram um novo encontro para que pudéssemos amadurecer mais o assunto. A instituição abriu a possibilidade de apresentar o trabalho numa turma da pós-graduação lato-senso em Educação Matemática em um outro momento.

Numa avaliação preliminar percebemos que embora no questionário os alunos afirmassem ter tido algum contato resolução de problemas o que não garante que sua concepção vá além da resolução de exercícios. A maioria dos participantes destacou não ter tido vivências com a modelagem matemática, mas reconhecem que sua prática é importante como interação do ensino-aprendizagem. Destacaram que a proposta do produto foi bem apresentada, mas ressaltaram a carência de propostas de práticas de modelagem e resolução de problemas para que suas ideias ficassem mais claras com relação aos seus desenvolvimentos metodológicos. Acatando este feedback, acrescentaremos um capítulo ou uma segunda parte do produto educacional que relate experiências de alguns trabalhos acadêmicos nas áreas abordadas. Como havia alunos do sexto período suas respostas nos indicaram que possivelmente não haja matérias especificas que sejam propositivas às correntes metodológicas da resolução de problemas e modelagem matemática.

Cabe destacar algumas falas sobre suas impressões do que seja a Resolução de Problemas na prática escolar. Em linhas gerais, todos tiveram pouquíssimo contato com a modelagem matemática e apresentaram ideias esparsas sobre resolução de problemas. Relataram que tiveram algum contato com as temáticas apresentadas no nosso encontro, em palestras e eventos que ocorreram na faculdade. Mas, não perceberam abordagens sistemáticas dos temas em disciplinas desenvolvidas na graduação.

Uma das abordagens do questionário foi com relação as percepções do aluno e suas concepções sobre Resolução de problemas.

Figura 2: Aluno A


2.2 O que você entende sobre Resoluções de problemas? Escreva com suas palavras.

Entendo de resolução da problemas por simplismente solucionar os problemas, achar a resposta.

“Entendo de resolução de problemas por simplesmente solucionar os problemas, achar a resposta.”

Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 3: Aluno B

2.2 O que você entende sobre Resoluções de problemas? Escreva com suas palavras. Basicamente, entendo que é resolver, solucionar os problemas.
“Basicamente, entendo que é resolver, solucionar problemas”

Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 4: Aluno D

2.2 O que você entende sobre Resoluções de problemas? Escreva com suas palavras. Resolução de problemas é saber interpretar questões, utilizando cálculos.
“Resoluções de problemas é saber interpretar questões, utilizando cálculos”.

Fonte: Dados da Pesquisa

Cabe destacar que o aluno D (Figura 4) de forma intuitiva coloca a questão da interpretação no processo de resolução de problemas, mas de forma esperada restringe a resolução de problemas a resolutividade das operações matemáticas. A questão central para os alunos (A, B e D) acima não está centrada nos processos de resolução, mas sim na resposta final que uma situação problemática possa lhes oferecer.

Com relação aos processos e procedimentos da resolução de problemas ressaltamos a concepção do aluno G.

Figura 5: Aluno G

2.2 O que você entende sobre Resoluções de problemas? Escreva com suas palavras. Um passo a passo ordenado para encontrar métodos de solucionar problemas.
“Um passo a passo ordenado para encontrar métodos de solucionar problemas”.

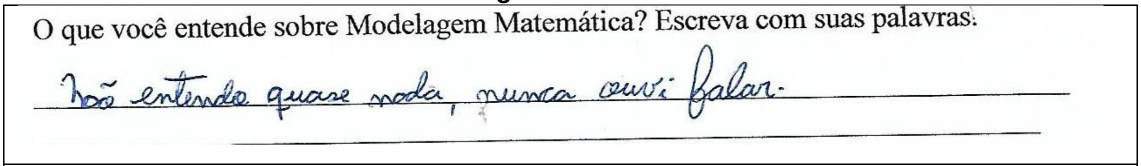
Fonte: Dados da Pesquisa

Sua fala, dentre a que observamos ao analisar as respostas do questionário, destaca, mesmo que de forma incipiente o estudo dos caminhos tomados na resolução de problemas. Ademais, a concepção predominante reforça a concepção de que resolução de problemas está associada de forma restrita à atividade matemática.

Esta concepção preliminar, levando-se em conta que os discentes relataram não terem tido contato com processos mais dialéticos na construção de problemas, suas falas reforçam as práticas tradicionais de lista de exercícios que sejam meros reforços dos processos algoritmos sem possíveis reflexões sobre a prática das matemáticas.

