UNIVERSIDADE DO GRANDE RIO
Escola de Ciências, Educação, Letras, Artes e Humanidades
Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências
Curso de Mestrado Profissional

SIMETRIA MATEMÁTICA COM SIMBOLOS ADINKRA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA EDUCAÇÃO BÁSICA

EDLAINE GLADYS BORGES VIANA

Duque de Caxias
Novembro /2018

EDLAINE GLADYS BORGES VIANA

SIMETRIA MATEMÁTICA COM SIMBOLOS ADINKRA: PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA EDUCAÇÃO BÁSICA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Educação Básica da Universidade do Grande Rio, como requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre.

Área de Concentração: Ciências da Educação Básica

Orientadores: Prof.ª Dra. Eline das Flores Victer
Prof. Dr. Ângelo, dos Santos Siqueira

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências na Educação Básica - Universidade do Grande Rio

Duque de Caxias
Novembro/2018

CATALOGAÇÃO NA FONTE/BIBLIOTECA - UNIGRANRIO

V614s Viana, Edlaine Gladys Borges.

Simetria matemática com símbolos adinkra: proposta de uma sequência didática para Educação Básica / Edlaine Gladys Borges Viana. – Duque de Caxias, 2018.

119 f.: il.; 30 cm.

Dissertação (mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy", Escola de Educação, Ciências, Letras, Artes e Humanidades, 2018.

"Orientadora: Profa. Eline das Flores Victer".

DUQUE DE CAXIAS
Novembro 2018

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

EDLAINE GLADYS BORGES DE VIANA

SIMETRIA MATEMÁTICA COM SÍMBOLOS ADINKRA: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino das Ciências.

Aprovada em 29 de novembro de 2018 pela seguinte Banca Examinadora:

Profª. Drª. Eline das Flores Victer
Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO – Presidente

Profª. Drª. Angelo Santos Siqueira
Programa de Pós-Graduação em Humanidades, Culturas e Artes
Universidade do Grande Rio (UNIGRANRIO)

Profª. Drª. Chang Kuo Rodrigues
Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO

Prof. Dr. Sérgio Ricardo Pereira de Mattos
Universidade do Grande Rio (UNIGRANRIO)

Profª. Drª. Maria Geralda de Miranda
UNISUAM

DEDICATÓRIA

A todos aqueles que participaram da construção deste trabalho. E a todos aqueles que, de algum modo, venham fazer uso dele.

Não quero que a minha casa seja cercada de muros por todos os lados, nem que as minhas janelas sejam tapadas. Quero que as culturas de todas as terras sejam sopradas para dentro da minha casa, o mais livremente possível. Mas recuso-me a ser desapossado da minha por qualquer outra.

Mahatma Gandhi

RESUMO

VIANA, E.G.B. **Simetria Matemática Com Símbolos Adinkra: Proposta De Uma Sequência Didática Para Educação** Básica. Rio de Janeiro, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências - PPGEC - UNIGRANRIO, 2018. Dissertação de Mestrado Profissional.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), ao indicarem a necessidade de valorização da pluralidade sociocultural, buscou criar condições para o aluno construir uma nova visão de mundo. Associar elementos do multiculturalismo ao currículo de matemática se apresentava como o desafio a ser ultrapassado, sendo essa a inquietação que levou ao estudo dos conceitos de simetria, a partir das transformações lineares, utilizando a simbologia africana Adinkra como fator de correlação com elementos multiculturais. O objetivo principal do estudo foi o de proporcionar uma aprendizagem consistente e lúdica da Simetria por meio desta simbologia e que resultasse no desenvolvimento de um produto educacional que contribuísse com o ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos numa perspectiva multicultural, de modo a despertar no professor reflexões sobre suas práticas pedagógicas. Ao relacionar a cultura africana ao processo de ensino-aprendizagem como elemento de integração da escola com o ambiente social do aluno, obteve-se uma resposta imediata e positiva, pela assimilação dos conceitos pelos estudantes, gerando a compreensão dos aspectos multiculturais, ao mesmo tempo em que facilitou o aprendizado da disciplina. Como resultado, foi desenvolvido um Produto Educacional em forma de livro, que apresenta uma sequência didático-metodológica orientadora para professores de matemática da Educação Básica. Esta sequência, autoaplicável, cria condições favoráveis para o ensino da matemática, além de ir ao encontro do que é preconizado nos PCN, no que se refere a inserção do multiculturalismo como elo do processo de comunicação entre a escola e o seu entorno, numa integração de saberes que favorece as relações sociais e estimula a formação de um cidadão consciente e autônomo.

Palavras Chave: Simetria. Matriz. Multiculturalismo. Simbologia Adinkra.

ABSTRACT

VIANA, E.G.B. Mathematical Symmetry with Adinkra Symbols:A Didactic Sequence For Basic Education. Advisor. Rio de Janeiro: Post-Graduation Program in Teaching Sciences - PPGEC - UNIGRANRIO, 2018. Professional Master's Dissertation.

The National Curricular Parameters (NCP), when indicating the need to value socio-cultural plurality, sought to create conditions for the student to construct a new worldview. Linking elements of multiculturalism to the mathematics curriculum was presented as the challenge to be overcome, which was the concern that led to the study of the concepts of symmetry, using linear transformations, using the African symbology Adinkra as a correlation factor with multicultural elements. The main objective of the study was to provide a consistent and playful learning of Symmetry through this symbology and that resulted in the development of an educational product that contributed to the teaching-learning of mathematical concepts in a multicultural perspective, so as to awaken reflections in the teacher about their pedagogical practices. By relating African culture to the teaching-learning process as an element of integration of the school with the student's social environment, an immediate and positive response was obtained by assimilating the concepts by the students, generating an understanding of multicultural aspects at the same time in which it facilitated the learning of the discipline. As a result, an Educational Product was developed in the form of a book, which presents a didactic-methodological sequence that guides teachers of Mathematics in Basic Education. This sequence, which is self-applied, creates favorable conditions for the teaching of mathematics, in addition to meeting what is recommended in the NCP, regarding the insertion of multiculturalism as the link between the school and its surroundings, of knowledge that favors social relations and stimulates the formation of a conscious and autonomous citizen.

Keywords: Symmetry. Matrix. Multiculturalism. Adinkra Symbology

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

São diversas as possibilidades de encontrar formas e imagens, nas quais a Geometria e a Simetria podem ser observadas, como em construções, objetos, obras de arte, elementos da natureza, corpo humano, uma imagem no espelho, reflexos na água e assim por diante. Dentre todas, a simetria se destaca pelas belas imagens que remete ao equilíbrio e proporção, ao padrão e regularidade, harmonia e beleza, ordem e perfeição, perceptíveis à maioria das pessoas, não necessitando de fundamentos formais e teóricos propriamente ditos, para serem apreciados ou observados.

Essa presença é tão evidente que historicamente tem sido usada pelo homem nas suas criações, desde os tempos mais primitivos. Há referências indicativas de que “os primeiros contatos com a geometria são anteriores aos sistemas de números e escritos.” (ROONEY, 2012, p. 73)

Alguns dos registros mais antigos chegam a datar o Período Neolítico, considerado último período da Idade da Pedra, por volta de 8.000 a.C. “O homem neolítico pode ter tido pouco lazer e pouca necessidade de medir terras, porém seus desenhos e figuras sugerem uma preocupação com relações espaciais, que abriu caminho para a geometria.” (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 26)

Nesse sentido, a simetria presente no campo da geometria é um dos conceitos de grande importância a ser trabalhado pelos professores da disciplina, por propiciar a oportunidade de relacionar a construção dos saberes matemáticos com a história de diferentes povos e suas contribuições.

Este caminho, além de promover a construção do conhecimento matemático sob perspectiva sociocultural, pode contribuir para a tomada de consciência, no sentido de valorizar culturas distintas, envolvendo posicionamentos e concepções a respeito de causas e efeitos, de uma dimensão histórica e política de uma sociedade.

Diante dessa reflexão, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) oferecem subsídios para nortear o trabalho de pesquisa, sob a égide dos Temas Transversais, conjunto de temas para serem incorporados nas áreas curriculares já existentes, com a proposta de “discutir a amplitude do trabalho com problemáticas sociais no âmbito escolar”, com o propósito de promover “uma prática educacional voltada para a compreensão da realidade social e dos direitos e responsabilidades em relação à vida pessoal, coletiva e ambiental.” (BRASIL,1997, p.15)

Nesse conjunto de temas, um dos pilares que suporta a pesquisa é a Pluralidade Cultural, que traz um olhar, não só para o conhecimento, mas também para a valorização de características étnicas e culturais dos diferentes grupos sociais, que convivem em território eivado de desigualdades socioeconômicas e de relações sociais discriminatórias e excludentes.

Entende-se que valorizar diferenças étnicas e culturais não significa aderir aos valores do outro, mas respeitá-los como expressão da diversidade, prerrogativa fundamental de todo ser humano, por sua dignidade intrínseca, isenta de qualquer elemento de discriminação. Esse processo de aprendizagem é auxiliar na consolidação do espírito democrático, num país miscigenado, composto por multicultural complexo, por vezes, paradoxal.

Assim, o multiculturalismo, entendido como um conjunto de práticas para lidar com as diferenças culturais, alinhado com etnomatemática, que busca explicar, entender e conviver com procedimentos, técnicas e habilidades matemáticas desenvolvidas no entorno sociocultural de um grupo, vem ao encontro desta perspectiva sociocultural, buscando construir com os alunos um pensamento crítico e lógico, proporcionando “dentro do campo geométrico um campo fértil para a exploração dos raciocínios dedutivos, desenvolvendo habilidades de percepção espacial que favorecem a construção da noção de congruência de figuras planas” (BRASIL, 1998, p.86).

Para os PCN, os conteúdos referentes aos blocos e formas no campo da geometria, tem como ponto de partida o uso de análise das figuras pelas observações, manuseios e construções. Assim, torna-se importante explorar atividades que permitam ao aluno “perceber que pela composição de movimentos é possível transformar uma figura em outra,” (BRASIL. 1998, p.86) de modo a permitir fazer conjecturas e identificar propriedades presentes nelas.

Desta forma, despertou-se o interesse em trabalhar conceitos de matemática ligados à ideia de simetria, em uma perspectiva multicultural. Buscou-se incluir aspectos da linguagem étnica africana no processo de ensino-aprendizagem de matemática.

A presente investigação aborda uma simbologia africana conhecida como Adinkra, originária da etnia africana Akan, de Gana, África Ocidental, cujos símbolos representam conceitos ou aforismos, a partir de um estudo sobre matriz, propondo o uso da matemática nas construções desses símbolos. O trabalho, com algumas demonstrações, tem o objetivo de apresentar uma abordagem diferente no ensino da simetria, sem abandonar as verificações empíricas dessas construções, “pois estas permitem produzir conjecturas e ampliar o grau de compreensão dos conceitos envolvidos”. (BRASIL. 1998, p.87)

Assim, a investigação vai ao encontro do que propõe os PCN, ao indicar a valorização da diversidade cultural e seus respectivos modos de vida, de valores, de crenças e de conhecimentos, aproximando do saber escolar. Isso constitui-se um desafio para a educação matemática: criar condições para o aluno construir uma nova visão de mundo.

Desta forma, é possível tornar explícita a problemática que originou esta investigação: **É possível relacionar símbolos Adinkra a conceitos matemáticos, como fator de inserção multicultural?** Dessa problemática, origina-se o objetivo principal:

- Proporcionar uma aprendizagem consistente e lúdica da Simetria por meio da simbologia Adinkra, apoiada em um produto educacional didático-metodológico.

Do objetivo principal, decorrem os seguintes objetivos secundários:

- Relacionar a cultura africana ao processo ensino-aprendizagem, como elemento de integração da escola com o ambiente social do aluno;
- Contemplar os Parâmetros Curriculares Nacionais, no que tange aos elementos relativos ao multiculturalismo e o desenvolvimento da cidadania;
- Desenvolver uma sequência didática autoaplicável, escalável e passível de ser adaptada a outras culturas, dando significados locais ao ensino da matemática.

Quanto a metodologia de pesquisa, foi utilizado o estudo de caso, tratado por Yin (2015, p.32.) como “uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real [...] e onde múltiplas fontes de evidência são utilizadas.”

Optou-se assim pelas reflexões desse autor para nortear o trabalho, uma vez que se trata de análise das evidências empíricas coletadas a partir da inter-relação entre os dados abstratos, como a relação dos símbolos com o aspecto cultural, linguístico, familiar e social do aluno, com os dados concretos, como no processo de cálculos algébricos aplicados na construção dos símbolos.

O grupo de investigação foi uma turma de 31 alunos do segundo ano do Ensino Médio, de uma escola pública localizada no município de Duque de Caxias, no Estado do Rio de Janeiro.

A análise das evidências foi pautada na sequência dos cinco componentes presentes em uma pesquisa de estudo de caso apontados pelo autor, no sentido mais amplo; o "projeto de estudo de caso é a sequência lógica que conecta os dados empíricos às questões de pesquisa iniciais do estudo e, em última análise, às suas conclusões." (YIN, 2015, p.41)

A presente dissertação apresenta então a seguinte estrutura: na segunda seção, é abordada a revisão sistemática da literatura, apoiada em alguns teóricos que trazem em suas pesquisas, aspectos relevantes para serem acrescentados ao estudo.

Na terceira seção, são apresentadas referências sobre o multiculturalismo na educação e seus desdobramentos no campo da matemática. Também nesta seção, os aspectos históricos da simbologia africana Adinkra e suas representações estão contemplados.

A quarta seção trata de um estudo sobre simetrias de forma algébrica, a partir das transformações lineares no R^2, que são o estudo das funções dentro dos espaços vetoriais. Encontra-se aí uma alternativa lúdica para o uso de matriz na educação básica. No que concerne ao processo de ensino-aprendizagem de matrizes, pode-se inferir que este "se caracteriza pela utilização de regras que, de modo geral, apresentam-se completamente desvinculadas da realidade dos alunos." (MESSIAS, 2007, p.2)

A quinta seção está dedicada a explicar os procedimentos metodológicos que nortearam este estudo. Nela buscou-se explicar, através de fundamentação bibliográfica, elementos que permitem validar determinados tipos de pesquisa, de forma a serem entendidos como um estudo de caso.

A sexta seção está dedicada ao relato da experiência, descrevendo o envolvimento dos alunos presentes nos cinco encontros propostos. Ainda nesta seção, é apresentada a análise e discussão dos resultados, onde as evidências relevantes coletadas são analisadas a luz dos referenciais estudados para esta pesquisa. As análises impulsionaram para a construção de uma sequência didática, que tem como objetivo construir um novo modelo de ensino-aprendizagem, disponibilizando aos docentes recursos que permitam associar saberes matemáticos a saberes multiculturais.

A sétima seção aborda a sequência didática em sua estrutura: os capítulos, as orientações, os objetivos e como utilizar as atividades.

A crença é que o presente trabalho venha contribuir com o ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos numa perspectiva multicultural, de modo a despertar no professor reflexões sobre suas práticas pedagógicas, levando-o a buscar uma relação entre os saberes matemáticos e os saberes multiculturais que permeiam o ambiente de aprendizagem do aluno.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo se propõe a revisar elementos relevantes da literatura, referente a esta pesquisa. Segundo Santos (2012) revisar significa retomar os discursos de outros pesquisadores e estudiosos não apenas para reconhecê-los, mas também para interagir com eles por meio de análise e catalogação dos materiais relevantes da pesquisa. Essa etapa é uma das mais importantes, pois possibilita a clareza de entendimento para o tópico de interesse. O pesquisador pode estabelecer um quadro teórico e definir o referencial conceitual que dará sustentação ao desenvolvimento de sua pesquisa, onde:

> [...] a produção do conhecimento não é um empreendimento isolado. É uma construção coletiva da comunidade científica, um processo continuado de busca, no qual cada nova investigação se insere, completando ou contestando contribuições anteriormente dadas ao estudo do tema. (ALVES, 1992, p.54)

É de se entender que a elaboração de um trabalho científico exige, no mínimo, uma ideia clara do problema que levou a criação da pesquisa a ser resolvido ou respondido, bem como a metodologia mais apropriada para fazê-lo. Deste modo, foi utilizada a revisão sistemática, já que ela surge a partir da necessidade de pesquisadores resumirem todas as informações existentes sobre alguns fenômenos, de uma forma completa e de maneira imparcial.

Uma seleção criteriosa e profunda da “[...] literatura pertinente ao problema possibilita a familiarização com os textos e mediante esse processo, identificar os autores, ideias e teses anteriormente estabelecidas sobre o problema pesquisado” (SANTOS, 2012, p.93).

Segundo Kitchenham (2004) as revisões sistemáticas também podem ser realizadas para examinar até que ponto a evidência empírica apoia ou contradiz hipóteses teóricas, ou ainda, para auxiliar a geração de novas hipóteses. Em conformidade com esse ponto de vista, optou-se pela autora, para nortear o uso da revisão sistemática no trabalho bem como suas diretrizes.

As diretrizes da revisão sistemática envolvem três etapas principais com diferentes sugestões sobre o número e ordem da atividade; são elas: planejando a revisão, conduzindo a revisão, relatando a revisão. As etapas da revisão sistemática da literatura podem ser desenvolvidas por meio de alguns componentes sendo “um meio de identificar, avaliar e interpretar todas as pesquisas disponíveis relevantes para uma questão de pesquisa em particular, ou área temática, ou fenômeno de interesse. Os componentes são:

> •Fundo: a justificativa da pesquisa.
> •As questões de pesquisa que a revisão pretende responder.
> •A estratégia que será usada para pesquisar estudos primários,
> •Estudar critérios e procedimentos de seleção.
> •Listas de verificação e procedimentos de avaliação da qualidade do estudo.
> •Estratégia de extração de dados.
> •Síntese dos dados extraídos define a estratégia, esclarecendo se pretende ou não uma meta-análise formal e, em caso afirmativo, técnicas serão usadas. (KITCHENHAM, 2004, p.9-10, trad. nossa)

Um dos objetivos da estratégia está “relacionada com formulários que devem ser projetados para coletar todas as informações, abordar as questões de revisão e os critérios de qualidade do estudo”, (KITCHENHAM, 2004, p.11, trad. nossa) onde os resultados de toda a análise são sintetizados.

Essa síntese pode ser entendida como uma técnica para exibir resultados descritos a partir de Informações extraídas sobre os estudos e que devem ser tabulados de maneira consistente. “As tabelas devem ser estruturadas para destacar semelhanças e diferenças entre os resultados do estudo”. (KITCHENHAM, 2004, p.24, trad. nossa). Sendo assim, os critérios para a realização da revisão sistemática da pesquisa apresentada serão organizados em uma tabela (Quadro 1).

O escopo para aplicação desta revisão sistemática relaciona-se a simetria com o multiculturalismo apresentado numa cultura africana, tendo como foco a educação básica.

Por meio dela foram consultadas algumas pesquisas realizadas sobre o assunto de estudo, sendo possível analisar, através da revisão, como cada metodologia foi aplicada e assim como o principal objetivo de cada uma delas.