Com relação às suas percepções do que seja modelagem matemática suas declarações possivelmente indicam pouquíssima abordagem da matemática aplicada.

Figura 6: Aluno G

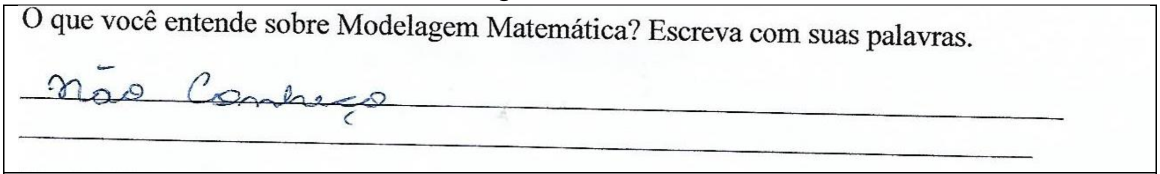

O que você entende sobre Modelagem Matemática? Escreva com suas palavras.

Não entendo quase nada, nunca ouvi falar.

"Não entendo quase nada, nunca ouvi falar".

Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 7: Aluno D

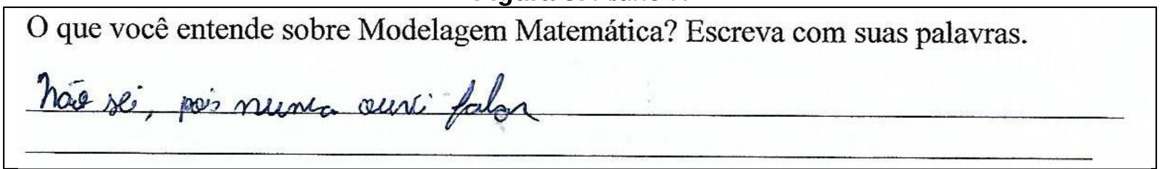

O que você entende sobre Modelagem Matemática? Escreva com suas palavras.

Não Conheço

"Não conheço".

Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 8: Aluno K


O que você entende sobre Modelagem Matemática? Escreva com suas palavras.

Não sei, pois nunca ouvi falar

"Não sei, pois nunca ouvi falar"

Fonte: Dados da Pesquisa

Neste pequeno recorte da nossa pesquisa, essas falas denotam, provavelmente, um forte indicativo de que as práticas tradicionais que apostam apenas nas listas de exercícios, ainda fazem parte da cultura escolar universitária. A despeito das pesquisas terem avançado no campo da educação/ensino de matemática, verifica-se a pouca ressonância das tendências mais críticas, que dialogam com a vida dos alunos nos centros universitários e nos cursos de licenciaturas.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No encaminhamento da pesquisa qualitativa, foram apresentadas muitas referências teóricas que ganharam certa abrangência na Educação Matemática nas últimas décadas. A Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas foram as duas tendências que ganharam centralidade nesse estudo por serem importantes caminhos metodológicos para tornar as teorias acadêmicas mais próximas do cotidiano dos alunos.

No entanto, ao aplicarmos o questionário para os licenciandos, constatamos que suas percepções com relação aos sentidos que as Resoluções de Problemas e Modelagem Matemática se apresentaram de forma muito fragmentada. Embora houvessem estudantes do sexto e sétimo período não foram identificadas em suas falas uma cultura escolar diferente da postura tradicional.

Suas apreensões e tentativas de definições conceituais sobre a Resolução de Problemas foram redundantes à medida que não estendiam seu desenvolvimento às suas questões motivadoras – e em alguns casos – a delimitavam como atividades de exercícios – que para Pozo (1998) há uma distinção clara entre a atividade de resolução de problemas – motivada por uma questão desafiadora – seja concernente à matemática ou a questões do cotidiano - e a mera listagem de exercícios de fixação dos algoritmos e propriedades de operações e estruturas matemáticas.

Os discentes sinalizaram um distanciamento muito grande de sua formação com as propostas da prática da Modelagem Matemática, cabendo ressaltar que alguns alunos relataram que nunca ouviram falar de Modelagem. Certamente, isto nos indica parcialmente, que haja uma lacuna do que seja produzido nos programas de pós-graduação com relação aos cursos de licenciatura.