Quadro 1- Critérios para a Revisão Sistemática

Critério	Descrição
Seleção de Fontes	Será fundamentada em bases de dados eletrônicas incluindo as conferências e artigos listados mais abaixo. Será considerada também a busca por *proceedings* de conferências cuja temática seja o ensino de simetria na cultura africana.
Palavras-chave	Simetria Matemática. Educação Básica. Pluralidade Cultural. Multiculturalismo
Idioma dos Estudos	Português

Métodos de busca de fontes	As fontes serão acessadas via *web*. No contexto dessa revisão não será considerada a busca manual.
Listagem de fontes	Google acadêmico
Tipo de Artigo	Teóricos e Estudos experimentais.
Critérios de Inclusão e Exclusão de Artigos	Os artigos devem estar disponíveis na *web*; os artigos devem considerar estudos do uso de simetria e o multiculturalismo.

Fonte: Paula, 2016 p. 33-34, adaptado pelo autor

Processo de Seleção dos Estudos Preliminares

Na escolha dos estudos fundamentais, aplicou-se o método de busca para a identificação de artigos relacionados ao tema da análise. Os artigos encontrados foram nomeados diante da leitura pelo pesquisador, e após este procedimento, foram examinados os critérios de inserção e exclusão estabelecidos. “Geralmente é útil para pilotar os critérios de seleção em um subconjunto de estudos primários” (KITCHENHAM, 2004, p.9, trad. nossa). Com base nesses critérios, foi feita a seleção dos artigos.

Avaliação da Qualidade dos Estudos Primários

Para a avaliação da qualidade dos artigos não foi definido um *checklist*. Segundo Kitchenham (2004, p.21) “Avaliação da qualidade de cada estudo primário permite aos pesquisadores agrupar estudos antes de qualquer síntese de resultados”. Os pesquisadores podem então investigar se existem diferenças sistemáticas entre estudos primários em diferentes grupos de qualidade.”

Sendo assim, o tratamento para definir a qualidade está embasado na fonte para retirada do material e a análise dessas diferenças sistemática está nos critérios de inclusão e exclusão dos estudos.

Estratégia de Extração de Dados

Em cada estudo selecionado foi incluído “perguntas necessárias para responder à pergunta de revisão e os critérios de avaliação de qualidade. Segundo Kitchenham (2004) a extração de resultados deve conter: título das pesquisas; Autores; Fonte; tipo de pesquisa; categoria; contexto e tecnologia da aplicação; e descrição das metodologias utilizadas.

Para realizar a busca para extrair os dados foi necessário restringir o escopo. “Essa restrição varia de acordo com a *string* de busca utilizada e considera o periódico no qual a busca é realizada e o local onde as palavras-chave serão procuradas em todo o texto” (PAULA; ARAÚJO; SILVA, 2016, p.34).

Essa busca é feita a partir dos termos escolhidos a partir das palavras-chave descritas a seguir:

“matemática” + “simetria” + “Pluralidade cultural”

Foram encontrados aproximadamente 412 resultados, em busca preliminar, realizada no *Google* Acadêmico. Foi necessário refinar a busca sobre o ensino de simetria e o multiculturalismo na aprendizagem de matemática, considerando a multiplicidade de trabalhos não relacionados ao interesse da pesquisa. Foi aplicado então outro filtro de *string* para busca:

“matemática” + "simetria” + “Pluralidade cultural” + “educação básica"

Com a nova busca realizada, foram encontrados aproximadamente 295 resultados. Ainda assim, esses resultados não eram satisfatórios, por excesso de conteúdo não relacionado a pesquisa. Foi realizada uma nova busca e o filtro de *string* foi:

“matemática” + “simetria” + “Pluralidade cultural” + “educação básica” + “multiculturalismo"

Ressalte-se que, embora o presente estudo apresente a palavra-chave “Adinkra” em seu resumo, a opção foi de não a utilizar, pela ausência de estudos ou referências sobre o tema.

Com o filtro acima, foram encontrados 83 resultados que contemplavam sobre o assunto. Desses, foram selecionados trabalhos que melhor embasavam esta pesquisa, referidas no quadro 2.

Quadro 2 - Resultado da Busca da Revisão Sistemática

Item	Autores	Título	Ano
1	Fernanda Langendorf Guedes Ciliato, Jerônimo Sartori	Pluralidade cultural: os desafios aos professores em frente da diversidade cultural	2015
2	Davidson P.Azevedo Oliveira, Milton Rosa, Marger da Conceição Ventura Vianna	A Diversidade Cultural Na Sala De Aula e a História Da Matemática	2013

3	Ana Maria Nunes da Silva,Juliana Cristina MagnaniPrimão,Ivone Jesus Alexandre	Multiculturalismo e educação: desafios para o educador	2012
4	Vera Rudge Werneck	Uma avaliação sobre a relação Multiculturalismo e educação	2008

Fonte: Paula, 2016, p.35, adaptado pelo autor

O seguinte trabalho trata de um artigo de Ciliato e Sartori (2015), Revista Monografias, onde abordam a importância de trabalhar na escola com os Temas Transversais, mais especificamente o eixo Pluralidade Cultural contribuindo assim para a formação de um cidadão ético e responsável. Para os autores, a sociedade passa continuamente por mudanças, por transições, por evoluções e por problemas de toda ordem e é na escola que o indivíduo pode melhorar sua visão acerca das problemáticas, como por exemplo: sexualidade, saúde, problemas ambientais, o consumismo, o trabalho, dentre outros.

Com esse olhar, o Ministério da Educação introduz nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) um conjunto de Temas Transversais para a prática pedagógica em sala de aula, sobretudo em relação à Pluralidade Cultural, a fim de mudar a forma como o indivíduo enxerga e sente o mundo.

Ciliato e Sartori (2015) abordam o termo multiculturalismo como pluralidade cultural, o que despertou interesse no meio educacional. O ambiente escolar é um dos fóruns propícios a discussão e reflexão sobre as atitudes de intolerância e de desrespeito ao outro, seja em relação à sua etnia, raça, religião entre outros. Para eles, uma vez entendida e interpretada de forma adequada às propostas dos Temas Transversais, elas trazem reflexões sobre as dificuldades que emergem das contradições derivadas das múltiplas matrizes culturais.

Estes fizeram uma pesquisa qualitativa, desenvolvida em uma escola pública rural no Rio Grande do Sul, onde procuraram estimular os sujeitos da escola a expressarem seus pensamentos sobre a aplicabilidade dos Temas Transversais nas aulas e sobre questões relacionadas à pluralidade cultural.

Aplicaram um questionário para os professores e alunos, permitindo que eles expressassem livremente seus pensamentos sobre o tema. Perguntas que consideravam a relação do ambiente em vivem com a escola e quais os desdobramentos que isso acarretava no comportamento, relacionamento e aprendizagem dos alunos.

A partir das respostas, Ciliato e Sartori (2015) perceberam que nem sempre o ambiente escolar é aproveitado para apresentar aos alunos situações que os desafiem, permitindo-lhes uma reflexão sobre as questões relacionadas a sua vida e a sua cultura. A conclusão foi pelo entendimento do despreparo da comunidade escolar em tratar do tema Multiculturalismo ou Pluralidade Cultural. O referido artigo reforça aspectos relevantes desta pesquisa.

O pensamento dos autores fortalece a importância do uso dos Temas Transversais como forma promover a interação de múltiplos ambientes, respeitando a bagagem cultural trazida pelo aluno. É de se entender que a pluralidade cultural pode ser uma maneira de fortalecer a autoestima dos estudantes, colaborando para um aprendizado significativo e contribuindo para a formação de um cidadão consciente e autônomo.

No artigo; A diversidade cultural na sala de aula e a história da matemática, Oliveira, Rosa e Vianna (2013), Plures Humanidades, traz discussões de como os professores de matemáticas podem utilizar em suas aulas, aspectos multiculturais, para diminuir a distância entre o saber acadêmico e o saber cotidiano, uma dicotomia que se encontra presente nas salas de aula. Diante de turmas heterogêneas, composta por alunos oriundos de várias culturas, crenças e valores, muitos professores não estão adequadamente preparados para lidar com essa dicotomia.

Para estes, no vasto ambiente escolar é importante conhecermos os alunos em todos os aspectos; cultural, linguístico e familiar, aprendendo sobre seu cotidiano e de seus familiares, pois esse conhecimento pode auxiliar os professores, tanto no ensino de um determinado conteúdo matemático, quanto na postura crítica que se deseja que os alunos adquiram na trajetória escolar. Nessa perspectiva, a ação de conhecer parte da cultura dos alunos podem ter implicações para o processo ensino-aprendizagem em matemática.

Do ponto de vista de Oliveira, Rosa e Vianna (2013), para se ter um bom desenvolvimento dessa aprendizagem é importante envolver os alunos na construção do conhecimento matemático, por meio do emprego dos recursos da comunidade escolar e do lar, para a elaboração de atividades curriculares.

Assim, se faz necessário que os professores sejam flexíveis, que estejam dispostos a aprender mais sobre a utilização de uma variedade de atividades, utilizando-se de exemplos análogos ao seu cotidiano na elaboração de tarefas matemáticas que tenham significado, que tenham sentido, facilitando assim a aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Essa pesquisa se alinha com a visão dos autores, quando adapta fragmentos de uma cultura africana ao contexto do aluno. Busca-se esse significado despertando nele o papel heurístico de interagir com uma cultura diferente da dele.

Outro aspecto apontado se trata da Lei 10.639, de 2003, na qual se torna obrigatório o ensino da história e da cultura afro brasileiro e africana em todas as escolas públicas e particulares da educação básica. “Parece existir uma preocupação do Governo em ressaltaras contribuições dessas culturas para a constituição e formação da sociedade brasileira” (OLIVEIRA; ROSA; VIANNA, 2013, p.108), relacionando o pensamento científico e matemático a cultura e as religiões desses grupos culturais.

Essa colocação no artigo supracitado é destacada na presente pesquisa, quando utiliza a Lei 10.639 de 2003, como impulso inicial. Embasada nela, focou-se em trazer para sala de aula uma parte da cultura africana, enquanto se estuda conceitos matemáticos.

Só a lei não é suficiente para atender as questões multiculturais presentes na escola. Uma forma de preencher essa lacuna, em um país continental e de tantas culturas, pode ser dada no momento em que os professores estejam elaborando e realizando o trabalho pedagógico em sala de aula, onde necessitam identificar, por meio de um estudo etnográfico, o grupo cultural no qual os alunos estão inseridos e, então, “buscar elementos na cultura e no saber dos membros desses grupos, para que possam preparar aulas e elaborar atividades matemáticas curriculares, que sejam contextualizadas para aquele grupo cultural específico.”(OLIVEIRA; ROSA; VIANNA 2013, p.109)

Afirmam ainda que esse processo de pesquisa e adaptações de atividades matemáticas curriculares pode ser uma forma para incluir os diversos grupos existentes no ambiente escolar, visando diminuir o déficit cultural no qual muitas vezes o insucesso escolar dos alunos é atribuído as suas raízes culturais, por pertencerem a grupos minoritários e assim, “sido considerados incapazes de aprender, pois são matriculados em turmas com currículos diferenciados, que visam somente à avaliação de seu desempenho em testes padronizados”. (OLIVEIRA; ROSA; VIANNA, 2013, p.111)

Afirmam ainda ser importante que o professor desperte para um pensamento com múltiplas perspectivas, que tenha como ponto de partida a elaboração de tarefas onde conecte os conteúdos matemáticos com o conhecimento cotidiano dos alunos, ressaltando os aspectos culturais envolvidos. Alinhado com esse pensamento, é possível acreditar que a valorização da diversidade cultural dos diversos povos e nações deve ser considerada pelos professores em sala de aula, “por meio da elaboração de atividades contextualizadas, para que possamos atender às necessidades educacionais e pedagógicas dos alunos matriculados em classes multiculturais.” (OLIVEIRA; ROSA; VIANNA, 2013, p.122)

Também, Silva, Primão e Alexandre (2012), no artigo Multiculturalismo e educação: desafios para o educador, Revista Eventos Pedagógico, abordam reflexões sobre a educação, como uma ponte importante na formação de gerações de valores como tolerância, cidadania crítica e valorização da pluralidade cultural.

Os autores sustentam seu texto em alguns referenciais que tratam sobre o multiculturalismo como: Werneck (2008), Canem (2018), Gonçalves e Silva (2006), que têm em comum o pensamento de que a educação, os currículos escolares e a formação dos professores não podem mais omitir a questão multicultural presente no contexto escolar.

Silva, Primão e Alexandre (2012) iniciam discorrendo sobre o surgimento do tema como movimento teórico. Falam sobre sua origem nos Estados Unidos, que rapidamente se difundiu no mundo ocidental, surgindo como forma de enfrentamento dos conflitos gerados em função das questões étnicas, culturais, econômicas e políticas. Esses diferentes e conflituosos movimentos culturais se estenderam até outros continentes por meio da globalização, mas todos eles se encontraram e estiveram ligados a um poderoso centro de dominação: a Europa Ocidental.

Para Silva, Primão e Alexandre (2012), este centro denominava-se monoculturalismo, com pretensões de universalizar os pressupostos e os termos de uma única cultura, influência ainda tida como difícil de combater. Assim, é possível afirmar que o movimento multicultural é a expressão de reações contra a vocação assumida pela Europa ocidental. Conforme os autores, a crença é a de que o multiculturalismo, como um conjunto de práticas para lidar com as diferenças culturais, vem reforçar esta perspectiva sociocultural, buscando construir no ambiente escolar, alunos com um pensamento crítico e lógico, proporcionando flexibilidade em identidades culturais

Ainda considerando o ponto de vista de Silva, Primão e Alexandre (2012), atualmente reconhece-se que o multiculturalismo tem trazido a necessidade de compreender a sociedade como constituída de identidades plurais, com base na diversidade de gênero, de raças, de classe social, de padrões culturais e linguísticos e outros marcadores identitários[1]. A escola é um lócus de multiplicidades e diferenças, que devem ser consideradas pelos seus sujeitos envolvidos.

Para aqueles, não há como negar a premente discussão do multiculturalismo no contexto escolar. Do educador, são requeridas perspectivas multiculturais que valorizem a identidade, desafiem a construção dos estereótipos e recusem a aceitação de um congelamento identitário.

Silva, Primão e Alexandre (2012), indicam que uma visão multicultural deve traduzir-se em ações pedagógicas que detectam vozes silenciadas e representadas nos discursos escolares. Em sala de aula, o docente deve nortear-se pelo currículo previamente estabelecido, tendo o multiculturalismo como horizonte de trabalho e não adendo as suas práticas.

Desta forma, é muito importante refletir sobre as ações pedagógicas dentro do ambiente escolar. O pensamento desses autores reforçam a linha dessa pesquisa, onde está proposta uma prática multicultural onde o professor, quando passa a ter essa visão, deixa de ser um mero transmissor de conhecimentos, assumindo o papel de mediador, alguém capaz de articular as experiências vividas por seus alunos com o mundo, levando-os a refletir sobre seu entorno, assumindo um papel mais humanizador em sua prática docente.

Ainda na revisão sistemática de literatura, Werneck (2008), no artigo; Uma avaliação sobre a relação multiculturalismo e educação, Revista En**s**aio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação, observa a relação entre multiculturalismo e a educação. Inicia com considerações gerais sobre o tema, passando, para a análise das noções de identidade e de cultura, categorias indispensáveis para a compreensão

---

[1]“Relativo a identidade; relacionado com o conjunto de características que define e caracteriza algo ou alguém, diferenciando esta pessoa ou coisa dos demais: composição artística identitária.” Dicionário Online de Português. Disponível em:< https://www.dicio.com.br/identitario/> Acesso em: 02 de agosto de 2018.

da noção de multiculturalismo. Conceitua então a educação como o processo que leva o educando a reconhecer, apreender e hierarquizar os valores de modo próprio e adequado, para que possa situar-se no mundo como pessoa e como personalidade.

Para Werneck (2008), é preciso considerar que a educação propõe uma transformação na sociedade, o desenvolvimento de suas potencialidades, seu crescimento moral e sua humanização. A autora faz uma crítica ao controle do Estado, que impede essa transformação ao impor regras e normas dentro de um currículo fechado, sendo antagônico ao pensamento de tolerância no acolhimento das diferenças, no multiculturalismo, no pluralismo de opiniões e de ideias, de modos de ser e de viver.

Segundo Werneck (2008) todas essas contradições levam à exigência de uma maior reflexão sobre a relação educação e cultura e, mais precisamente, sobre a relação educação e diversidade cultural, para que seja possível a avaliação do fenômeno.

Um ponto importante é que professor, como um profissional reflexivo, proponha um pensamento crítico sobre sua prática pedagógica, colocando-se diante desse desafio: "acolher e dar espaço para o desenvolvimento de manifestações multiculturais e, ao mesmo tempo, manter-se fiel aos seus objetivos educacionais". (WERNECK, 2008, p.420)

A autora traz também a análise do conceito de cultura, entendendo por "valor tudo o que, de algum modo corresponda às necessidades do sujeito, a cultura representaria uma adaptação da natureza aos anseios do homem" (p.422). Sob esse prisma, seria a cultura, ao mesmo tempo, resultado da educação e da instrução, e agente de educação e de instrução.

A cultura, sendo resultado e agente, pode ser construída pelo processo de aprendizagem, que não se limita ao ensino recebido na escola formal, mas sim por diferentes grupos sociais formados por pessoas com diferentes personalidades, constituindo eles próprios personalidades que os identificam, fazendo nisso referência a identidades culturais. Tendo sido consideradas as exigências primordiais da pessoa humana, a educação pode contemplar as diferentes identidades culturais, respeitando-as e desenvolvendo-as por meio de um processo de educação, que leva o educando a procurar o valor adequado ao crescimento do indivíduo, distinguindo onde ele se encontra, avaliando-o racionalmente pelos juízos de valor.

Werneck (2008) aponta que uma proposta pedagógica não precisa apenas ter foco na pessoa, mas também na personalidade do indivíduo, aquilo que o individualiza e que o faz diferente dos outros. Caberia a educação, como objetivo principal, levar o indivíduo a desenvolver-se como pessoa, aprimorando sua saúde, seu bem-estar material, seu conhecimento, sua liberdade e sua sensibilidade, independentemente do grupo cultural a que pertencesse.

Alinhando o pensamento da autora com esse trabalho, é compreensível que o homem não é apenas uma personalidade, com características individualizantes, mas é uma pessoa com valor em si mesmo, independente de outros valores. Isso forma sua identidade cultural. Ao ser promovida "a valorização das diversas culturas em nossas práticas pedagógicas, propiciamos ao aluno uma compreensão de seu próprio valor, promovendo sua autoestima como ser humano pleno de dignidade, reflexivo de suas atitudes." (BRASIL, 1997, p.39)

Assim, pode ser observado nos quatro artigos supramencionados, um ponto em comum: reflexão e mudança nas práticas pedagógicas. O entendimento é que o multiculturalismo leva ao reconhecimento da diversidade, das culturas e a investigação sobre as questões da identidade, dos direitos humanos, e respeito ao diferente, o que torna um grande desafio ao docente; não só compreender, mas interagir, muitas vezes dentro de um campo desconhecido. Para isso, é preciso mais vontade, estar disposto e disponível para esse grande universo multicultural que se apresenta. O tema simetria, dentro desse contexto, não foi contemplado em artigos.

Outra busca foi realizada, desta feita em trabalhos apresentados em eventos científicos, utilizando os mesmos *strings*,. Nessa busca foram encontrados três artigos relevantes sobre simetria, conforme apresentado no quadro 3.