Apontar esta possível falta de conjugação entre a pesquisa e a formação docente configurou-se um dos objetivos dessa pesquisa. Neste caso, ao levantar algumas ementas da base curricular da FEUC para identificarmos como estavam manifestas essas duas áreas, concluímos que havia um hiato entre os conteúdos apresentados nas ementas e o referencial teórico proposto para o desenvolvimento da disciplina. Embora o recorte feito nesta pesquisa não estabeleça uma possível extensão e generalização das análises que advenham dos dados colhidos do questionário e das fontes bibliográficas, sinalizam que pode haver uma pouca abordagem das duas propostas didáticas como alternativas epistêmicas do desenvolvimento da Matemática na formação docente.

Certamente essa pesquisa é insuficiente para estabelecermos uma análise conclusiva sobre as projeções dos resultados dos campos de pesquisa em Educação/Ensino em Matemática nos cursos de licenciatura, pois reconhecemos que o espectro da pesquisa foi limitado. Ainda assim, o seu desenvolvimento nos dá indicativos que a ampliação desse estudo se faz necessária.

Assim sendo, este estudo contribuiu para chamar a atenção para esse distanciamento entre o que se propaga na teoria e o que de fato se vivencia nas práticas escolares.

Acreditamos que o grande desafio dos professores, em especial os de Matemática, seja permitir que o currículo tradicional ceda espaço para a apresentação de novas possibilidades na construção do conhecimento. Esta é uma tarefa para todos os educadores comprometidos com uma educação da caráter mais dialógico, cujas metodologias despertem novos sentidos nos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem.

A resolução de situações-problemas para a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas são pontos iniciais das duas teorias-metodologias. Isto significa que a partir desse pressuposto que os dois campos apresentem confluências nos seus processos de construção do conhecimento.

Cabe uma ressalva neste momento sobre a inclusão da prática de projetos como presentes nas duas metodologias. Ao desenvolvermos a nossa pesquisa bibliográfica pouco se encontrou sobre estudos comparativos da metodologias Resolução de Problemas e Modelagem Matemática. Apenas pequenos ensaios foram encontrados que não mereciam citação dos seus desenvolvimentos em função da superficialidade de suas abordagens. Encontramos um trabalho de Biembengut que abordava possibilidades de comparação entre os dois campos. Sua análise predispôs quadros comparativos permeados pela estrutura de projetos. Por isso, embora não fosse nosso objetivo a pesquisa dessa metodologia, decidimos mantê-la.

Após a divulgação da obra de Polya são propostas novas abordagem do ensino da matemática centradas no processo e não na valorização extrema da resposta. Abre-se a possibilidade de estudos desses processos de resolução sob vários pontos de vista, sejam estes linguísticos, de análise cognitiva, comportamental, da análise curricular – para quem ensinar, o que ensinar e como ensinar.

A obra de Polya está centrada no 'como ensinar". Entretanto, o 'como", o 'para' e 'o que' ensinar passaram, desde a configuração de sua obra em 1945, a integrar um grande grupo de interrogações que geraram pesquisas neste campo. Portanto, não podemos simplesmente restringir sua contribuição ao campo didático da aprendizagem matemática, mas ao avanço de propostas de construção do conhecimento de Matemática Escolar.

Essa progressiva desvinculação da Matemática Acadêmica de uma Matemática Escolar nos indica que existem caminhos alternativos para a abordagem da Ciência Matemática em sala de aula.

Para aquele que se dedica ao Ensino das Matemáticas é importante perceber as contribuições da Matemática Acadêmica e da Matemática Escolar, onde a segunda se conjuga com a primeira, porém de forma autônoma, tais quais a Física se conjuga com a Matemática, a Economia, etc.

Importante destacar que estas novas perspectivas de abordagens da Matemática Acadêmica para o indivíduo em situação de aprendizagem, põe o docente e aquele em formação docente frente a um grau de contextualização que se contrapõe fortemente a uma transposição direta da construção da Matemática tal qual é produzida nas academias.

A Resolução de Problemas e a Modelagem Matemáticas por enfatizarem os processos de construção de resolução de uma situação-problema, estão focadas nas análise dos encaminhamentos heurísticos dados pelo estudante.

Neste sentido, a Modelagem Matemática, em sua construção não está fortemente atrelada ao currículo, como historicamente tem se desenvolvido a Resolução de Problemas, pois categoricamente a matiz de seus questionamentos surge de problemas cotidianos e não de problemas decorrentes do próprio desenvolvimento dos tópicos curriculares.

Ainda assim, sua prática é a partir de um problema qualquer representá-lo segundo um esquema, uma linguagem matemática, um conceito matemático que de sustentabilidade ao modelo.

Neste caso, há a relativização do modelo, pois uma abordagem fenomenológica dada para um estudante do 8º ano do ensino fundamental não será a mesma para um aluno do ensino médio e desta para um aluno de graduação.

Portanto, a análise de um processo estará diretamente ligada as experiencias vividas pelo aluno nas atividades escolares e no domínio de conceitos apreendidos ou a serem apreendidos no decurso do seu projeto de construção do modelo.

Daí o caráter periférico da Modelagem Matemática no currículo em relação à prática da Resolução de Problemas.

Os dois campos assumem uma postura intensamente investigativa com relação a construção da Matemática Escolar.

Como atividade investigativa – ainda que a Resolução de Problemas geralmente circunde um recorte menor ou específico de um assunto do programa do currículo – requer do aluno uma postura de pesquisa dos conceitos, dos caminhos similares que podem encaminhá-lo à resolução. Ora, isto também se dá nas atividades de Modelagem. Ambos, segundo Biembengut (2014), estão pautados na concepção de um projeto para executá-lo.

Este projeto, pode estar materializado na forma de esquemas, no planejamento por etapas ou de forma interna nos processos de construção do pensamento. Isto, certamente, como sinalizado parágrafos acima, nos possibilita análises subjetivas dos processos de construção do conhecimento.

Ainda que as origens da Resolução de Problemas estivessem restritas a problemas do currículo da matemática, segundo Pozo (1998) sua etapas de resolução são aplicáveis a outras situações controversas do cotidiano, ao ensino das ciências naturais e das ciências sociais.

O termo Resolução de Problemas assume, então, um campo semântico que extrapola o campo do ensino restrito da matemática. Num pequeno distanciamento de sua origem, a Resolução de Problemas se aproxima da Modelagem pela possibilidade de tomar como referencial as situações-problema do cotidiano, Esse avanço tem permitido à Resolução de Problemas variações de abordagens mais ricas e uma aproximação sensível com a Modelagem Matemática.

O estudo e a prática da Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática se complementam na construção da Matemática Escolar, estimulando um aprendizagem pautada numa postura questionadora e de pesquisa.

Embora suas práticas ainda estejam longe de ser universalizadas nas escolas brasileiras, e não seja fácil uma mudança na cultura docente, percebemos que aproximar as pesquisas de pós-graduação nas áreas de Resolução de Problemas e Modelagem Matemática dos cursos de licenciatura seja o caminho de mudança da cultura do ensino tradicional para uma escola que desenvolva o senso de pesquisa voltadas para um ensino reflexivo.

Naturalmente os dados levantados da ementa do curso de licenciatura e aplicação do questionário, oferecem um recorte preocupante da formação docente que no seu decurso pode eficazmente desenvolver os conteúdos acadêmicos necessários para o saber Matemático, entretanto estar distante das pesquisas em Educação Matemática.

Tanto a Resolução de Problemas como a Modelagem fazem parte do modus operandi da Matemática. Exigem do indivíduo uma postura investigativa e uma organização, um planejamento na manipulação dos dados obtidos.

Certamente, tanto a Modelagem como a Resolução de Problemas, buscam um esquema, um caminho que lhes possa apresentar como solução. Daí o caráter heurístico dessas metodologias.

Sentimos que incorporar esses campos na formação do professor não tem sido fácil. Cabe uma análise desta falta de perspectiva de mudança do Ensino da Matemática sob vários aspectos: o cotidiano escolar, a estrutura da escola de fábrica que herdamos da revolução industrial, da questão cultural do professor e do aluno etc. Percebemos ser vasto esse campo de pesquisa. Por que apesar de termos contatos com pesquisa de ponta em Educação Matemática no Brasil, o desenvolvimento dos estudantes nos parece insatisfatório?

Os cursos de Licenciatura há 30 anos estavam pautados tão somente numa sólida e incontestável base matemática referendada e apoiada pelos cursos de Bacharelado. As disciplinas pedagógicas tinham caráter complementar à formação docente. A cultura de que professor de Matemática seria Matemático fazia parte dos valores da formação docente. Esta questão identitária reforçou o ensino tradicional.

O desenvolvimento da pesquisa em Educação Matemática no Brasil e no mundo tem possibilitado que escolas de organização curricular inspiradas em projetos ofereçam uma prática mais contextualizada na vida do indivíduo.