Quadro 3- Trabalhos apresentados em Eventos Científicos

Item	Autores	Título	Ano
1	Luciana Ferreira dos Santos	Simetria na arte, arte na simetria: uma discussão histórica e conceitual.	2016
2	AdelineLaudicéiaPinatti, João Henrique Lorin	Simetrias nas obras de Escher: uma possibilidade de ensino por meio da Arte	2014
3	Pedro Lúcio Barboza, Glória Maria Leitão de Souza Melo, Maria do Socorro Araujo de Arruda	O ensino da matemática numa perspectiva multicultural	2010

Fonte: Paula, 2016 p.35, adaptado pelo autor

Santos (2016), buscou por meio de mini curso no formato de oficina, apresentado no Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM, em julho de 2016, com o tema; Simetria na arte, arte na simetria: uma discussão histórica e conceitual, discutir e analisar a relação entre Simetria e Arte através das evidências históricas e culturais deixadas pela humanidade ao longo do tempo, com enfoque nos elementos visuais e aspectos conceituais das três simetrias básicas; reflexão, rotação e translação. Durante a oficina, utilizou algumas estratégias didáticas: leitura de imagens; discussão teórica dos conteúdos; criação de imagens simétricas e uma sistematização com estudo da história e de conceitos da simetria.

Na introdução, o autor aborda aspectos sobre simetria ao longo dos anos e traz para a sala de aula essa discussão, onde objetos artísticos e geométricos, que ao longo da história nos remeteram ao universo da arte são ideias que ganham visibilidade por meio de uma gramática visual. Elementos como o ponto, a linha, a forma, a superfície, a dimensão, todos esses conceitos visuais estabelecem relações com conhecimentos do universo da Simetria. "Trazer esses universos para sala de aula pode oportunizar processos construtivos de conhecimento em relação a conceitos da Simetria e da Arte, como também possibilitar o acesso a criação e a imaginação". (SANTOS, 2016, p.10). Essa interação do conhecimento entre o explorar e o transformar favorece ligações entre o pensar, o sentir e o fazer o bem, contribuindo para o processo de construção do conhecimento.

Ela faz uma viagem histórica sobre o uso de simetria em civilizações antigas, passando pelos Egito, Grécia e Arábia, onde a arte islâmica influenciou um dos maiores nomes, quando se trata de simetria, o holandês Maurits Cornelis Escher, nascido em 1898, que aplicou a geometria dos mosaicos muçulmanos em seus desenhos de repetições matemáticas, hoje difundidos em todas as escolas de artes plásticas do mundo. Isso demonstra como, intuitivamente ou não, as regularidades e os padrões entusiasmam, não só as pessoas do passado, como também hoje.

A abordagem desse tema em seu minicurso, possibilita que a imaginação, a criação, a emoção e a sensibilidade sejam mobilizadas na sala de aula de matemática. A estratégia didática utilizada por Santos (2016) foi criar uma oficina voltada para os professores de ensino fundamental utilizando como ponto de ação: apreciar, contextualizar e fazer. Nela traz questões norteadoras como: quando a Simetria e as

Artes visuais se encontram? Quais são os conceitos geométricos, visuais e estéticos que estabelecem elos entre a Simetria e as Artes visuais?

A autora propõe que cada participante escolha uma imagem e faça uma descrição minuciosa dos aspectos matemáticos identificados na obra de arte. Assim, “esse exercício ajuda ao observador a se deter mais longamente observar a obra ao mesmo tempo detalhes que não haviam sido captadas à primeira vista”. (SANTOS, 2016, p. 6,7)

O minicurso abordou aspectos relevantes para a essa pesquisa. O primeiro é o passeio histórico da simetria pelas civilizações e suas contribuições para humanidade. O outro, seria a percepção visual e construtiva de imagens simétricas por meio de oficinas, observando conceitos matemáticos presente nas imagens colocadas pela autora.

A autora traz observações que permitem inferir o quanto a matemática ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, assim como a apreciação de detalhes que compõe uma obra de arte.

Outro trabalho que deu suporte a esta pesquisa foi o artigo; Simetrias nas obras de Escher: uma possibilidade de Ensino por meio da Arte, Pinatti e Lorin (2014), apresentado no encontro de Produção Científica e Tecnológica – EPCT. Nele, é possível observar aspectos sobre a importância de se estudar a Matemática por meio de sua História, Filosofia e Arte.

Em seu texto, tem-se um apanhado entre Arte e a Matemática, considerando as culturas mais antigas, e identificando relações entre ambas. Para Pinatti e Lorin (2014), relacionar Matemática e Arte parece ser um caminho possível e natural de interdisciplinaridade, pois estas duas áreas estão ligadas desde primórdios da humanidade. Também é abordado o estudo a respeito de simetria, suas principais características e propriedades, relacionando com as obras de Escher, o qual surpreendeu o mundo das artes em seus desenhos de repetições matemáticas.

Do ponto de vista dos autores, Escher, através da simetria, buscava esse equilíbrio em suas produções, onde é possível enxergar a interação entre conceitos da matemática como figuras geométricas, simetria, noção de infinito, entre outros, com a arte.

Alinhando com as colocações de Pinatti e Lorin (2014), essa pesquisa também retrata a relação de conceitos matemáticos com a arte, ainda que de forma mais empírica. A arte aqui apresentada, está voltada para os símbolos da cultura africana, no qual “percebe-se um cuidado com a beleza dos mesmos, como nas obras gregas, mas sem uma ligação direta com a matemática, como em Escher”. (VIANA, FERREIRA, SIQUEIRA, 2015, p.154). Mesmo sem apresentar grande complexidade, as simetrias encontradas nos símbolos africanos são mais um exemplo da presença da matemática na composição de linguagem e em produções artísticas.

No olhar de Pinatti e Lorin (2014), o ensino da Matemática pode se tornar algo atrativo, onde trabalhar em sala de aula com as gravuras de Escher não está fora do alcance da maioria dos professores. Nelas, é possível utilizar diversos conceitos matemáticos. Esta ligação com a arte pode ser uma boa alternativa para interagir conteúdos curriculares.

Busca-se assim, reflexões acerca das práticas pedagógicas, o que possibilita ao docente tornar as aulas mais atrativas, cativando e despertando o interesse dos alunos em valorizar as artes que envolvem outras culturas, enquanto se aprende saberes matemáticos.

O trabalho; “O ensino da matemática numa perspectiva multicultural”, Barboza, Melo e Arruda (2010), apresentado no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), traz uma abordagem teórica que analisa as implicações do multiculturalismo para o ensino e a aprendizagem de matemática. Os autores adotaram o multiculturalismo crítico para sugerir que o currículo e a formação de professores de matemática podem ser transformados em um espaço de aprendizagem e assim proporcionar a ligação entre o conhecimento escolar e o conhecimento que os estudantes trazem consigo para a escola.

Para Barboza, Melo e Arruda (2010) uma perspectiva multicultural seria a educação compreendida, não apenas como transmissão de informações professor-estudante, mas sim uma construção de processos em que diferentes sujeitos desenvolvem relações de cooperação e/ou conflito, rompendo com preconceitos e valorizando os estudantes como produtores de cultura. Dentro dessa perspectiva, os autores apresentam constructos do multiculturalismo crítico.

Estes autores expressam algumas concepções, onde descrevem o multiculturalismo crítico como parte de uma cultura não harmoniosa e não consensual. Firmam que é necessária uma agenda política de transformação e de acomodação para uma ordem social maior, ao argumentarem que “A diversidade não constitui um fim em si mesmo e precisa ser afirmada no interior de uma política de crítica cultural e de compromisso com a justiça social” (MCLAREN, 1997, p 79, apud BARBOZA; MELO; ARRUDA, 2010, p. 4,). Por esta razão, estes compreendem que as configurações multiculturais dependem do contexto histórico, político e sociocultural, a partir de uma agenda política de transformação. Uma forma de ter esse instrumento de transformação é relacionar o currículo Multicultural com a Formação de Professores, tendo um espaço de aprendizagem no qual proporciona a ligação entre o conhecimento escolar e o conhecimento que os estudantes trazem consigo para a escola. Nesse sentido, tem-se a afirmação:

> Em relação ao multiculturalismo crítico, a proposição é que, se a escola não acolher conhecimentos e valores trazidos pelos alunos e não os confrontar com os saberes dominantes, será mais difícil construir um ambiente estimulador da criação conhecimentos significativos e relevantes para sua luta em busca da transformação social. O modo de conceber a prática pedagógica tem especial relevância. (BARBOZA; MELO; ARRUDA, 2010, p. 5)

Há a sugestão de que a escola que enfrenta dificuldades em lidar com a pluralidade cultural está construída com base na afirmação do conhecimento predominante, considerado universal, muitas vezes formal, espelhado na cultura ocidental e europeia. Por isso, abrir espaços para a diversidade e a diferença, constitui um grande desafio a ser enfrentado. Pensar o ensino de matemática numa escola multicultural de qualidade é pensar nas culturas como uma espécie teia, totalmente entrelaçadas.

Este é um desafio para o professor, de procurar colocar em sua prática pedagógica aspectos multiculturais, de modo a interferir na visão de mundo dos alunos, tornando-os indivíduos mais críticos e conscientes de sua realidade. Essa visão reforça os preceitos dessa pesquisa, quando utilizada uma simbologia africana como instrumento para ensinar conceitos matemáticos.

O que Barboza, Melo e Arruda (2010) defendem é que um bom currículo multicultural para a matemática precisa considerar o contexto democrático de decisões sobre os conteúdos do ensino, e no qual os interesses de todos sejam representados. Essa abordagem é parte do da leitura crítica do presente trabalho.

Conforme destacado em cada trabalho que deu suporte a essa obra, suas relevantes contribuições trouxeram a percepção de que a prática pedagógica multicultural se constrói discursivamente, com muitos desafios ao longo da jornada da educação, o que indica ser um caminho promissor para a concepção de uma formação de professores multiculturalmente capacitados.

Independentemente da disciplina lecionada, o envolvimento deve ser amplo. É preciso se colocar disponível e disposto para buscar essa nova construção, que ligue o conteúdo curricular a diversidade cultural, fator intrínseco a toda a comunidade escolar.

3 PLURALIDADE CULTURAL E MULTICULTURALISMO

A sociedade brasileira como um todo, e o ambiente escolar em particular, estão carregados de elementos representativos do multiculturalismo. Relacionado ao ambiente escolar, objetivo desse estudo, tal fato pode ser constatado com uma simples observação. Vê-se grande miscigenação de culturas, costumes e etnias entre os alunos, isso por que todos trazem uma bagagem cultural das suas origens e do meio em que vivem. Pensar na escola sem associá-la às culturas é uma tarefa difícil, pois ambas estão interligadas dando forma ao ambiente educacional.

A escola traz questões onde o indivíduo pode refletir e ampliar sua visão em relação aos problemas da sociedade em que está inserido, que se transforma continuamente, em processos de transições e evoluções.

Gonçalves e Silva (2006, p. 28) afirmam que "[...] a pluralidade cultural se coloca como um problema, quando as sociedades não se representam enquanto plurais, mas como monoculturais, a partir de um referencial etnocêntrico". Isso requer que o cidadão esteja apto para agir e se posicionar de maneira crítica, em meio a culturas diferentes, por vezes divergentes da sua.

Considerando a forma como o indivíduo pode ver e sentir o mundo, e a pensar e agir coletivamente, colaborando para a formação de valores e padrões de conduta, tem-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), um conjunto de Temas Transversais, que buscam [...] uma prática educacional voltada para a compreensão da realidade social e dos direitos e responsabilidades em relação à vida pessoal e coletiva e a afirmação do princípio da participação política. (BRASIL, 1998, p. 17).

Yus (1998), diz que os Temas Transversais são muitos importantes para uma nova perspectiva de escola, que possibilita preparar o aluno para viver e agir como um cidadão crítico e consciente, capaz de compreender a natureza das ações humanas no mundo. Entre esses temas, destaca-se a Pluralidade Cultural, que viabiliza ao professor e a comunidade escolar trabalhar em prol de uma educação colaborativa, com a formação de um indivíduo reflexivo, que se posicione de forma crítica diante de seus direitos e deveres perante a sociedade na qual está inserido.

Na visão de Moreira (2007), essa pluralidade frequentemente acarreta confrontos e conflitos, tornando cada vez mais agudos os desafios a serem enfrentados pelos profissionais da educação. No entanto, essa mesma pluralidade pode propiciar o enriquecimento e a renovação das possibilidades de atuação pedagógica.

Para entender como o Multiculturalismo começou a fazer parte do trabalho do professor e da sua relação com a Pluralidade Cultural, deve-se começar pelo termo comum entre eles: cultura. Segundo o Dicionário Online de Português[2], cultura se define como: "o conjunto de manifestações artísticas, sociais, linguísticas e comportamentais de um povo ou civilização". Numa primeira avaliação, cultura seria o resultado de toda e qualquer interferência humana na natureza, no outro ou em si mesmo, adquirida pelo meio que vive, sendo moldada pelas circunstâncias que o cercam.

> Todas as culturas estão em constante processo de reelaborarão, introduzindo novos símbolos, atualizando valores, adaptando seu acervo tradicional às novas condições historicamente construídas pela sociedade. (BRASIL, 1998, p.132)

Esse processo acontece com "[...] as manifestações culturais que não são neutras. Pela simples apresentação elas estão carregadas de informações aceitas ou condenadas pela ciência, que traduzem conhecimento, erros ou noções distorcidas..." (WERNECK, 2008, p.427). Ela é construção do homem, a partir do meio e das circunstâncias que o forjam. "A cultura constitui então um agente de instrução e de educação não sendo jamais neutra e indiferente, não é imparcial", assegura ainda a autora.

Segundo os PCN (Brasil, 1997), quando a cultura é valorizada e reconhecida se torna parte indispensável das identidades individuais e sociais, apresentando-se como um componente de pluralidade cultural, que reconhece e fortalece a cultura de cada grupo social, cultural e étnico, a fim de promover um diálogo democrático mais e igualitário. Um dos eixos de seus temas transversais viabiliza essa valorização das diversas culturas e a convivência solidária entre elas, conforme a seguir;

> A temática da Pluralidade Cultural diz respeito ao conhecimento e à valorização de características étnicas e culturais dos diferentes grupos sociais que convivem no território nacional, às desigualdades socioeconômicas e à crítica às relações sociais discriminatórias e excludentes que permeiam a sociedade brasileira, oferecendo ao aluno a possibilidade de conhecer o Brasil como um país complexo, multifacetado e algumas vezes paradoxal. (BRASIL, 1998, p. 121)

[2] Disponível em: https://www.dicio.com.br/cultura/. Acesso em :05 de agosto de 2018.

A proposta de um dos eixos dos Temas Transversais, no qual está apoiada essa abordagem, quando adequadamente entendida, interpretada e aplicada, se torna pertinente, pelo fato de potencializar a valorização, a reflexão e a crítica sobre os problemas que emergem das contradições derivadas das múltiplas matrizes culturais, “por meio do convívio escolar, possibilita conhecimentos e vivências que cooperam para que se apure sua percepção com as diferenças.” (BRASIL, 1998, p.137).

Diante das perspectivas apresentadas, é possível entender a pluralidade cultural como união de muitas culturas, a interação entre distintos grupos sociais e étnicos, que carregam suas particularidades, todos congregados no conceito abrangente do multiculturalismo. Assim, estes termos estão empregados nesta pesquisa como elementos de elucidação, visto que são sustentados por teóricos que abordam estes temas.

O termo multiculturalismo, no sentido semântico, está relacionado a múltiplas culturas vivendo num mesmo ambiente. Por ser um termo polissêmico, muitos autores trazem suas respectivas definições, como se faz demonstrado;

> [...] multiculturalismo é outro termo importante e polissêmico cujo sentido aprofundar para podermos nos aproximar das questões relativas às articulações entre educação e cultura(s). **Configura-se como termo amplo e polêmico, uma vez que pode ser entendido a partir de diferentes perspectivas**. Não há consenso na literatura disponível, embora a maior parte dos autores proponha uma ‘análise semântica’ para tentar esclarecer o conflito conceitual entre prefixos como multi, pluri, inter e trans. É importante, portanto, ao tratarmos de multiculturalismo, conhecer as diferentes interpretações desta expressão, entendendo até que ponto se assemelha e em que medida se contrapõe. (CANDAU, 2002, p. 74, **grifo nosso**)

Werneck (2008, p.429), reforça que “em linhas gerais o multiculturalismo pode consistir na justaposição ou presença de várias culturas em uma mesma sociedade e também na relação entre elas”. Outra definição traz o multiculturalismo como “uma orientação filosófica, teórica e política que não se restringe a reforma escolar e que aborda o tema das relações de raça, sexo e classe na grande sociedade” (TORRES, 2001, p. 196). Complementam estas visões Moreira e Candau (2008, p.7): “Quer usado como meta, conceito, atitude, estratégia ou valor, o multiculturalismo costuma referir-se às intensas mudanças demográficas e culturais que têm “conturbado” as sociedades contemporâneas”.

Embora estes apresentem o termo contemporâneo, a preocupação em harmonizar a relação entre distintas culturas, suas crenças e seus costumes dentro de uma sociedade plural, parecem existir desde os primórdios da história, conforme citação a seguir:

> Por intermédio da criação e organização de Estados que, durante o colonialismo, reuniram diversos povos sob uma soberania e fronteiras comuns, bem como por intermédio das migrações mais contemporâneas, ela conduziu ao desenvolvimento de Estados e sociedades multiculturais. (GROFF; PAGEL; 2009, p.8)

Ainda assim, o multiculturalismo é visto como algo novo, que causa certo desconforto no ambiente escolar. É de se observar que, mesmo que a cultura e a escola estejam ligadas e de não ser uma proposta nova dos PCN, a interação entre esses entes na escola “é visto como desafiadora muitas vezes, geradora de conflitos mesmo sendo um tema bastante discutido na atualidade.” (CILIATO, 2015, p.70)

Ainda de acordo com a autora, “o multiculturalismo é visto de uma maneira distorcida, estando fortemente ligado a preconceitos e discriminações que, por sua vez, surgem em meio a diversidades culturais”. (CILIATO, 2015, p.70)

Para Oliveira e Silva (2011), trabalhar a Pluralidade Cultural, ou Multiculturalismo, dentro do contexto escolar, representa rever as atitudes e as práticas educacionais. Para tanto é preciso oferecer aos alunos oportunidades, para que conheçam suas origens e sua identidade, valorizando as diferentes culturas e promovendo a construção de sua autoestima.

3.1 O PAPEL DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MULTICULTURAL

Como repetidamente está reforçado, essa pesquisa relaciona conceitos matemáticos à simbologia africana. Essa linha de estudo levou ao desenvolvimento de um olhar diferenciado para o multiculturalismo. Apesar das poucas pesquisas direcionadas para o enlace do ensino da matemática com o tema, é mister remeter a Lei 10.639/03, que modifica a Lei 9.394/96, estabelecendo que todos os componentes curriculares ministrem conteúdos relativos à história e culturas africanas.

> § 2° Os conteúdos referentes à História e Cultura Afro-Brasileira serão ministrados no âmbito de todo o currículo escolar, em especial nas áreas de Educação Artística e de Literatura e Histórias Brasileiras Incluído pela Lei 10.639 de 09/01/2003. (BRASIL, 2010, p.7)

A citação confirma existir a preocupação do governo brasileiro em incluir a Cultura Africana no componente curricular, acreditando que esta pode servir de apoio para entender e abordar os aspectos multiculturais de distintos grupos que compõem o ambiente escolar.

A sociedade é formada por vários grupos culturais que precisam ser reconhecidos e valorizados, “porém, como não existe disponibilidade espacial e temporal para discutirmos sobre todos esses grupos, é importante que os professores percebam que existe uma diferença cultural em sala de aula”, (OLIVEIRA; ROSA; VIANNA, 2013, p.108). É importante então, refletir sobre suas práticas, para poder trabalhar com essa diversidade, independentemente da etnia, raça, condição econômica, ou outra categoria que segregue parte dos alunos.

Em conformidade com estes autores e inspirado na Lei 10.639, encontrar uma forma de trabalhar com a diversidade em sala de aula é imperativo. Mesmo não sendo obrigatória para as ciências da natureza, não deve ser empecilho utilizá-la, como uma chave propulsora para o início de todo esse trabalho.

Percebe-se nesse estudo que a necessidade da criação de uma lei para que o conteúdo sobre a cultura africana seja incluído no currículo [3]escolar indica certo grau de dificuldade que precisa ser repensado pela escola, considerando que o currículo incorpora um conjunto de valores, assumindo um papel crucial nesse processo. É uma tarefa de incorporação de grupos e culturas diversas ao suposto núcleo cultural comum de uma nação. “Educar é, nessa perspectiva, basicamente um processo de incorporação cultural.” (BRASIL, 2007, P. 195).

Essa dificuldade apontada, de incorporar esses valores no ensino, parece sobressair nas disciplinas das áreas relacionadas as ciências exatas, justamente porque, senso comum, tendem a rotulá-las como imutáveis. Mas Moreira e Candau (BRASIL, 2007, p. 23), dizem que essas disciplinas ocupam o topo de uma hierarquia curricular, o que faz com que “valorizem diferentemente os conhecimentos escolares e justifica a prioridade concedida à Matemática, em detrimento da Língua Estrangeira ou da Geografia.” entendendo que “nessa hierarquia, reforçam-se relações de poder

---

[3] “Por currículo se entende, geralmente, tudo que é suposto de ser ensinada ou aprendida, segundo uma ordem determinada de programação e sob a responsabilidade de uma instituição de educação formal, nos limites de um ciclo de estudos... transmitidos nas práticas pedagógicas e nas situações de escolarização” (FORQUIN, 2000, p.48). “O currículo em linhas gerais é o conjunto das atividades (incluindo o material físico e humano a ele destinado) que se cumprem com vistas a determinado fim” (SAVIANI, 2016, p.55).

favoráveis à manutenção das desigualdades e das diferenças que caracterizam nossa estrutura social.” (BRASIL, 2007, p. 24)

As disciplinas encontradas no topo dessa hierarquia, gozam de alguma imunidade contra mudanças curriculares de natureza cultural, o que se observa na própria lei, que enfatiza ciências humanas como os principais componentes a absorverem as mudanças propostas. “separam-se: a razão da emoção, a teoria da prática, o conhecimento da cultura. Nessa hierarquia, legitimam-se saberes socialmente reconhecidos e estigmatizam-se saberes popular.” (BRASIL, 2007, p.24)

A fim de desmistificar o rótulo de imutáveis, ou a supervalorização das disciplinas cientificas, conforme afirmado acima, os PCN propõe ao professor fazer o papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno. Mas pra isso:

> [...] o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de **Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis**, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. (BRASIL, 1998, p.36, **grifo nosso**)

Embora os PCN abordem Temas Transversais que fazem parte da realidade social e onde incorporam todas as áreas do conhecimento, em alguns casos eles acabam “sendo vistos de maneira superficial e descontextualizada. Na maioria das vezes, são trabalhados apenas em disciplinas específicas ou em algumas datas determinadas.” (CILIATO, SARTORI, 2015, p.69).

A fim de que isso não aconteça, os professores, de um modo geral, precisam refletir sobre suas práticas em sala de aula, trazendo pra si a responsabilidade de utilizar esses temas em suas disciplinas. Trabalhar com Meio Ambiente, por exemplo, que pertence a um dos temas transversais, não pode ser responsabilidade apenas das disciplinas de Ciências e Biologia. A proposta dos PCN é que todo currículo escolar esteja aberto e essa visão, inclusive a disciplina de matemática.

> [...]os Temas Transversais fazem parte dos conteúdos das áreas. Buscou-se contemplar a amplitude de cada tema mediante a **inserção no conjunto das áreas**: Língua Portuguesa, **Matemática,** Ciências Naturais, História, Geografia, Arte e Educação Física. Foram transversalizados, com a preocupação de respeitar as especificidades de cada tema e de cada área. (BRASIL, 1997, p.37, **grifo nosso**)

No decorrer dos estudos foi observado que a transversalidade possibilita ao professor desenvolver trabalhos com abordagens mais dinâmicas e menos formalistas, como atividades multiculturais e étnicas, equilibrando a coerência e o sentido entre os conteúdos.

Do ponto de vista de Oliveira, Rosa e Vianna (2015) o equilíbrio entre os temas multiculturais está em iniciar um estudo de pesquisa para identificar o grupo cultural no quais os alunos estão inseridos, os elementos que o compõem, o saber que eles trazem para, a partir daí, preparar aulas e elaborar atividades matemáticas curriculares que sejam contextualizadas para aquele grupo cultural específico.

A questão de como a matemática pode contribuir para elaboração de um ensino multicultural, com a participação de todos os envolvidos do grupo, vai ao encontro dos PCN em que:

> a construção e a utilização do conhecimento matemático não são feitas apenas por matemáticos, mas sim por todos os grupos socioculturais, que desenvolvem e utilizam habilidades para contar, localizar, medir, desenhar, representar, jogar e explicar, em função de suas necessidades e interesses. (BRASIL, 1997, p.32).

Para Azevedo et al. (2012), é importante envolver os alunos na construção do conhecimento matemático “por meio do emprego dos recursos da comunidade escolar e do lar para a elaboração de atividades curriculares matemáticas”. Acrescentando ao ponto de vista acima, Rosa e Orey (2005) afirmam que não basta pensarmos somente na cultura e nos conhecimentos prévios dos alunos, para que possamos “descongelar” o conhecimento matemático que possuem, mas também compreender qual é o tipo de conhecimento que pretendem adquirir para que possam desenvolver atividades futuras que permitam uma participação mais efetiva na sociedade.

De acordo com essa perspectiva, “é necessário considerar o contexto sociocultural e político-econômico, no qual os alunos estão inseridos, em conjunto com as aspirações futuras de cada indivíduo” (ROSA; OREY, 2005, p. 132). É importante para os professores, auxiliar os alunos a encontrar esse sentido e propósito para o conteúdo matemático que será aprendido, auxiliando-os na construção de significados por meio da organização, elaboração e representação desse conhecimento matemático, de uma maneira própria.

Dar esse sentido deve ser como seja dialogar com os questionamentos dos alunos, que surgem ao longo do caminho da aprendizagem. Questões do tipo: onde usarei isso? Para que preciso aprender isso? Respondê-las requer trazer para dento do contexto uma aplicação do assunto relacionado com sua realidade, expor que o “ensino da matemática pode receber influências do período e do ambiente sociocultural nos quais se desenvolveu e continua se desenvolvendo”. (ROSA; OREY, 2005, p.115).

Assim, apresentar aos alunos as contribuições dos diversos povos e culturas para a matemática, que não necessariamente precisam ficar no passado ou distantes geograficamente ,que podem ser presentes, desde que se entenda o sentido, desde que ele entenda a relação do conteúdo com o contexto social, cultural no qual está inserido, é importante no processo ensino-aprendizagem.

Essa relação pode ser um passo importante para valorizar e entender suas raízes culturais, porém um grande desafio ao professor, pois isso requer tempo, interesse em pesquisar e estudar como transformar o contexto em padrões matemáticos. Para Devlin (2003), um dos objetivos de se ensinar matemática está em investigar a existência de padrões em tudo o que se possa observar, e dessa forma traduzir esses padrões no modelo de fórmulas, algoritmos, matrizes, etc. Isto pode ser um grande aliado nas aulas de matemática, com o professor utilizando esse recurso para despertar o interesse dos estudantes.

Nessa perspectiva, quando abordado o assunto simetria matemática, utilizando a simbologia de uma cultura africana, vê-se uma possibilidade de investigar possíveis padrões e trazer para o contexto ao aluno. Isso “configura-se como uma alternativa para auxiliar o estudante, dar sentido ao conteúdo ensinado, pois o conhecimento passa a ser consequência de uma postura ativa do aluno.” (LOPES; ALVES; FERREIRA, 2015, p.550).

O multiculturalismo encontra uma forma de tratar, não só o contexto, mas também as contribuições do povo africano e sua participação na raiz da cultura brasileira. Para um ensino multicultural nas aulas de matemática, é importante que se busque dar sentido, propósito para aprendizagem, trazer o conteúdo mais próximo possível da realidade do aluno, compreendendo e respeitando os aspectos culturais em que está inserido, auxiliando a interagir com outros grupos culturais de forma democrática e igualitária.

Assim, quando ele entende que a matemática está em toda parte, torna-se possível relacionar temas diversos. Há a necessidade de ser capaz de relacionar cultura africana a aplicação de conteúdos matemáticos como: simetria, plano cartesiano, ângulos, matrizes, retas, entre outros. É justamente a multiculturalidade existente na sala de aula que “ajuda a desenvolver uma aproximação multicultural para a construção do conhecimento matemático.” (MENDES, 2006, p. 86)

3.2 CULTURAS AFRICANAS

Aprender um pouco da cultura africana é ampliar a visão para enxergar sua contribuição, caracterizada pela diversidade. São diversos povos, tribos e etnias. São diversas nações colonizadoras e colonizadas. São diversos idiomas, línguas e dialetos. São diversos os costumes e tradições, todos de uma maneira geral, cercados de produções com valores simbólicos, sempre voltados para a transmissão e para a preservação das tradições.

Seus povos até hoje, apesar da globalização, preservam sabedorias ancestrais contidas em elementos tão simples que jamais imaginaríamos estarem ali guardadas. São estratégias de sobrevivência e continuidade filosófica de valores civilizatórios, significados e intenções oriundos de civilizações milenares.

Como uma pequena parcela dessa imensidão cultural africana, a simbologia Adinkra é composta por figuras estampadas que vão além do belo e estético. É uma espécie de comunicação não verbal onde simbolizam parábolas, aforismos, provérbios e ditos populares carregados de contexto histórico, marcados por conflitos e conquistas, ocorridas por volta do século XIX, que resistem ao tempo e são preservados até os dias de hoje, fazendo parte da cultura e da economia local.

Essas estampas, com significados próprios, não são somente desenhos idiomaticamente tradicionais. Elas “incorporam, preservam e transmitem aspectos da história, filosofia, valores e normas socioculturais” (NASCIMENTO; GÁ, 2009, p. 22). Grande parte desses símbolos carregam em si uma propriedade que, segundo Sampaio (2012), vem chamando a atenção da humanidade desde o período helenístico[4], ou até mesmo antes. Aspectos simétricos, uma característica observada em alguns objetos ou formas geométricas, relacionada com esse contexto e pela

[4]O Período Helenísticofoi uma época da história, compreendida entre os séculos III e II a.C., no qual os gregos estiveram sob o domínio do Império Macedônico. Fonte:www.todamateria.com.br/periodo-helenistico-helenismo/

beleza das figuras, despertou o desejo de utilizar a simbologia africana Adinkra como uma forma de associar esse universo ao ensino da simetria.

3.2.1 Origem da Simbologia Adinkra

Na África Ocidental, no século XVII, antes da colonização pelos países europeus, habitavam vários povos, entre eles os "Akan[5]" (ou Acãn) da antiga Costa do Ouro, a atual Gana que se, que se destacaram pelo intenso comércio de ouro, extraído das minas localizada em sua região.

> Os Akan trocavam ouro, em forma de pepitas, em pó e, em formato de jóias, obtidas pelo método da cera perdida, por mercadorias de que tinham necessidade ou davam enorme valor. Nas mercadorias trocadas por ouro estavam inclusas: tapetes coloridos (alambéis) objetos de cobre e latão, conchas vermelhas, vinho branco, pimentas, coral e contas de vidro. (SILVA, 2002, p.198)

Formado por diferentes etnias, entre elas destacavam-se os Ashantes, "um poderoso povo, militarista, e altamente disciplinado da África Ocidental" (Willis,1998, p15), que também desenvolveu habilidades significativas na tecelagem. Além do ouro, destacavam-se na produção de tecido "Por toda parte fiava-se e tecia-se[...]um pano forte, grosso, durável e bonito [...]" (SILVA, 2002, p.30). Através de grandes comercializações, eles reuniram meios para se tornarem um grande Império, conhecido como Nação Ashante, ou Confederação Ashante, que "controlava uma área de mais de cem mil milhas quadradas.

O desenvolvimento da "burocracia real deu ao povo Ashante uma força administrativa que lhes permitiu manter a supremacia política nesta área por um longo tempo." (CARMO, 2016 p.50). Esse crescimento social, político, econômico e cultural, tornou Ashante um dos mais poderosos estados da África Ocidental e diferentes de outros povos ou etnias, onde relatos orais afirmam ter despertado rivalidade de outros povos.

[5]Os Akan são um grupo étnico localizado na Africa Ocidental, região que compreende, atualmente, os países de Gana, Burkina Faso e Togo. (WILLIS, 1998, p.15)

Nação Ashante e os Simbolos “Adinkra”

Os símbolos Adrinkra são um conjunto de ideogramas estampados, principalmente em tecidos e adereços e esculpidos em madeira, ou em peças de ferro, como se fossem carimbos, sendo uma forma de expressão. “Cada um dos símbolos possui nome e significado, que pode estar associado a um fato histórico, a característica de um animal, a um vegetal ou a comportamento humano.” (CARMO, 2016, p.52)

No início os símbolos eram produzidos pela etnia “gyaaman”, da região Brong, apenas de direito exclusivo da realeza e dos líderes espirituais e só eram utilizados em cerimônias importantes. Durante um conflito, no início do século XIX, causado pela cobiça do rei dos gyaaman, que acreditava que toda riqueza dos ashantes era oriunda do símbolo de prosperidade denominado cadeira de ouro[6]·. Almejando o poder, o rei ordenou aos seus súditos que criassem um símbolo idêntico ao dos ashantes, similar a cadeira de ouro.

Então diante dos relatos, o rei Osei Bonsu, sentindo-se ameaçado por esse potencial usurpador declarou-lhe guerra, no que foi bem-sucedido. Como costume, para inibir futuros insolentes, o rei vencedor apresenta ao povo uma espécie de prêmio, para amedrontá-los. “Morto, como castigo por sua insolência, teve sua cabeça arrancada do corpo e levada como um troféu”. (NASCIMENTO; GÁ, 2009, p.30.)

Assim o rei vencedor levou, não só utensílios valiosos que pertenciam ao perdedor, mas também o belo código de escritas, que até aquele momento não havia um nome para identificar esses símbolos. Então “Osei Bonsu levou também as vestes do pretenso conquistador, bem como as técnicas de fabricação do tecido e sua estamparia. A partir daí o nome do rei morto passou significar ‘adeus’, despedida: Adinkra Kofi.” (NASCIMENTO; GÁ, 2009, p.30.).

Assim esse belo sistema de escrita ideográfico ficou conhecido como Adinkra. Com as vestes, veio o conhecimento da aduru (tinta especial utilizada no processo de

[6]“Em 1697, Osei Tutu (reinando 1697-1731) convocou uma assembléia para transmitir uma mensagem que Nyame, o deus supremo do Akans, tinha revelado a Okomfo (conselheiro do Rei). Nessa reunião, é dito que Okomfo derrubou do céu, um banquinho de madeira, parcialmente coberto com ouro nomeado “*cadeira de ouro”* para que OseiBonsu descansasse os joelhos. Este evento visto como um sinal da eleição divina e serviu para unificar os povos e consolidar a Confederação Ashanti. Foi dito que o banquinho de ouro continha a alma coletiva e o espírito de todo o povo Ashanti e o que simbolizava sua unidade e prosperidade.” (CARMO, 2016,P50-51).

impressão) e do processo de estampagem de desenhos em panos de algodão, métodos de confecção que são preservados até hoje, conforme visto na figura1.

Figura 1-Fotografias da confecção milenar Adinkra

Disponível em <www.afreaka.com.br/notas/adinkra-um-dicionario-de-valores-na-arte-dos-carimbos/> Acesso em 20 jun 2018

Com o tempo, os ashantis desenvolveram mais símbolos Adinkra, incorporando sua própria filosofia, contos folclóricos e cultura, popularizando a simbologia. Assim, todos tinham acesso e liberdade para utilizar em suas vestes. Não mais pertenciam tão somente a nobreza (Figura 2) e passou a fazer parte dos costumes africanos, apreciados pela beleza e significado das figuras estampadas.

Figura 2-Vestes populares, tecidos com estampas Adinkra

Disponível em<www.afreaka.com.br/notas/adinkra-um-dicionario-de-valores-na-arte-dos-carimbos/> Acesso em 20 jun 2018

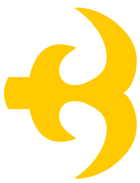
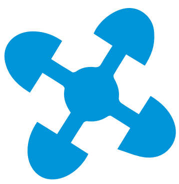
3.2.2 Significado de alguns Símbolos Adinkra.

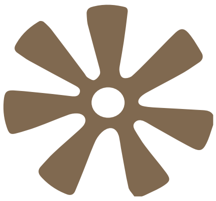
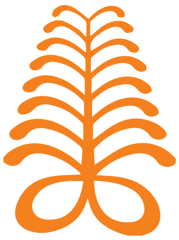
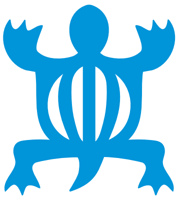
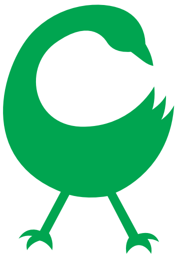
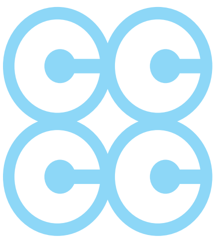
O símbolo Adinkra carrega um conteúdo não apenas estético, mas incorpora, preserva e transmite “aspectos da história, filosofia, valores e normas socioculturais desses povos de Gana” (NASCIMENTO, 2009 p.26). A simbologia Adinkra reflete os costumes e valores tradicionais específicos e têm significados em várias camadas e níveis de interpretação, como aborda Willis (1998).

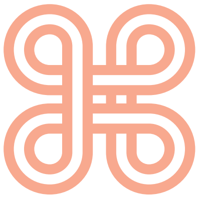
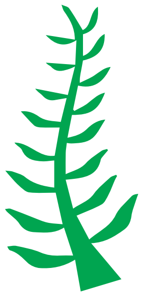
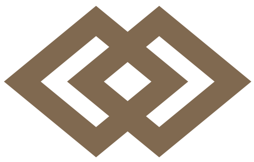
Cada símbolo possui significado próprio, constituindo uma espécie de código que, em alguns casos, substitui a comunicação verbal. Podem representar provérbios, frases e, de forma abstrata, identificar o comportamento do indivíduo, associando aos seus valores culturais (DELAQUIS, 2013).