O documento do Ministério da Educação no parecer 1302/2001, infelizmente, reforça a questão histórica acima quando dispõe no mesma Diretriz Curricular o Bacharelado e Licenciatura em Matemática.

De forma superficial dá indicativos do desenvolvimento da Educação Matemática a partir da Resolução de Problemas e Modelagem Matemática com referências pouco substanciais de autores brasileiros. O seu parecer resume-se a quatro páginas sem complementação de textos de autores relevantes na pesquisa de Educação Matemática no Brasil.

Sem uma postura mais contundente da função do futuro professor de Matemática nos documentos oficiais, os termos frequentemente utilizados tais como Resolução de Problemas, Modelagem Matemática se apresentam destituídos de seus significados.

Neste trabalho percebemos a necessidade de aprofundamento de estudos em vários pontos: :aprofundar o estudo das correlações entre Resolução de Problemas e Modelagem Matemática como campos de pesquisa; dar continuidade a pesquisa quanto as percepções dos estudantes nesses campos; fazer uma análise mais profunda das atividades de Modelagem e Resolução de Problemas nos cursos de Licenciatura.

Nas disciplinas pedagógicas relativas ao ensino da matemática, a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas são tratadas como subtópicos dessas disciplinas. Talvez para evitarmos um tratamento transitório a esses campos teóricos não seria necessário criar disciplinas que fundamentassem seu métodos, seus desenvolvimentos históricos, suas evoluções teóricas?

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W. D.; SILVA, K.P.; VERTUAN, R.E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P. **Modelagem Matemática em foco**. 1. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.

HOLANDA, A. B. Novo Dicionário da Língua Portuguesa. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1975.

BALIERO, I.F. **Arquimedes, Papus, Descartes e Polya - Quatro episódios na história da heurística.** Tese (Doutorado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico- Científicos). Rio Claro: IGCE . Cp. de Rio Claro- UNESP, 2004, 217p.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2014. 389 p.

BAZARIAN, J. S. **Intuição Heurística:** uma análise científica da intuição criadora. 3. ed. São Paulo: Alfa-Ômega, 1986.

BEGLE, E. G. Critical Varables in Mathematics Education. **Mathematics Association of American and National Council of Teachers of Mathematics**, Washington, D.C., 1979.

BIEMBENGUT, M. S.. 3**0 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira**: das propostas primeiras às propostas atuais. In: Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.7- 32, jul. 2009.

_______________. **Modelagem na educação matemática e na ciência**.-São Paulo: Editora livraria da Física, 2016.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2014.

BOUTINET, J. P. Antropologia do Projeto. Lisboa: Instituto Piaget, 1990.

BRANCA. N. **Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica.** In:KRULIK, S.; KEYS, R. E. A Resolução de Problemas na matemática escolar. São Paulo: Atual, 1997.

BRASIL, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO E SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. Parâmetros Curriculares Nacionais. **Matematica: ensino da quinta a oitava séries.**, Brasilia, DF, p. 148, 1998.

BRASIL, MINISTERIO DA EDUCAÇÃO. CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. Parecer 1203, Brasília, DF, 2001.

BROWNELL, W. The Progressive Nature of Learning in Mathematics. 1944. In: ______ **Mathematics Teacher, 100 years Mathematics Teacher. Naional**

Council of Teacher of Mathematics. Special Issue. ed. [S.l.]: [s.n.], v. 100, 2007. p. 26-35.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem. 459 p. Tese de Doutorado em Educação.Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992

BURAK, D.; BRANDT, F. Modelagem Matemática e Representação Semiótica: contribuições para o desenvolvimento do pensamento algébrico. **ZETÉTIKÉ -FE**, Campinas, 18, n. 33, jan/jun 2010. 63-102.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Considerações sobre a modelagem matemática em uma perspectiva de Educação Matemática. Revista Margens Interdisciplinar. Abaetetuba, PA, v.7, n.8, p. 33-50, 2013.

CHAVES, V. D.; NEVES, M. R. **Heurística e matemática:** possibilidades para o ensino. 1. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2016.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12. ed. São Paulo: Atica, 1999. 176 p.

DUVAL, R**. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática.** In: MACHADO, S. D. A. Aprendizagem em Matemática**:** Registros de Representação Semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003, p. 11-34

ECHEVERRÍA. M. A. **Solução de Problemas em Matemátic**a. In: A Solução de Problemas - Aprender a resolver, resolver para aprender. Pozo. J.I. (org.).-Porto Alegre: ArtMed, 1998.