No quadro 4, alguns símbolos Adinkra com seus nomes respectivos significados.

Quadro 4 - Símbolos Adinkra e seus Significados.

Símbolos Adinkra: nome, significado e representação	
	Nome: Hene *Símbolo de autoridade, grandeza, prudência,e firmeza* Representa de acordo com relatos orais, o chefe de todos os projetos Adinkra, a perfeição , constitui a base da impressão Adinkra.
	Nome: Akoben *Símbolo de uma chamada à ação, a disponibilidade para ser chamado à ação, prontidão e voluntarismo* Representa o som de instrumentos Akoben que é um grito de guerra; portanto, é uma chamada à ação.
	Nome: Akoko Nan *Símbolo de amparo e disciplina parental* Representa que se uma galinha pisar em seus filhos, isso não significa que irá matá-los.” Isto representa a natureza ideal dos pais, sendo tanto protetora e corretiva
	Nome: Akoma *Símbolo de paciência e tolerância* Representa que quando se diz que uma pessoa "tem um coração no estômago", essa pessoa é muito tolerante.
	Nome: Akoma Ntoso *Símbolos do acordo, união e da unidade* Representa a união e a unidade nacional, a necessidade de uma ação concentrada e uma frente unida.

	Nome: Ananse Ntontan *Símbolo da sabedoria e criatividade na vida* Representa a aranha que é um personagem bem conhecido em contos populares africanos.
	Nome: Asase Ye Duru *Símbolo da providência e da divindade da Mãe Terra* Representa a importância da Terra na manutenção da vida.
	Nome: Aya *Símbolo de resistência, independência e perseverança* Representa a samambaia é uma planta resistente que pode crescer em lugares difíceis. “Um indivíduo que usa este símbolo sugere que resista muitas adversidades e supere muita dificuldade.”
	Nome: Denkyem *Símbolo de adaptabilidade, prudência e ética.* Representa o crocodilo vive na água, ainda respira o ar, demonstrando a capacidade de se adaptar às circunstâncias.
	Nome: Sankofa *Símbolo da aprendizagem com o passado* Representa um pássaro que se move para frente, mas sempre olha para trás,um lembrete constante de que a experiência passada deve ser um guia para o futuro
	Nome: Gye Nyame *Símbolo da supremacia de Deus* Representa a onipresença de Deus, símbolo de caráter profundamente religioso
	Nome: Mate Masie *Símbolo de sabedoria, conhecimento e prudência* Representa: "eu entendo". Entender significa sabedoria e conhecimento, mas também representa a prudência de levar em consideração o que outra pessoa disse.

	Nome: Mpatapo *Símbolo da reconciliação, pacificação* Representa o elo ou nó que liga as partes em uma disputa para uma reconciliação pacífica e harmoniosa após uma contenda
	Nome: Nyame *Símbolo de fé e confiança em Deus* Representa o alimento é uma base da vida, não poderia sobreviver se não for a comida que Deus colocou aqui na Terra para nosso alimento
	Nome: Mmusuyidee *Símbolo da boa sorte, da santidade, do bom espírito da força espiritual* Representa a santidade é como o gato, odeia a sujeira.
	Nome: Epa *Símbolo da lei e da justiça* Representa a lei que é usada para controlar e gerenciar as pessoas.A lei não discrimina.
	Nome: Duafe *Símbolo de consideração feminina* Representa paciência, prudência, carinho, amor e cuidado. Coisas associadas com as mulheres.
	Nome: Dwennimmen *Símbolo de força, humildade,sabedoria e aprendizado*. Representa o carneiro que vai lutar ferozmente contra um adversário,mas também submete humildemente para abate, ressaltando que mesmo o forte necessita de ser humilde.
	Nome: Eban *Símbolo da proteção, segurança e amor* Representa proteção, segurança e amor. Uma casa que tem uma cerca em torno dela é considerada uma residência ideal.

Fonte:Carmo,2016, p.56-76. Adaptado pelo autor

Desta forma, seus simbólicos, atributos e características estéticas únicas têm, em muitos aspectos, “enterrado sabedoria discreta sob sua fachada física.” (CARMO, 2016, p.54) Pode-se deduzir que sempre há um aspecto de comunicação; uma mensagem proverbial, um aviso, uma observação, uma descrição, uma denominação, sendo transmitida.

“Existe um profundo modo ideográfico de comunicação e uma verdadeira linguagem que engloba sabedoria codificada e conhecimento incorporado em seu visual estilístico”. (DELAQUIS, 2013, p.32, trad. nossa)

E é incorporando esses valores que serão utilizados os símbolos Adinkra, visando entender melhor a ideia de multiculturalismo por trás dessa simbologia e de forma concomitante, aplicá-la neste trabalho para ensino de simetria e outros conceitos matemáticos.

4 SIMETRIA

Ao longo dos tempos, o uso da simetria tem sido usado como estratégia de harmonia, seja na arte, na arquitetura, em construções ou em músicas, entre outros, basta um olhar sensível e atento para perceber as interações entre a beleza e a simetria. O matemático Francês, Pascal afirma que "devemos olhar para além de cada ação, para o nosso passado, presente e futuro e, perceber as relações entre todas as coisas envolvidas". (PASCAL, 1966, p.192). Não é difícil identificar que sempre houve uma preocupação de estabelecer um ideal estético ao longo da história da humanidade.

De acordo com Martinho (1996, p. 42), a "Arte e a Ciência caminharam juntas durante muitos séculos, não sendo difícil reconhecer que comportam um fator comum essencial: a criatividade como motor gerador, de formas e ideias".

Os povos antigos nos deixaram legados que comprovam essas formas entre a Arte e a Simetria. Um exemplo nos é dado pelos egípcios, que arquitetaram monumentais pirâmides e esculturas, a partir de conhecimentos geométricos. Os árabes, que a partir de linhas pintadas e quadrados perfeitos chegaram a uma variedade de padrões repetidos repletos de Simetria. Os gregos que tinham uma grande preocupação em privilegiar conceitos que primavam pela interação entre o equilíbrio, a beleza e a simplicidade, leituras históricas diziam que eles utilizavam a razão áurea[7] para causar essa harmonia na percepção visual.

Já no século XIX, um dos nomes mais citados, quando se trata do uso de simetria é o do holandês Mauritus Cornelis Escher[8](1898-1972).

> A obra de Escher é um exemplo concreto de como as imagens podem aperfeiçoar o entendimento de assuntos complexos, ao invés da exclusiva utilização de palavras. Através das suas pavimentações, ele consegue exemplificar as transformações do

[7]A Razão áurea é uma constante real algébrica irracional obtida quando dividimos uma reta em dois segmentos de forma que o segmento mais longo da reta dividida pelo segmento menor seja igual à reta completa dividida pelo segmento mais longo, e seu valor é constituído por 1,6180339887... (PINATTI; LORIN,2014, p10)

[8]M. C. Escher (1898-1972) foi um artista gráfico holandês, conhecido por seus trabalhos em xilogravuras e litogravuras que representam obras com várias perspectivas, geradoras de ilusão de ótica no observador considerada um artista matemático, sobretudo geométrico. (SAMPAIO,2012, p.52)

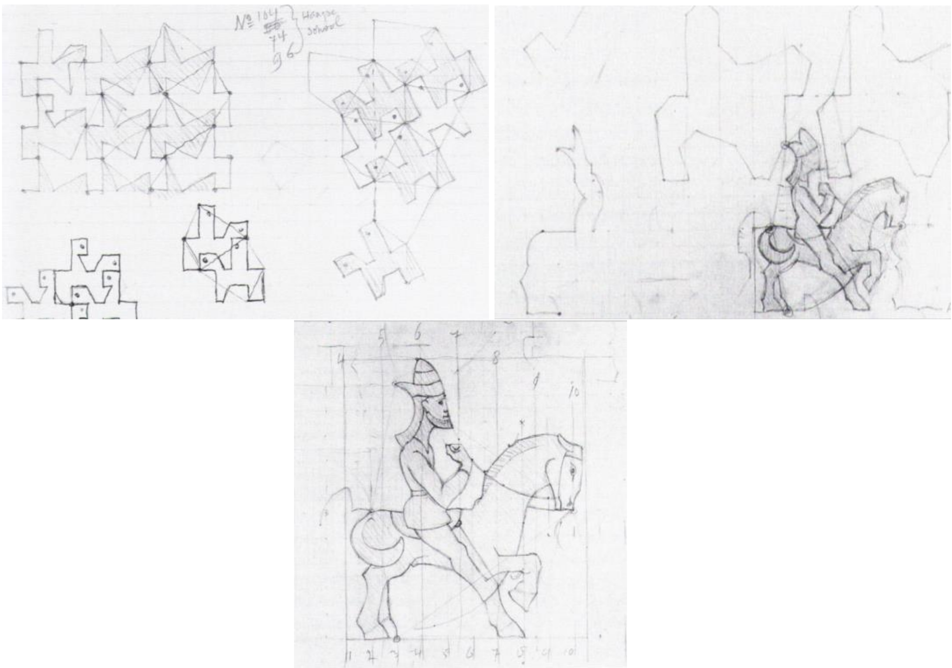
> plano: translações, rotações e reflexões, tornando-as mais simples aos nossos olhos. (SAMPAIO, 2012, p.50)

O mundo da arte e o mundo da matemática podem estar intrinsecamente relacionados, felizmente descoberto, ressaltando que:

> Todas as reproduções (numeradas neste livro) foram produzidas com a intenção de esclarecer uma determinada linha de pensamento. As ideias que lhe estão por base testemunham, na maior parte, o meu espanto e admiração em face das leis da natureza que operam no mundo à nossa volta. Aquele que se maravilha com alguma coisa o tem mesmo a consciência da maravilha. Olhando de olhos abertos os enigmas que nos rodeiam e ponderando e analisando as minhas observações entro em contato com o domínio da Matemática. Embora não tenha qualquer formação e conhecimento das ciências exatas, sinto-me frequentemente mais ligado aos matemáticos do que aos meus próprios colegas de profissão. (ESCHER, 2008, p. 6)

Na figura 3, vê-se um exemplo dessa relação entre a arte e a matemática.

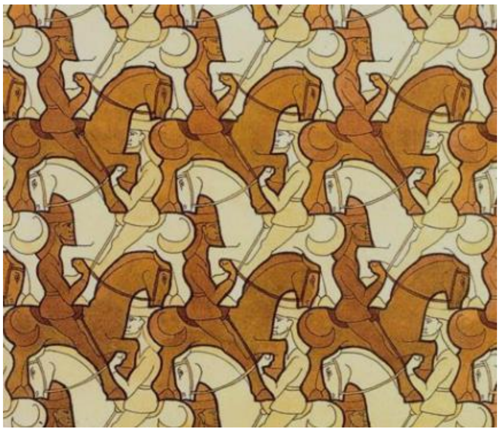
Figura 3- Rascunhos realizados por M.C.Escher e sua esposa Jetta



Disponível em< www.mcescher.com/gallery/most-popular/.>
Acesso em: 15 jun 2018

Nesses rascunhos observa-se bem a presença da noção de geometria em seu processo construtivo, seguindo padrões para repetições de simetria, até chegar na figura 4, que é imagem final desenvolvida em sua obra, uma das marcas de Escher.

Figura 4 - O Cavalheiro (ESCHER)



Disponível em <www.mcescher.com/gallery/most-popular/>
Acesso em: 15 jun 2018

Ao observar construções, objetos, obras de arte, elementos da natureza, uma imagem no espelho, reflexos na água, pode-se perceber que muitas são originadas e/ou compostas de conceitos matemáticos. Dentre todos, a simetria se destaca pelas belas imagens formadas.

O conceito de simetria refere-se à relação de dimensão ou disposição que um objeto tem com um eixo, ponto ou plano, e que pode estar também relacionada a equações matemáticas ou formas geométricas. Todavia, é comum associar uma figura simétrica a uma imagem espelhada dessa mesma figura. “Ao colocarmos um objeto qualquer diante de um espelho plano, reflete-se nele uma imagem simétrica do objeto, isto é, a imagem parece ser o próprio objeto.” (GIOVANNI, 2002, p. 69)

Assim, vinculada à geometria euclidiana, a simetria é a semelhança de uma figura em torno de um eixo, ponto ou plano. E, com um pouco mais de abrangência, é de se inferir que a “simetria não é um número nem um formato, é um tipo especial de transformação – uma maneira de mover um objeto. Se o objeto parecer o mesmo depois de movido a transformação aí presente é uma simetria” (STEWART, 2012, p. 9).

4.1 SIMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

O estudo de simetria na Educação Básica envolve três conceitos fundamentais; translação, rotação e reflexão. Ainda tem casos que dois conceitos podem estar presentes em uma só imagem; por exemplo, a translação e rotação.

Esses conceitos de simetria estão presentes na trajetória acadêmica do aluno, desde primeiro segmento do ensino fundamental, porém a opção dessa pesquisa foi tratar da simetria envolvida no segundo segmento do Ensino Fundamental (sexto ano de escolaridade em diante), até chegar ao Ensino Médio. Para isso, é apontado alguns documentos e orientações que norteiam o ensino simetria na Educação Básica.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997) os conteúdos de matemática aparecem organizados em blocos, como: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas e o Tratamento da Informação. Os aspectos relacionados ao Ensino de Simetria estão contidos dento do bloco Espaço e Forma. Nele os “conteúdos contemplam, não apenas o estudo das formas, mas também as noções relativas à posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas.” (BRASIL, 1997, p.51)

Assim, “uma vez selecionados os conteúdos matemáticos, eles se organizam em ciclos e, posteriormente, em projetos que cada professor realizará ao longo de um ano letivo.” (BRASIL, 1997, p.53). Essa pesquisa trata do terceiro e o quarto ciclo, que contempla a antiga quinta a oitava série, atualmente sexto ao nono ano de escolaridade.

Neste ciclo os alunos reorganizam e ampliam os conhecimentos sobre espaço e forma, abordados no primeiro e segundo ciclo, trabalhando com problemas um pouco mais complexos de localização no espaço e com as formas nele presentes. Por meio da exploração de situações de aprendizagem nesse bloco, é importante que o professor leve o aluno a:

> [...] resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicular ismo elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas; (BRASIL, 1997, p.65)

Continuando neste entendimento, tem-se que;

> [...] estabelecer relações entre Figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das Figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;

Também;

> [...] resolver situações-problema que envolva Figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução. (BRASIL, 1997, p.65)

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1997.p.70).

Também se faz necessário trabalhar com alguns recursos concretos para colaborar nessa aprendizagem, como “malhas quadriculadas e diagramas, a exploração de guias e mapas podem constituir um recurso para a representação do espaço”. (BRASIL, 1997, p65)

Já quando se trata de Ensino Médio nos PCN, os conteúdos básicos estão organizados em quatro blocos: “Números e operações; Funções; Geometria; Análise de dados e probabilidade” (BRASIL, 1997, p.70). Esses conteúdos articulam entre si a geometria, agora, não trata só de espaços e formas, mas também aborda representações algébricas, que se interligam entre o bloco de Números e Operações e Funções.

A opção dessa pesquisa foi abordar o estudo de matriz, para entender a simetria presente em alguns símbolos. Busca, dentro do campo da álgebra, a linguagem matricial; representação dos pontos cartesianos em uma matriz, para pontuar esse assunto.

Essa linguagem matricial estudada nos símbolos Adinkra pode ser entendida como uma relação entre a representação algébrica e a representação geométrica, apontada no Caderno de Orientações Curriculares para o Ensino Médio do MEC (2006). Essas representações podem ser analisadas no plano cartesiano, “introduzido por Descartes no século XVII, um sistema de coordenadas que identifica um ponto P do plano com um par de números reais (x, y)”. (BRASIL, 2006, p 76)

A mesma fonte traz que, partindo desse ponto, o sistema de coordenadas dá origem a uma ideia simples de como relacionar essas duas representações, o qual seria: “[...] o estudo das propriedades geométricas de uma Figura com base em uma equação (nesse caso, são as Figuras geométricas que estão sob o olhar da álgebra)”. (BRASIL, 2006, p 76)

A outra representação é assim descrita;

> [...] o estudo dos pares ordenados de números (x, y) que são soluções de uma equação, por meio das propriedades de uma Figura geométrica (nesse caso, é a álgebra que está sob o olhar da geometria). Esses dois aspectos merecem ser trabalhados na escola. (BRASIL, 2006, p 76)

Articulando esses estudos dentro das transformações lineares aponta-se o uso de vetores, uma vez que as coordenadas podem ser representadas por vetores, onde trata-se também dos descolamentos de imagens, quando estes sofrem os movimentos de translação, reflexão e rotação.

> É desejável, também, que o professor de Matemática aborde com seus alunos o conceito de vetor, tanto do ponto de vista geométrico (coleção dos segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido) quanto algébrico (caracterizado pelas suas coordenadas). (BRASIL,2006, p.77).

Nesta seção é apresentada as transformações lineares nos espaços vetoriais, presentes na simetria de translação, reflexão e rotação, que podem ser encontrados em alguns livros e artigos de álgebra linear. A opção foi pelos autores: Kolman (1998), Howard e Chris (2012) e Lay (2013).

4.2 TRANSFORMAÇÕES LINEARES

Sejam V e W espaços vetoriais sobre R. Uma função $T: V \rightarrow W$ são uma transformação linear se as seguintes condições são satisfeitas:

1. $T(\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}) = T(\boldsymbol{u}) + T(\boldsymbol{v})$, para todo o u, v ∈ V (Aditividade).
2. $T(a.\boldsymbol{u}) = a.T(\boldsymbol{u})$, para todo a ∈ R e u ∈ V (Homogeneidade).

Observações sobre transformações lineares:

1. Intuitivamente, uma transformação linear é uma função que preserva as operações dos espaços vetoriais.

2. Se $T: V \rightarrow W$ é uma transformação linear, então *T (0)* = 0, pois
$$T(0) = T(0.u) = O.T(u) = 0$$

3. Se $T: V \rightarrow W$ é uma transformação linear, então
$$T(au + bv) = aT(\boldsymbol{u}) + bT(\boldsymbol{v}), \forall\, a, b \in R, e\ \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V,$$

Pois:

$$T(au + b\boldsymbol{v}) = T(a\boldsymbol{u}) + T(b\boldsymbol{v})$$
$$= aT(\boldsymbol{u}) + bT(\boldsymbol{v}).$$

Mais geralmente,

T($a_1\boldsymbol{u}_1$ + ⋯ + $a_n\boldsymbol{u}_n$) = a_1T$\boldsymbol{u}_1$ + ⋯ + a_nT$\boldsymbol{u}_n$, ∀ a_1 e R $\boldsymbol{u}_1$ e V.

4. Se $T: V \rightarrow W$ é uma transformação linear e $V = W$, dizemos que T é um operador linear sobre V.

5. Toda transformação linear $T: R \rightarrow R$ é da forma ax, para algum a ∈ R fixado. De fato, é claro que a função $T: R \rightarrow R$ definida por $T(x) = ax$ para todo $x \in R$, é uma transformação linear. Reciprocamente, seja $T: R \rightarrow R$, uma transformação linear.

Então

$$T(x) = T(1.x) = T(1)x, \forall\, x \in R.$$

Fazendo $a = T(1) \in R$, obtemos $T(x) = ax, \forall\, x \in R$.