ESQUINCALHA, **Nicolas Bourbaki e o movimento da Matemática Moderna.** In: Revista de Educação, Ciências e Matemática v.2 n.3 set/dez 2012.

FANGE, E.K. Von. **Criatividade Profissional.** São Paulo:Cortez, 1971.

FIORENTINE, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** rercursos teóricos e metodológicos. 3ª. ed. Campinas: Autores Associados, v. Coleção: Formação de professores, 2012. 228 p.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**. 37ª. ed. São Paulo: Paz e Terra, . Coleção Leitura, 1996.

FREUDENTHAL, H. **Why to teach mathematics so as to be useful.** Education Studies in Mathematics. V. 1. n.1/2. Mai, 1968, p. 3-8.

GIL, A.C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5.ed. São Paulo: Atlas,1999.

KILPATRICK, J.A. A Historyof Research in Mathematics Education p. 3-38. In: **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. A project of the National Council of Teacher of Mathematics.** Douglas A. Grouws (ed.). 1992. New York. MACMILLAN.

KRULIK, S.; REYS, R. E. **A Resolução de Problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

LESTER, F.K. Jr. Musing about Research on Mathematical Problem Solving: 970-1994. In: **Special 25th anniversary issue of the Journal for Reserch in Mathematics Education** . Mathematics Education Development Center. School Education, Indiana University.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em Ação**: Abordagens Qualitativas ed. 2. Rio de Janeiro: E.P.U, 2017..

MACHADO, N.J.**A vida, o jogo e o projeto.** In; ARANTES, V.A.(Org). Jogo e Projeto: pontos e contra pontos. São Paulo: Summus, 2006.

MARTINS, I. Analisando livros didáticos na perspectiva do discurso: compartilhando reflexões e sugerindo uma agenda para pesquisa.Pro-Posiçãoes, Campinas, v.17, n.49, p.117-136, 2006.

MENINO, F. S; ONUCHIC, L.R. **O problema da calha e o uso e o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas nos Cursos de Engenharia.** 1 ed. In: ONUCHIC, L.R; JUNIOR, L.C.L; PIRONEL, M. (orgs). **Perspectivas para Resolução de Problemas.** São Paulo: Livraria da Física, p.221-246, 2017.

MEYER, J.; CALDEIRA, A.; MELHEIROS, A.. A. **Modelagem em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autentica, v. Coleção: Tendencias em Educação Matemática, 2017.

MORAIS, R.S; ONUCHIC, L. R. **Uma abordagem Histórica daResolução de roblemas.** In: ONUCHIC, L.R; ALLEVATO, N.S.G; NOGUTI, .C.H.;JUSTALIN, .M. **Resolução de Problemas:** Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, p.17-34, 2014.

NATIONAL INSTITUTE OF EDUCATION. **Conference on Basic Matheded Position Papers**. Whashington DC: The Institute. 1975.

ONUCHIC, L. R.. **Resolução de Problemas:** Teoria e Prática. 1. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. 160 p.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POPPER, K. **A Lógica da Pesquisa Científica.** Ed. 2. São Paulo: Cultrix, 2013

POZO, J. I. **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

PROJETO PEDAGÓGICO DO CURSO DE LICENCIATURA - FEUC-RJ/2018.<https://www.feuc.br/pdfs/graduação/MAT-PROJETO-PEDAGOGICO-CURSO-LICENCIATURA--EM-MATEMATICA.pdf>. Em 06/08/2018.

QUIVY, R.; CAMPENHOUDT, L. V. **Manual de Investigação em Ciências Sociais.** Lisboa: Gradiva, ed. 6, 2013.

SCHROEDER, T. L; LESTER JR,F.K. Developing Understanding in Mathematics Solving. In: TRATFON, P.R.; SHULTE, A.P. (eds). **New Directions ElementarySchool Mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

STANIC, G. M.; KILPATRICK, J. **Historical Perpectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum.** In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Ed) **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**. Virginia: Laurence Erlbaum Associates, 1989. p. 1-23

SILVA. K. A. P. **Modelagem Matemática e Semiótica: Algumas Relações.** Dissertação de Mestrado - Universidade estadual de Londrina: Londrina, 2008. 218 f

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** 17 ed. Petrópolis. Editora Vozes, 2016.