6. Sejam $V = R^{n\,X1}$, $W = R^{m\,X1}\cdot$, espaços vetoriais sobre R e A $\in R^{m\,Xn}$, uma matriz fixada. A função $T_A: V \to W$ definida por

$$T_A(\boldsymbol{X}) = A\boldsymbol{X}$$

Para todo $X \in V$, é uma transformação linear, pois

$$T_A(\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}) = A(\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}) = A\boldsymbol{X} + A\boldsymbol{Y} = T_A(\boldsymbol{X}) + T_A(\boldsymbol{Y}), \forall\, \boldsymbol{X}\ e\ \boldsymbol{Y} \in V.$$

e

$$T_A(a\boldsymbol{X}) = A(a\boldsymbol{X}) = a(A\boldsymbol{X}) = aT_A(\boldsymbol{X}), \forall\, a\ \in R\ e\ \boldsymbol{X} \in V.$$

Note, também, que $S_A: R^{1xm} \to R^{1xn}$definida por $T_A(\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{v}A,\ \forall\, \boldsymbol{v}\ \in R^{m\,x1}$, é uma transformação linear.

4.2.1 Simetria de Translação.

(Operador Translação) Seja $V = R^2$. A função $T_V : V \to V$ definida por

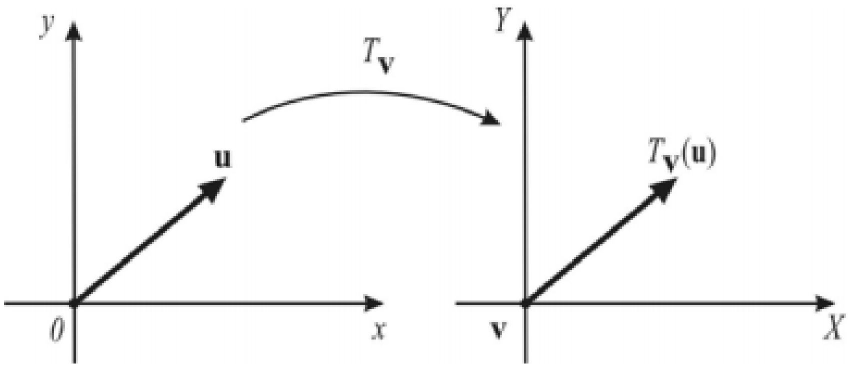
$$T(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{u} + \boldsymbol{v},$$

Onde $\boldsymbol{u} = (x, y)\ e\ \ \boldsymbol{v} = (a, b)$, não é uma transformação linear, a menos que $a = b = 0$, pois

$$T(0{,}0) = (a, b) \neq (0{,}0)$$

Conforme Figura 5:

Figura 5 -Translação por v



Disponível em <www.ensinoeinformacao.com/alglintransflinmatriz/>
Acesso em: 12 set 2018.

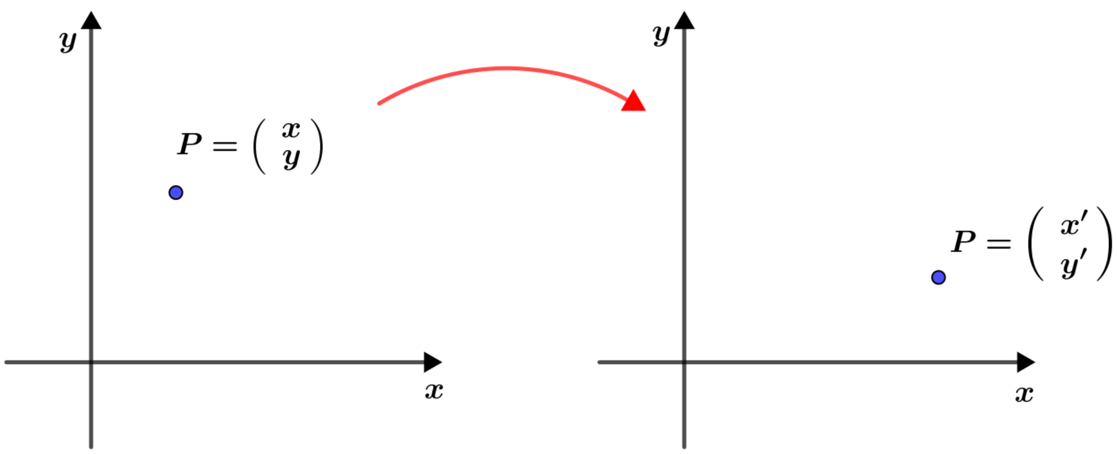
Usando a linguagem matricial, é possível representar os vetores na forma de matrizes, onde o vetor *P* representa as coordenadas inicias da imagem, e o vetor *P'* condenadas finais, chamaremos de *T* o vetor da transformação aplicada ao objeto neste caso à translação (Figura 6), uma função que associa a cada ponto p do plano um novo ponto *P*' tal que:

$$P' : R^2 \ em \ \ R^2, \text{ tal que } P'(x', y') = T(dx, dy) + P(x, y)$$

Ou ainda:

$$P' \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} + P \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Figura 6 -Transformção no R^2



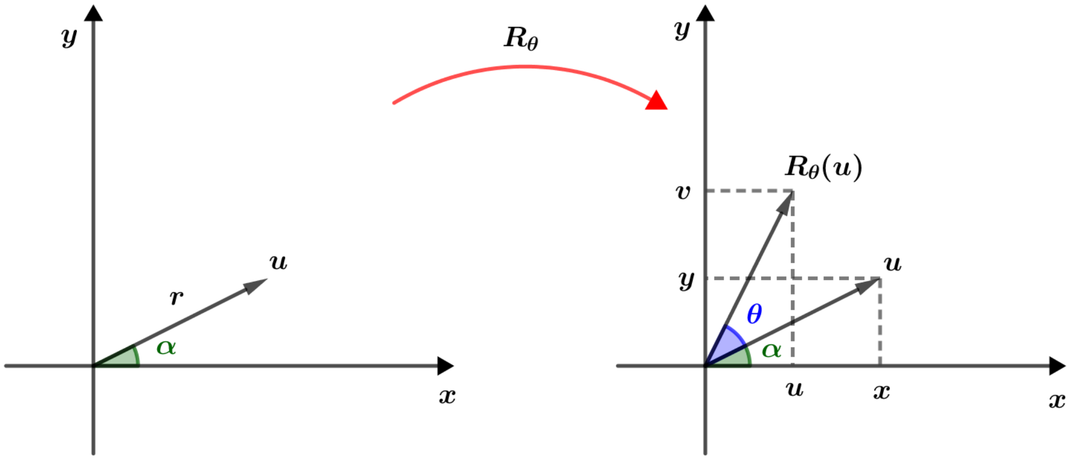
Fonte: Autor

4.2.2 Simetria de Rotação

(Rotação de um ângulo θ) Seja $V = R^2$ a transformação linear $R_\theta : V \to V$, onde $R_\theta(u)$, é uma rotação anti-horário de um ânguloθ, $0 \leq \theta < 2\pi$, do vetor $u \in V$, é dada por:

Solução. Seja $mu = (x, y)\ e\ R_\theta(x, y) = (u, v)$.Então, pela Figura 7:

Figura 7- Rotação de um ângulo θ.



Fonte: Autor

Temos que:

$$u = r\ cos(\alpha + \theta),$$
$$x = r\ cos\alpha\ e$$
$$y = r\ sen\alpha.$$

Logo,

$$u = x\ cos\theta - y\ sen\theta.$$

De modo análogo,

$$v = x\ sen\theta + y\ cos\theta.$$

Assim,

$$R_\theta(x, y) = (x\ cos\theta - y\ sen\theta, x\ sen\theta + y\ cos\theta).$$

Usando a linguagem matricial, representa-se a rotação de um ângulo θ sentido anti-horário em torno da origem é:

$$Rotação\ em\ \theta\ = \begin{bmatrix} cos\ \ \theta & -sen\ \theta \\ sen\ \theta & cos\ \ \theta \end{bmatrix}$$

O produto da transposta de uma matriz de transformação por ela mesma corresponde ao produto interno dos vetores transformados entre si. Isto porque os elementos *ij* do produto são o resultado da linha *i* da transposta pela coluna *j*. A linha *i* da transposta é a coluna *i* da matriz original. Ou seja, o elemento *ij* é o resultado do produto interno do *i*-ésimo com o *j*-ésimo, vetor transformado.

Como, no caso da rotação, os vetores da base canônica rodada continuam sendo unitários e perpendiculares entre si, temos que o produto da transposta de uma matriz de rotação por ela mesma resulta na matriz identidade. Como esta propriedade se origina do fato de a base transformada continuar sendo de uma base de vetores ortonormais, diz-se que a matriz de rotação é uma matriz ortonormal.

Outro ponto importante a destacar é a questão da mudança de referencial ou base. Aprende-se na Física que as novas coordenadas de um ponto, após certo movimento, são as mesmas que teríamos se mantivéssemos o ponto parado e movêssemos o referencial no sentido inverso. Assim, em termos de coordenadas, tanto faz rodar um ponto de um ângulo θ ou escrever as coordenadas deste ponto num sistema de coordenadas rodado de -θ.

Ou seja:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\theta & -sen\theta \\ sen\theta & cos\theta \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

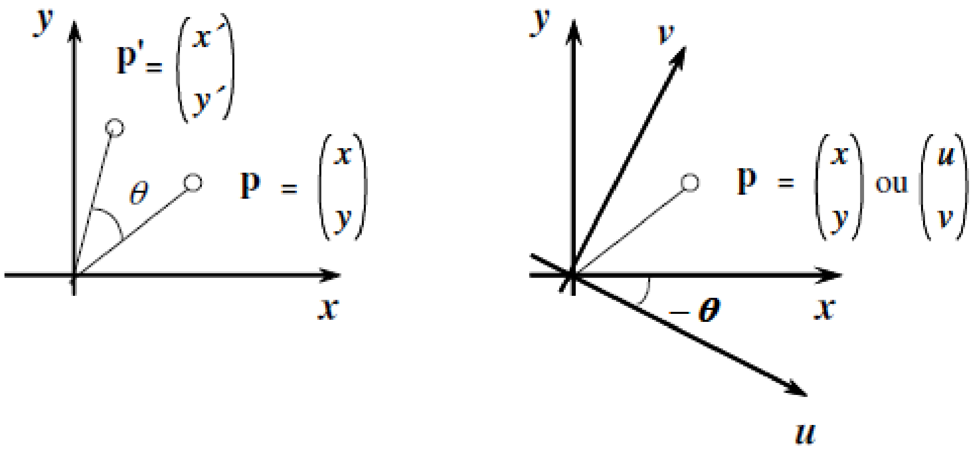
Os vetores unitários das direções **u** e **v** são os vetores **i** e **j** rodados de -θ. Ou seja, se colocar as suas coordenadas nas colunas de uma matriz, está representada a rotação de -θ. Para obter a matriz de rotação θ basta que se tome a transposta, ou seja, a matriz com as coordenadas de **u** e **v** colocadas como linhas.

Assim:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

A propriedade expressa é geral para qualquer espaço vetorial e pode ser enunciada da seguinte maneira: a matriz que transforma as coordenadas de um vetor qualquer escrito numa base ortonormal para outra é a matriz obtida colocando-se como linhas as coordenadas dos vetores da segunda base escritos na primeira. (Figura 8)

Figura 8-Interpretação de uma matriz de rotação de uma mudança de referencial



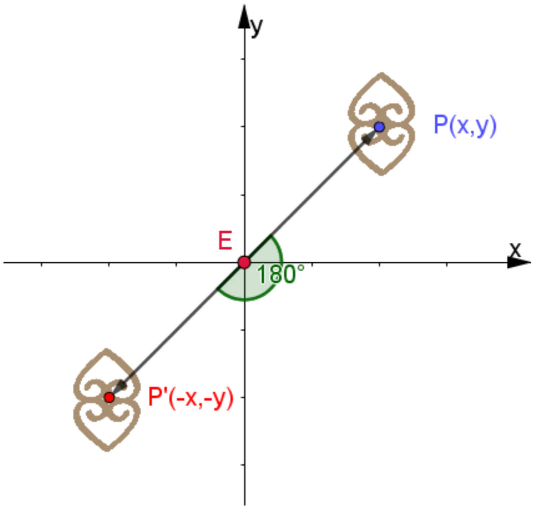
Fonte: Autor

Frente à interpretação, a matriz de rotação é entendida como uma matriz de mudança de referencial entre dois referenciais ortonormais que, embora não transladem entre si, giram um em relação ao outro.

<u>Aplicação de matriz de rotação no ângulo de 180º</u>

Observe na Figura 9 abaixo que o ponto P (x, y) é rotacionado 180º em torno da origem no sentido anti-horário. Para encontrar as novas coordenadas de P temos:

Figura 9 - Rotação do ponto P



Fonte: Nascimento; Gá (2009, p.45) adaptado pelo autor

Como $\theta = 180º$, temos que:

$$M = \begin{bmatrix} \cos(180º) & -sen(180º) \\ sen(180º) & \cos(180º) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Desta forma:

$$P' = M.P$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$$

4.2.3 Simetria de Reflexão

Trata da reflexão em torno de uma reta; seja L a reta que passa através da origem do R_2 e forma um ângulo θ com o eixo x positivo. Então, pode-se conseguir a reflexão T com relação a L através de uma rotação de um ângulo $-\theta$ para mover L sobre o eixo x, em seguida uma reflexão com relação ao eixo x e, finalmente, uma rotação de um ângulo θ para mover L de volta à sua posição original. Tem-se então três operadores lineares envolvidos $R_\theta \cdot, T_x$ e $R_{-\theta}$ que fazem respectivamente as movimentações citadas acima. Para cada um dos operadores citados temos uma matriz associada, logo a matriz A associada a transformação R_θ ,T_x e $R_{-\theta}$ é o produto das suas matrizes individuais, portanto:

$$A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\mathrm{sen}(\theta) \\ \mathrm{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \cos(-\theta) & -\mathrm{sen}(-\theta) \\ \mathrm{sen}(-\theta) & \cos(-\theta) \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\mathrm{sen}(\theta) \\ \mathrm{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \mathrm{sen}(\theta) \\ -\mathrm{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

Portanto:

$$A = \begin{pmatrix} cos^2(\theta) - sen^2(\theta) & 2\mathrm{sen}(\theta)\cos(\theta) \\ 2\mathrm{sen}(\theta)\cos(\theta) & -(cos^2(\theta) - sen^2(\theta) \end{pmatrix}$$

Usando as igualdades trigonométricas :

$$\mathrm{Cos}(2\theta) = cos^2(\theta) - sen^2(\theta)$$

$$\mathrm{Sen}(2\theta) = 2\mathrm{sen}(\theta)\cos(\theta)$$

Obtém-se a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & \mathrm{sen}(2\theta) \\ \mathrm{sen}(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{pmatrix}$$

Deste modo, a reflexão em torno de reta qualquer é dada sobre a argumentação do ângulo θ que essa reta faz com o eixo positivo x.

Quando a reflexão ocorrer em torno do eixo das abcissas e das ordenadas ela pode ser entendida também de uma outra maneira.

Reflexão em torno do eixo x e y

A seguinte aplicação de R^2 em R^2 é uma transformação linear:

$T : \quad R^2 \to R^2$

$(x, y) \to \; T((x, y)) = (x, -y)$

De fato, T é transformação linear, uma vez que para todo $v_1 = (x_1 y_1)\ e\ v_2 =$

$(x_2 y_2) \in R^2$ e $\alpha \in R$, temos:

$$T = (v_1 + \alpha v_2) \rightarrow T = (x_1 + y_1) + \alpha(x_2, y_2)$$

$$T = (x_1 + \alpha x_2,\ y_1 + \alpha y_2) = (x_1 + \alpha x_2, -y_1 - \alpha y_2)$$

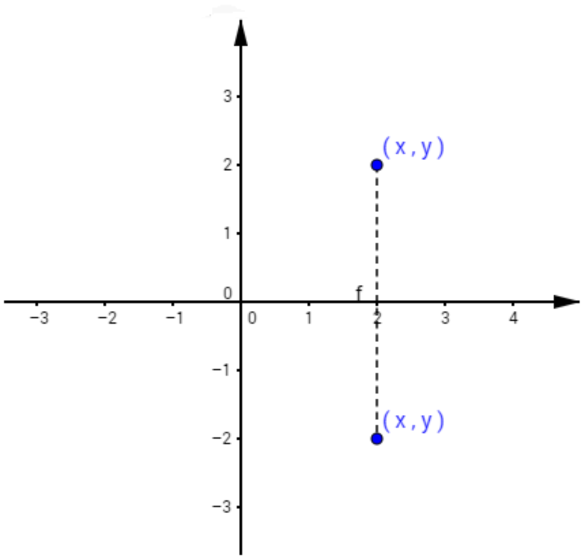
$$= (x_1, -y_1) + (\alpha x_2, -\alpha y_2) = (x_1, -y_1) + \alpha(x_2, -y_2) =$$

$$T = (x_1, y_1) + \alpha T(x_2, y_2)$$

$$T = (v_1) + \alpha T(v_2)$$

Onde usa-se o fato de que R_2 é espaço vetorial e a forma como foi definida a aplicação T, A Figura 11 ilustra a reflexão T com relação ao eixo x, para qual T (x, y) = (x, −y).

Figura 10 – Reflexão em torno de x



Fonte :Autor

Obviamente,

$$T(e_1) = e_1 = (1,0) \quad e \quad T(e_2) = (0,-1)$$

De modo que a matriz de T é

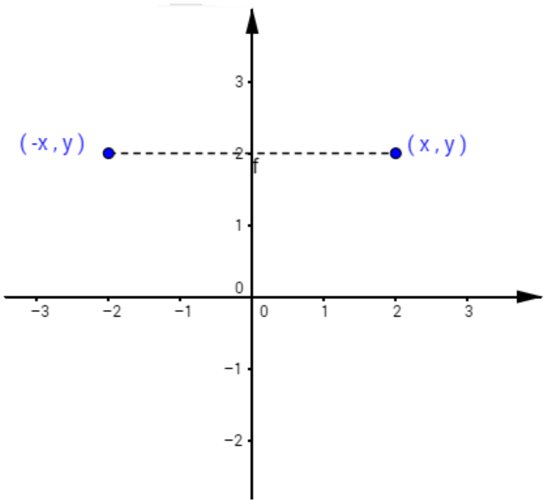
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Nota-se que,

$$T(x,y) = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right]^t = (x, -y)$$

De maneira análoga a Figura 12 ilustra a reflexão T com relação ao eixo y, para qual T (x, y) = (-x, y).