TATON, R. **História Geral das Ciências:** A ciência moderna. Vol. 2. São Paulo: Difusão Europeia do Livro, 1960.

TEIXEIRA, J.F. **Mente, Cérebro e Cognição**. Petrópoplis: Editora Vozes, 2000.

THORNDIKE, E.L. **A Nova Metodologia da Aritmética.** 1921/1936. Disponível em:<httpps://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/116407>Acesso em:4/01/2018.

VAN DER WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**. 1. ed. Porto Alegre: ArtMed, 2009.

ANEXO 1

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO
CÂMARA DE EDUCAÇÃO SUPERIOR

RESOLUÇÃO CNE/CES 3, DE 18 DE FEVEREIRO DE 2003.(*)

Estabelece as Diretrizes Curriculares para os cursos de Matemática.

O Presidente da Câmara de Educação Superior, no uso de suas atribuições legais e tendo em vista o disposto na Lei 9.131, de 25 de novembro de 1995, e ainda o Parecer CNE/CES 1.302/2001, homologado pelo Senhor Ministro de Estado da Educação em 4 de março de 2002, resolve:

Art. 1º As Diretrizes Curriculares para os cursos de bacharelado e licenciatura em Matemática, integrantes do Parecer CNE/CES 1.302/2001, deverão orientar a formulação do projeto pedagógico do referido curso.

Art. 2º O projeto pedagógico de formação profissional a ser formulado pelo curso de Matemática deverá explicitar:

a) o perfil dos formandos;
b) as competências e habilidades de caráter geral e comum e aquelas de caráter específico;
c) os conteúdos curriculares de formação geral e os conteúdos de formação específica;
d) o formato dos estágios;
e) as características das atividades complementares;
f) a estrutura do curso;
g) as formas de avaliação.

Art. 3º A carga horária dos cursos de Matemática deverá obedecer ao disposto na Resolução que normatiza a oferta dessa modalidade e a carga horária da licenciatura deverá cumprir o estabelecido na Resolução CNE/CP 2/2002, resultante do Parecer CNE/CP 28/2001.

Art. 4º Esta Resolução entra em vigor na data de sua publicação, revogadas as disposições em contrário.

ARTHUR ROQUETE DE MACEDO
Presidente da Câmara de Educação Superior

(*) CNE. Resolução CNE/CES 3/2002. Diário Oficial da União, Brasília, 25 de fevereiro de 2003. Seção 1, p. 13

ANEXO 2

PARECER HOMOLOGADO(*)
(*) Despacho do Ministro, publicado no Diário Oficial da União de 29/10/2001.
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO
INTERESSADO: Conselho Nacional de Educação / Câmara de Educação Superior **UF**: DF
ASSUNTO: Orientação para as diretrizes curriculares dos cursos de graduação
RELATOR(A): Éfrem de Aguiar Maranhão
PROCESSO(S) Nº(S): 23001.000141/2001-15
PARECER Nº:
CNE/CES 583/2001
COLEGIADO
CES
APROVADO EM:
04/4/2001

I - Relatório

A Câmara de Educação Superior do Conselho Nacional de Educação tem, da **Lei 9.131,** de 1995, competência para "d*eliberar sobre as diretrizes curriculares propostas pelo Ministério da Educação e do Desporto, para os cursos de graduação".*

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, **Lei 9.394,** de dezembro de 1996, assegura ao ensino superior maior flexibilidade na organização curricular dos cursos, atendendo à necessidade de uma profunda revisão de toda a tradição que burocratiza os cursos e se revela incongruente com as tendências contemporâneas de considerar a formação em nível de graduação como uma etapa inicial da formação continuada; bem como à crescente heterogeneidade tanto da formação prévia como das expectativas e dos interesses dos alunos.

O **Decreto 2.026**, inciso II do artigo quatro, de outubro de 1996, bem como no artigo 14 do **Decreto 2.306,** de 1997, estabelecem que as Diretrizes Curriculares são referenciais para as avaliações de cursos de graduação.

O Parecer **CNE/CES 776/97** estabeleceu orientação geral para as diretrizes curriculares dos cursos de graduação e entre outras considerações assinala:

"*Além do mais, os currículos dos cursos superiores, formulados na vigência da legislação revogada pela Lei 9.394, de dezembro de 1996, em geral caracterizam-se por excessiva rigidez que advém, em grande parte, da fixação detalhada de mínimos curriculares e resultam na progressiva diminuição da margem de liberdade que foi concedida às instituições para organizarem suas atividades de ensino"* e destaca: "*Visando assegurar a flexibilidade e a qualidade da formação oferecida aos estudantes, as diretrizes curriculares devem observar os seguintes princípios:*

1) *Assegurar às instituições de ensino superior ampla liberdade na composição da carga horária a ser cumprida para a integralização dos currículos, assim como na especificação das unidades de estudos a serem ministradas;*

2) *Indicar os tópicos ou campos de estudo e demais experiências de ensino aprendizagem que comporão os currículos, evitando ao máximo a fixação de conteúdos específicos com cargas horárias pré-determinadas, as quais não poderão exceder 50% da carga horária total dos cursos;*

3) *Evitar o prolongamento desnecessário da duração dos cursos de graduação;*
4) *Incentivar uma sólida formação geral, necessária para que o futuro graduado possa vir a superar os desafios de renovadas condições de exercício profissional e de produção do conhecimento, permitindo variados tipos de formação e habilitações diferenciadas em um mesmo programa;*
5) *Estimular práticas de estudo independente, visando uma progressiva autonomia profissional e intelectual do aluno;*
6) *Encorajar o reconhecimento de conhecimentos, habilidades e competências adquiridas fora do ambiente escolar, inclusive as que se referiram à experiência profissional julgada relevante para a área de formação considerada;*
7) *Fortalecer a articulação da teoria com a prática, valorizando a pesquisa individual e coletiva, assim como os estágios e a participação em atividades de extensão;*
Incluir orientações para a condução de avaliações periódicas que utilizem instrumentos variados e sirvam para informar a docentes e a discentes acerca do desenvolvimento das atividades didáticas."

O **MEC/SESu** também em dezembro de 1997 lançou **Edital 4** estabelecendo modelo de enquadramento das propostas de diretrizes curriculares tendo recebido cerca de 1200 propostas bastante heterogêneas que foram sistematizadas por 38 comissões de especialistas. Destaca-se a variedade em termos de duração dos cursos em semestres: de quatro até 12, e de carga horária, de 2000 até 6800 h.

O Plano Nacional de Educação, **Lei 10.172** de janeiro de 2001, define nos objetivos e metas: "*... 11. Estabelecer, em nível nacional, diretrizes curriculares que assegurem a necessária flexibilidade e diversidade nos programas oferecidos pelas diferentes instituições de ensino superior, de forma a melhor atender às necessidades diferenciais de suas clientelas e às peculiaridades das regiões nas quais se inserem...".*

A Câmara de Educação Superior do Conselho Nacional de Educação decidiu adotar uma orientação comum para as diretrizes que começa a aprovar e que garanta a flexibilidade, a criatividade e a responsabilidade das instituições ao elaborarem suas propostas curriculares.

Portanto, é fundamental não confundir as diretrizes que são orientações mandatórias, mesmo às universidades, **LDB, Art. 53 :**

"*No exercício de sua autonomia, são asseguradas às universidades, sem prejuízos de outras, as seguintes atribuições:...II - fixar os currículos dos seus cursos e programas, observadas as diretrizes gerais pertinentes...*" com parâmetros ou padrões *standard*-curriculares que são referenciais curriculares detalhados e não obrigatórios.

II – VOTO DO(A) RELATOR(A)

Tendo em vista o exposto, o relator propõe:

1- A definição da duração, carga horária e tempo de integralização dos cursos será objeto de um Parecer e/ou uma Resolução específica da Câmara de Educação Superior.

2- As Diretrizes devem contemplar:

a- Perfil do formando/egresso/profissional - conforme o curso o projeto pedagógico deverá orientar o currículo para um perfil profissional desejado.

b- Competência/habilidades/atitudes.

c- Habilitações e ênfases.

d- Conteúdos curriculares.

e- Organização do curso.

f- Estágios e Atividades Complementares.

g- Acompanhamento e Avaliação.

Brasília–DF, 04 de abril de 2001.
Conselheiro Éfrem de Aguiar Maranhão - Relator
III – DECISÃO DA CÂMARA
A Câmara de Educação Superior aprova por unanimidade o voto do(a) Relator(a).
Sala das Sessões, em 04 de abril de 2001.
Conselheiro Arthur Roquete de Macedo – Presidente
Conselheiro Jose Carlos Almeida da Silva – Vice-Presidente