Figura 11- Reflexão em torno de y



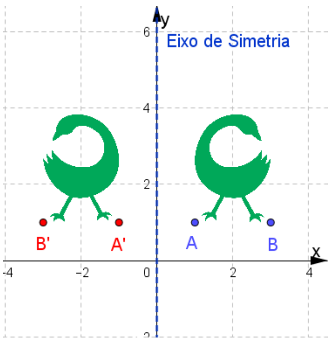
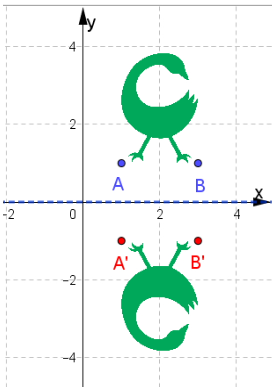
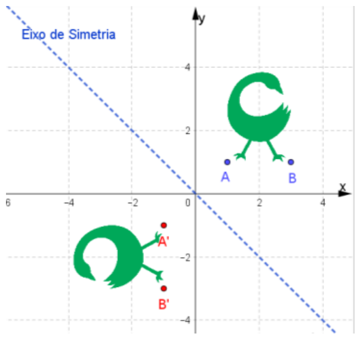
Fonte :Autor

Obtém-se a matriz de reflexão com relação ao eixo y é

$$T = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Como demonstrado, a simetria de reflexão é uma transformação linear que leva um ponto (x, y) para uma imagem refletida em relação a um eixo linear (eixo de simetria), que podem ser: em torno das abscissas, das coordenadas ou de uma reta qualquer conforme quadro 03.

Quadro 05 - Exemplos de Reflexões

Reflexão em torno de y	*Reflexão em torno de x*	*Reflexão em torno de uma reta qualquer*
		

Fonte: Nascimento; Gá (2009, p.47) adaptado pelo autor

A presente proposta dedicou-se a abordar três os tipos de simetria básicas: rotação, translação e reflexão, interpretamos estas como mais elementares, porém não únicas no campo das transformações lineares, não é nosso objetivo tratar de todas as simetrias, acreditamos estas três colaboram para um processo inicial no ensino na Educação Básica.

No próximo capitulo, a abordagem sobre a metodologia de pesquisa embasou as o estudo dos registros das oficinas, onde foram aplicados algumas dessas transformações lineares no ensino de Matrizes.

5. PERCURSOS METODOLÓGICOS

Esta seção apresenta uma parte descritiva e uma parte preditiva da pesquisa. Faz-se necessária uma descrição a respeito das escolhas efetuadas, definindo além da metodologia, as variáveis de comando, de maneira mais global, e, na perspectiva local, descrevendo cada atividade proposta.

Considerando a pergunta de partida: **É possível relacionar símbolos Adinkra a conceitos matemáticos, como fator de inserção multicultural?** e com o objetivo de buscar reposta a esse questionamento, foi implementado uma sequência de atividades para uma turma de Ensino Médio, descritos num processo construtivo de perscrutar os resultados. Assim, partir dos dados, elabora-se uma ação investigativa inspirada nos princípios dos referenciais teóricos que embasam a metodologia desta pesquisa.

5.1. METODOLOGIA DA PESQUISA: ESTUDO DE CASO

Tull (1976, p.323) define que "um estudo de caso se refere a uma análise intensiva de uma situação particular”. Para Bonoma (1985, p.203), "estudo de caso é uma descrição de uma situação gerencial”. Ainda descrevendo o modelo;

> O Estudo de Caso é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, quando a fronteira entre o fenômeno e o contexto não é claramente evidente e onde múltiplas fontes de evidência são utilizadas. (YIN, 2015, p.32).

Para este, o método de pesquisa pode ser “usados em muitas situações, para contribuir com o conhecimento dos fenômenos individuais, grupais, organizacionais, sociais, políticos e relacionados.” (YIN, 2015, p.32) Estas definições reforçam elementos do presente trabalho, de forma a auxiliar na definição do método como o mais apropriado ao estudo.

Os pensamentos descritos por Yin (2015) embasarão os principais aspectos da presente pesquisa, considerando estarem presentes os principais elementos que configuram um estudo de caso.

Cada tipo de pesquisa empírica possui elementos implícitos. Num amplo sentido, “é a sequência lógica que conecta os dados empíricos às questões de pesquisa iniciais do estudo e, em última análise, às suas conclusões” (YIN, 2015, p.41)

Uma pesquisa é um plano de ação para se sair daqui e chegar lá. Pode ser definido como o daqui como um conjunto inicial de questões a serem respondidas, e lá, um conjunto de conclusões, respostas sobre essas questões, conforme este autor. Esse caminho entre a largada e a chegada do percurso metodológico pode encontrar um grande número de etapas importantes, incluindo a coleta e a análise de dados relevantes.

Para Yin (2015) cinco componentes especialmente importantes compõe os estudos de caso, observados no processo de elaboração:

> 1. as questões de um estudo;
> 2. as proposições, se houver;
> 3. a(s) unidade(s) de análise;
> 4. a lógica que une os dados as proposições; e
> 5.os critérios para se interpretar as descobertas.(YIN, 2015, p.42)

Esse primeiro componente - *as* questões de um estudo - enfatiza que, para se definir o método a ser usado é preciso analisar as questões que são colocadas pela investigação. Perguntas do tipo como? e por quê? são chaves importantes para se estabelecer a estratégia de pesquisa mais relevante a ser utilizada, que claramente é encontrada na pergunta de partida.

Ludke e André (1986, p. 8) definem que “esse quadro teórico inicial de perguntas investigativas como esqueleto, a partir da qual novos aspectos poderão ser detectados, novos elementos ou dimensões poderão ser acrescentados na medida em que o estudo avance”. Esse componente se baseia no pressuposto de que o conhecimento não é algo acabado, pode estar em constante renovação. “Assim sendo, o pesquisador estará sempre buscando novas respostas e novas indagações no desenvolvimento do seu trabalho”. (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 8)

O segundo componente diz respeito às proposições que serão examinadas dentro do escopo do trabalho. Sua definição é um elemento de auxílio na decisão de onde procurar evidências relevantes. O investigador pode estabelecer o propósito para o estudo ou mesmo definir os critérios pelos quais o sucesso da investigação será analisado. “A proposição pode refletir um importante aspecto teórico” (YIN, 2015.p.32), isto é, definir e confirmar a extensão dos benefícios específicos de cada critério ser pesquisado. Os critérios da pesquisa investigada estão relacionados na observação dos resultados onde o saber matemático dentro das questões multiculturais são apresentadas.

No terceiro componente *a* unidade de análise está relacionada com o problema fundamental de se definir o que é um caso. Para Yin (2015) essa definição da unidade de análise está ligada a maneira pela qual as proposições foram definidas e são necessárias para ajudar na identificação das informações relevantes sobre os sujeitos da pesquisa.

Sem estas proposições, "um investigador pode sentir-se tentado a coletar tudo o que é impossível de ser feito”. (YIN, 2015, p.43). Assim, quanto mais proposições específicas a pesquisa tiver, mas ele permanecerá dentro de limites exequíveis. É entender que a unidade de analise está relacionada ao grupo escolhido para realização das tarefas e dentro desse grupo os conteúdos matemáticos referentes àquele ano de escolaridade.

O quarto e o quinto componentes representam as etapas da análise de dados na pesquisa do estudo de caso, relacionando-se as informações obtidas com as proposições estabelecidas no início da sua elaboração. A análise das evidências de um estudo de caso podem apresentar várias estratégias;

> A primeira e mais preferida estratégia é seguir as *proposições teóricas* que levaram ao estudo de caso. Os objetivos e o projeto originais do estudo baseiam-se, presumivelmente, em proposições como essas, que, por sua vez, refletem o conjunto de questões da pesquisa, as revisões feitas na literatura sobre o assunto e as novas interpretações que possam surgir. (YIN, 2015, p.131-132),

As proposições teóricas dariam forma ao plano da coleta de dados e, por conseguinte, estabeleceriam a prioridade às estratégias analíticas relevantes, por meio de organização de toda analise, apontando as condições, bem como as explicações a serem examinadas. Essa proposição é um exemplo da orientação teórica que serve como guia da análise do estudo de caso.

> Evidentemente, a proposição ajuda a pôr em foco certos dados e ignorar outros. Proposições teóricas sobre relações causais - respostas a questões do tipo ‘como’ e ‘por que’ - podem ser muito úteis para orientar a análise do estudo de caso dessa maneira (YIN, 2015, p.133).

Reforçando esta linha, e em relação aos critérios para interpretação dos dados, análises e inferências em Estudos de Caso, Campomar (1991, p. 95), reforça que “elas são feitas por analogia de situações e buscam responder às questões por que e como inicialmente formuladas”.

Uma outra estratégia seria tratando seus dados a partir do zero. Nessa estratégia o autor afirma que seria não somente um acompanhamento das proposições teóricas, mas também uma forma de se deixar levar livremente pelos seus dados. “Seja como resultados da sua ‘brincadeira com os dados’ ou percebendo um padrão pela primeira vez, agora você pode descobrir que alguma parte dos seus dados sugere um ou dois conceitos úteis.” (YIN, 2015, p.141).

Este autor considera essa estratégia como “indutiva relevante, pois os dados podem cobrir o comportamento e os eventos que seu estudo de caso está tentando explicar - tipicamente os ‘resultados’ em um estudo de caso avaliativo,” (YIN, 2015, p.142) e culmina por definir que esta pode gerar benefícios, dentre eles uma “espécie de i*nsight* que pode ser o início de caminho analítico levando-o mais adiante e possivelmente sugerindo relações adicionais”, (YIN, 2015, p.142) complementa.

Assim, tanto o quarto e o quinto componente onde a vinculação e os critérios de interpretação dos dados incorporados nas evidências relevantes dão confiabilidade no resultado na pesquisa à medida que “a análise dos dados consistirem no exame, na categorização na tabulação nas evidências recombinadas para produzir descobertas baseadas em empirismo.” (YIN, 2015, p.146)

A partir dos cinco componentes supracitados, o investigador é levado efetivamente a começar a “construir uma teoria preliminar relacionado ao seu tópico de estudo.” (YIN, 2015, p.146) Não se deve pensar a respeito dessa teoria com muitas formalidades, mas uma espécie de esquema a ser seguido.

> [...] fornecerá uma direção surpreendentemente forte ao determinar quais dados devem ser coletados e as estratégias de análise desses dados. Por essa razão, é essencial que se desenvolva uma teoria antes que se faça a coleta de dados para qualquer estudo de caso. (YIN, 2015 p.147)

Esse papel do desenvolvimento dessa teoria inicial, não só ajudará a cobrir de forma incremental as questões, as proposições, as unidades de análise a ligação dos dados as proposições e os critérios para a análise, como também tornarão “veículo principal para a generalização dos resultados do estudo de caso.” (YIN, 2015, p.147)

O quadro 5 resume os componentes descritos anteriormente, referente ao trabalho investigado.

Quadro 6- Resumo dos cinco componentes da Pesquisa.

1.Questões de Estudo	Pergunta de partida torna-se "chave importante pra estabelecer a estrategia de pesquisa	Como podemos relacionar a simetria presente em alguns símbolos Adinkra a conceitos matemáticos valorizando os saberes multiculturais?
2.Proposições de Estudo	"destina atenção a alguma coisa que deveria ser examinada dentro do escopo do estudo"	a relaçao direta da simetria matematica como "ponte" entre dois saberes: matemático e cultutal
3.Analise de Estudo	definição do caso e delimitação do caso	Observação do desenvolvimento dos alunos durante as oficinas da turma do Ensino Medio em análise
4.A lógica que une os dados as proposiçoes	vincular os dados recolhidos com a proposição inicial da pesquisa	o Material resultante das oficinas para analise
5.Os critérios para se interpretar a descoberta.	"um conjuto de questões de pequisa ,novas hipoteses , novas proposiçoes " é se "deixar levar livremente pelos dados percebendo um certo padrão nos resultados "p.141.	esse *insght* surge como um caminho relevante para elaboração do produto educaional

Fonte: Elaborado pelo autor

Em linhas gerais, elas apontam o caminho de ida e volta para a realização da pesquisa. Ao longo desse caminho, destaca a importância da utilização de várias fontes da criação de um banco de coletas de dados e do estudo das evidências, para um relatório final.

No estudo de caso é possível obter evidências a partir de “seis fontes de dados: documentos, registros de arquivos, entrevistas, observação direta, observação participante e artefatos físicos e cada uma delas requer habilidades específicas e são altamente complementares.” (YIN, 2015 p.109) Não serão especificadas todas as fontes de evidências, por não haver necessidade de realizar todas; “qualquer uma das evidências pode e tem sido a base única para estudos inteiros”. (YIN, 2015 p.109)

Na pesquisa em questão, foram abordadas algumas fontes de evidência, as quais contribuíram para coleta de dados, a saber: observação direta, observação participante e artefatos físicos. “[...] o ponto forte da coleta dos dados do estudo de caso é a oportunidade usar diferentes fontes de evidência. (YIN, 2015, p 148)

Observação direta

Formalmente, os instrumentos observacionais podem ser desenvolvidos como protocolo[9] do estudo de caso, onde o pesquisador tende a investigar a ocorrência de determinados tipos de comportamentos durante algum período de tempo, em um local determinado, onde ”incluem observações de reuniões, atividades de passeio, trabalho de fábrica, salas de aula e outras atividades semelhantes” (YIN, 2015, p.115).

Não é bastante observar a infraestrutura da sala de aula, o posicionamento das cadeiras e mesas, fatores externos de interferência, como chuva, calor, barulho, dentre outros. É também importante observar o comportamento individual e coletivo dos alunos durante a realização das atividades propostas nas oficinas. Todos os fatores sob o qual a atividade esteja envolta no momento da prática, é parte do processo de análise. “[...] como o estudo de caso ocorre dentro do contexto do mundo real então as observações diretas surgem como uma evidência relevante.” (YIN, 2015, p.148)

Observação participante

Esta é outra fonte de evidência “uma modalidade especial onde você não é simplesmente um observador passivo. Em vez disso o investigador passa a assumir vários papeis na situação do trabalho e participa realmente das ações.” (YIN, 2015, p.119) A técnica tem sido usada frequentemente nos estudos antropológicos dos diferentes grupos culturais ou sociais. A observação participante “pode ser usada em uma variedade de contextos do dia a dia, como em grandes organizações, ou pequenos grupos.” (YIN, 2015, p.119) Esta pesquisa teve como base uma sala de aula.

A técnica proporciona algumas oportunidades e desafios importantes para a coleta de dados, entre eles a de que a oportunidade está relacionada com a

[9] Protocolo: guia de procedimento para coleta de dados incluindo um conjunto de questões de estudo a serem abordados pelo pesquisador no estudo de caso. (YIN, 2015.p.246)

“capacidade de obter acesso ao evento, que de outro modo seriam inacessíveis ao estudo.” (YIN, 2015, p.120)

Outra oportunidade seria “a capacidade de captar a realidade do ponto de vista de alguém interno a um estudo de caso, não de alguém externo a ele.” (p.120) Essa perspectiva é valiosa na produção de um fenômeno do estudo e pode produzir uma variedade maior de situações com objetivo de coletar dados.

Ser imparcial é um grande desafio em processos onde há a inserção do agente promotor no trabalho, como no caso em tela. Não é desprezível a possibilidade, ainda que involuntária, deste conduzir o processo para confirmar os resultados imaginados para a pesquisa, ainda mais que limitado pelo fator tempo, quase sempre insuficiente, para analisar diferentes perspectivas envolvidas no assunto.

Entretanto, para uma boa realização do trabalho precisam ser consideradas as oportunidades e desafios. Esse fato foi constatado, no processo de investigação das oficinas da turma em analise, onde o professor pesquisador colaborou diretamente na realização das atividades.

Outro fator a ser considerado se relaciona com a perda de concentração dos alunos. É um desafio manter a atenção do grupo. Se este estiver disperso, pode ocorrer de “encontrar dificuldade para estar no lugar certo, no tempo certo tanto para participar quanto para observar os eventos importantes” (YIN, 2015, p.121). Este desafio foi superado, pois não houve fatores significativos que os desconcentrasse durante as atividades. O professor pesquisador conduziu o processo de forma a interferir minimamente.

<u>Artefatos físicos e culturais</u>

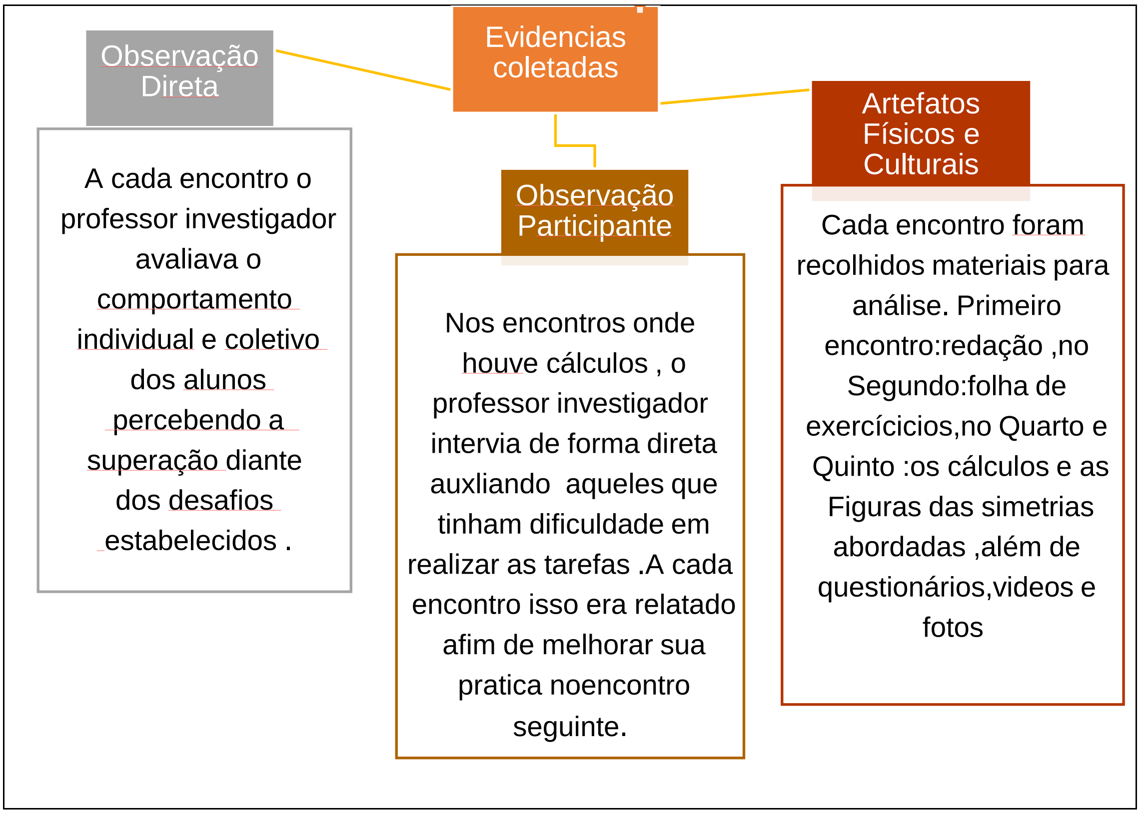
Uma fonte derradeira de evidências “[...] é um artefato físico ou cultural – um aparelho de alta tecnologia, uma ferramenta ou um instrumento, uma obra de arte ou alguma outra evidência física”. (YIN, 2015, p.128).

Considerada como fonte de evidência final, porém não menos importante, diz que “os artefatos físicos têm uma importância potencialmente menor na maioria dos exemplos típicos dos estudos de caso. No entanto, quando relevantes os artefatos podem ser um componente importante no caso geral.”(YIN, 2015, p.132) Assim o procedimento para coleta de cada evidência deve ser desenvolvido de forma organizada e planejada.

Se ajustando nesse cenário, o professor pesquisador utilizou como evidências em seu trabalho: aplicação de questionários aos alunos, relatórios, fotos e gravações de vídeos durante a realização das oficinas, julgando-as como relevantes para coleta de dados. “Um pesquisador de estudo de caso dever ter uma versatilidade metodológica para seguir procedimentos formais e assegurar o controle de qualidade durante o processo de coleta de dados” (YIN, 2015, p.134).

Com as evidências coletadas nas oficinas de aplicação, foi gerado o demonstrativo gráfico a seguir (Figura 25), que identifica a estrutura de avaliação, composta por observação direta, observação participante e artefatos físicos e culturais.

Quadro 7- Evidências coletadas



Fonte: Elaborado pelo autor

Todas as fontes de evidências foram revisadas e analisadas em conjunto, de forma que as descobertas do estudo de caso basearam-se na convergência de informações oriundas de fontes diferentes.

Faz-se necessário o detalhamento da pesquisa, onde os componentes descritos foram cuidadosamente seguidos, a fim de construir evidências relevantes para coleta e análise de dados e esse mesmo será realizado na seção seguinte.

5.2. GRUPO DE PESQUISA E CRONOGRAMA DO EXPERIMENTO

O experimento no qual está embasada essa pesquisa ocorreu num ambiente de sala de aula. O grupo foi composta por 31 alunos de uma turma do segundo ano do Ensino Médio da Educação Básica, da Escola Hervalina Diniz Pires, localizado no bairro de Santo Antônio, Xerém, no segundo distrito do município de Duque de Caxias.

O incentivo da equipe pedagógica da escola foi relevante, por entenderem que o método seria um diferencial no processo de avaliação dos conhecimentos dos alunos, pelo componente cultural relacionado ao ensino de matemática.

A turma é composta por jovens, cuja faixa etária predominante localiza-se entre dezesseis e dezessete anos. Nesta amostra ficaram evidenciadas diferenças no contexto dos grupos familiares, configurados por experiências de vidas distintas e práticas culturais diversas. Essa interrelação entre as experiências vividas e os conceitos multiculturais inseridos no ensino da matemática, são o eixo deste trabalho.

O cronograma da pesquisa foi projetado para aplicação, em cinco semanas. As atividades das oficinas foram definidas para ocorrerem nos dias 03, 10, 17, 24 e 31 de agosto de 2017. A execução das oficinas seguiu o roteiro do cronograma (quadro 6) para os cinco encontros pré-definidos, no qual cada encontro, com dois tempos de aula, compreende cerca de uma hora e quarenta minutos por encontro semanal.

Quadro 8 – Cronograma

Encontro	Competências
1°	Apresentação dos símbolos e seus significados: Contexto Histórico
2°	Relembrar conceitos básicos de matrizes e suas operações por meio de exercícios
3°	Conceituar os diferentes tipos de simetria e suas aplicações no cotidiano.
4°	Reconstruir os símbolos africanos que possuam simetrias de reflexão e translação utilizando operações com matrizes.
5°	Reconstruir os símbolos africanos que possuam simetria de rotação utilizando operações com matrizes.

Fonte: Autor

5.3 DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DA EXPERIÊNCIA

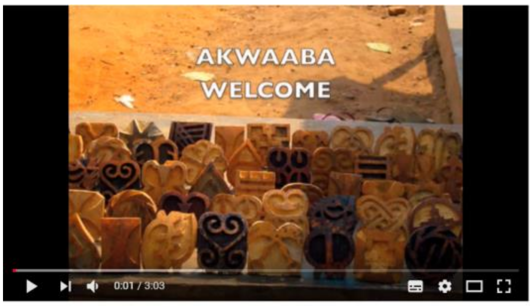
A descrição a seguir é o relato dos cinco encontros, ocorridos no Colégio Estadual Hervalina Diniz Pires.

Primeiro Encontro - Dia 03 de agosto de 2017

Apresentação da proposta de pesquisa aos alunos, buscando despertar neles um olhar de curiosidade. Inicialmente foram apresentados vários vídeos curtos, com imagens das construções dos símbolos Adinkra. Eles também apresentavam o modo de vida de algumas aldeias e suas sustentações econômicas, por meio do comércio de estampas desses símbolos em tecidos, vendidos em praça pública para turistas, movimentando a economia da região.

Como se trata de um tema pouco explorado, não há elementos documentais explicando o surgimento dessa simbologia. Há apenas vídeos “amadores”, sem legenda ou dublados, mas que atenderam o objetivo, de que os alunos fossem, ainda que de forma superficial, inseridos no contexto e vissem como se desenvolve o processo de construção dos carimbos, que são aplicados aos tecidos. (Figura 12).

Figura 12-Vídeo da construção dos símbolos Adinkra



ADINKRA SYMBOLS GHANA: Part 3. TEXTILE PRINTING.

Disponível em < https://www.youtube.com/watch?v=MawceWucCFc&t=1s>
Acesso em 18 set 2018

Não fazia parte, nesse momento, trabalhar conceitos matemáticos o que causou os seguintes questionamentos de três diferentes alunos, conforme registro literal das falas: “Por que o professor de matemática está falando sobre história e principalmente da África? O que isso tem a ver com matemática? Cadê as contas disso?”

O professor investigador pediu que terminassem de assistir o vídeo, que ele responderia essas perguntas. Logo após a apresentação do vídeo o mesmo explicou, sem individualizar as respostas e atendendo a todas as questões colocadas: “sim, nós veremos as contas mais adiante. Iremos ver os símbolos Adinkra relacionados a matemática. Antes, é importante saber de onde vêm os símbolos, sua origem, seu significado e mostrar a vocês que podemos estudar conceitos matemáticos neles”.

A fala do professor investigador reforça a visão dos que apontam que, tratar de temas transversais é um desafio, tanto para o aluno, quanto para o professor de matemática, pois geralmente esses temas são tratados nas áreas de humanas, “na maioria das vezes, são trabalhados apenas em disciplinas específicas ou em algumas datas determinadas,” (CILIATO; SARTORI, 2015, p.69). Isso fica evidente, quando se atenta a fala dos alunos supracitados.

Para Yus (1998) os temas transversais são importantes e devem ser trabalhados com mais frequência, para se ter um novo conceito de escola, permitindo uma educação voltada para a realidade dos alunos, tornando o aprendizado mais significativo.

Uma forma de utilizar temas transversais, como a Pluralidade Cultural, é transformar as atividades curriculares matemáticas em atividades pedagógicas multiculturais. Para isso, deve:

> basear-se em propostas que valorizem o contexto sociocultural do educando, partindo de sua realidade, de indagações sobre ela, para a partir daí definir o conteúdo a ser trabalhado, bem como o procedimento que deverá considerar a matemática como uma das formas de leitura de mundo. (MONTEIRO, POMPEU,2001, p.38).

Após os vídeos e a aula expositiva, foram formados grupos de quatro alunos, sem critério de escolha e apresentados vários símbolos Adinkra (Quadro 4). Primeiro os símbolos foram espalhados na mesa (Figura 13), cada aluno escolhia a imagem apenas com nome do símbolo, sem o significado, com o objetivo de observar as escolhas baseadas na atratividade visual.

Figura 13 - Símbolos Adinkra espalhados na mesa.

Fonte: extraído de Nascimento e Gá ,2009 p, 53- p.75. Adaptado pelo autor

Foi pedido para que devolvessem os símbolos, e em seguida os mesmos foram redistribuídos, porém desta vez com significados no verso da folha (Figura 14). Para que escolhessem, era necessário que os significados fossem lidos antes.

Figura 14-Conhecendo os Símbolos Adinkra

Fonte: Autor

Era permitido trocar o símbolo escolhido, ou permanecer com o mesmo, o que gerou as seguintes manifestações de dois alunos; “gostei do que eu já havia escolhido. Agora que sei o que representa gostei mais ainda e não quero trocar*.* A escolha desse aluno foi o símbolo Ava, que significa coragem.”

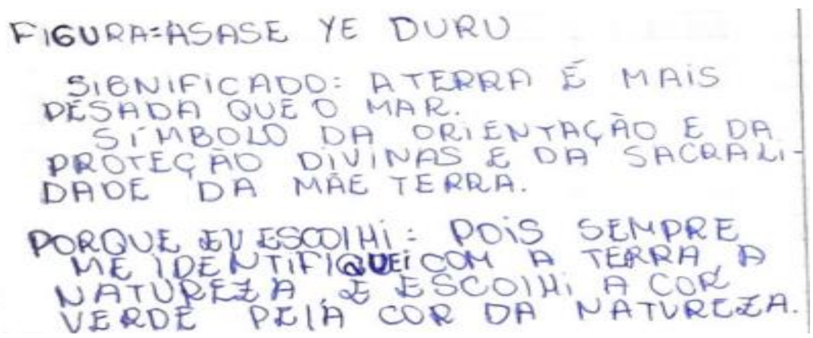
O segundo aluno se manifestou assim; “Não gostei do que o meu significa, mas gostei da imagem dele. Não vou trocar por que o achei bonito. Este aluno escolheu o símbolo akofena, que representa a guerra.”

O momento da escolha dos símbolos, apenas com imagem e sem seu significado, teve por objetivo mostrar aos alunos o quanto ficamos encantados com a beleza de uma imagem, embora na filosofia, definir o belo seja abstrato. “A dificuldade de se obter uma concepção universal acerca da beleza ou do belo não é um problema apenas nos dias atuais. Já na Grécia Antiga Sócrates (469-399 a.C) havia indicado que toda beleza é difícil.” (BERESFORD, et al, 2012, p.38). Acerca do tema beleza, Aristóteles definia o belo como uma ideia de natureza clara e objetiva. “para ele os principais critérios ou formas de se conhecer a beleza giram em torno das questões com a ordem e a simetria”. (p. 38). Já Platão defendia um ponto de vista subjetivo; “para ele a beleza é determinada pela experiência de prazer suscitada pelas coisas belas.” (p.39) Assim, o belo pode ser entendido como uma forma proporcional e harmoniosa. Para Bellincanta (2008, p.15) a “simetria é uma propriedade puramente visual, ela se revela de forma intuitiva e passível de especulações intelectuais.”

Todos os alunos escolheram símbolos que possuíam simetria, apesar de terem símbolos assimétricos entre eles. É possível inferir que o aluno, intuitivamente, escolhe o mais belo pela simetria, confirmando o que diz Aristóteles, que as figuras simétricas são mais belas e harmônicas, conforme supracitado.

Em relação ao significado, procuraram harmonizar a imagem, com o que ela representava. Todas as escolhas recaíram em símbolos relacionados a natureza, como sol, lua, plantas, estrelas entre outros. A crença é que isso tenha ocorrido pelo fato de expressar equilíbrio e proporção, padrão e regularidade, harmonia e beleza, ordem e perfeição, situações presentes nas formas vivas e inanimadas, conforme se expressou um dos alunos. (Figura 15)

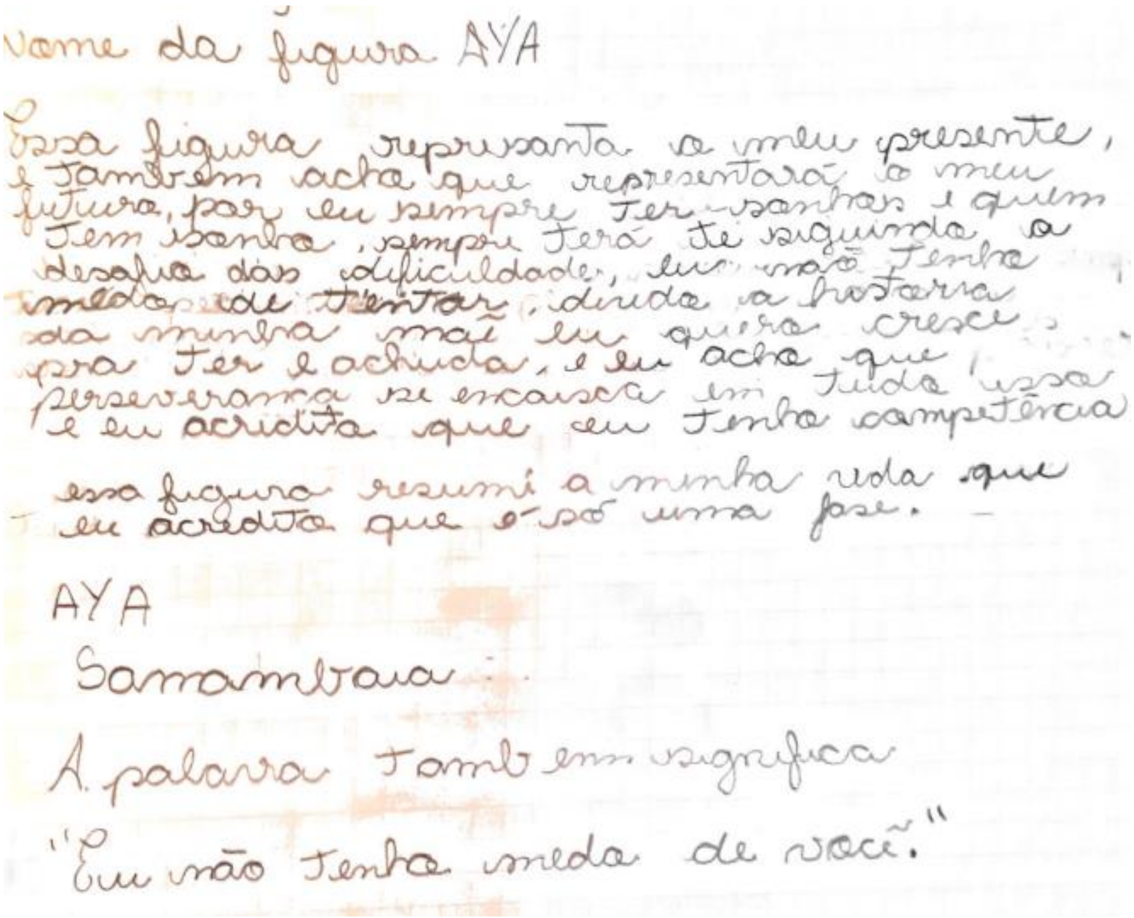
Figura 15- Texto de um dos alunos participantes.


FIGURA=ASASE YE DURU
SIBNIFICADO: ATERRA É MAIS PESADA QUE O MAR.
SÍMBOLO DA ORIENTAÇÃO E DA PROTEÇÃO DIVINAS E DA SACRALIDADE DA MÃE TERRA.
PORQUE EU ESCOIHI: POIS SEMPRE ME IDENTIFIQUEI COM A TERRA A NATUREZA E ESCOIHI A COR VERDE PEIA COR DA NATUREZA.

Fonte: Autor, baseado em depoimento expresso

Uma vez escolhido o símbolo, o professor investigador pede para que escrevam uma pequena redação, relacionando o significado do símbolo com a realidade do seu cotidiano. Na Figura 16 temos redação de outro aluno:

Figura: 16 - Redação de aluno



Nome da figura AYA

Essa figura representa o meu presente,
e também acho que representará o meu
futuro, por eu sempre ter sonhos e quem
tem sonho, sempre terá te seguindo o
desafio das dificuldades, eu não tenho
medo de tentar, ainda a história
da minha mãe eu quero cresce
pra ter e ajuda, e eu acho que
perseverança se encaixa em tudo isso
e eu acredito que eu tenho competência

essa figura resume a minha vida que
eu acredito que é só uma fase.

AYA

Samambaia.

A palavra também significa
"Eu não tenho medo de você."

Fonte: Autor - redação retratando a redação de um dos alunos participantes

Quando o aluno se expressa, considerando que; "essa figura resume a minha vida", e outras manifestações no mesmo sentido, tal comunicação remete a importância de se conhecer melhor o seu meio, seus anseios e seu ambiente. Chama a uma reflexão mais ampla, no que tange as carências de espaços, onde possam se manifestar sobre sentimentos e sonhos.

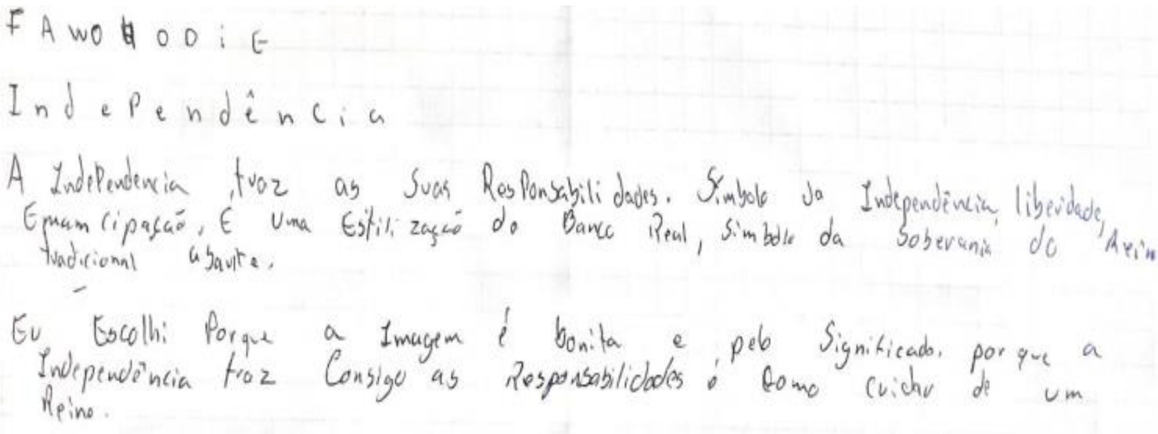
A proposta de analisar trabalhos como esses, vai ao encontro da proposta de Oliveira, Rosa e Viana (2003), em que apontam a importância de uma relação mais próxima com o aluno, para tentar compreender os aspectos cultural, linguístico e o familiar que o permeia. "Nessa perspectiva, a ação de conhecer parte da cultura dos alunos tem implicações diretas para o ensino e para a aprendizagem em matemática," (OLIVEIRA; ROSA; VIANA, 2003, p.104) entende-se assim, que um dos vieses para se estreitar o distanciamento entre o professor e o aluno é o diálogo.

Para Freire (1996), a expansão do diálogo pode gerar avanços e assim conquistar espaços de transformações na vida dos alunos. Poderão ser despertados para a curiosidade, fator que poderá mobilizá-los, para tentarem transformar também o ambiente de convívio.

> [...] o diálogo é uma exigência existencial, é o encontro em que se solidarizam o refletir e o agir de seus sujeitos endereçados ao mundo a ser transformado e humanizado. (FREIRE, 1996, p. 79).

Essa possibilidade pode ser notada na redação do aluno; Figura 17.

Figura 17 - Redação de aluno


FAWOHODIE

Independência

A Independencia traz as Suas Responsabilidades. Simbolo da Independência, liberdade, Emancipação, E uma Estilização do Banco Real, Simbolo da Soberania do Akin tradicional Ashante.

Eu Escolhi Porque a Imagem é bonita e pelo Significado, por que a Independência traz Consigo as Responsabilidades é como cuidar de um Reino.

Fonte: Autor - redação do aluno

Este aluno escreve: "escolhi porque a imagem é bonita e pelo significado, porque a independência traz consigo as responsabilidades. É como cuidar de um reino."

Daí o professor investigador indagou sobre o queria seria o reino. O aluno então respondeu; "professora, o reino é minha família e meus amigos, minha escola, tudo que me rodeia."

Analisando essa resposta, percebe-se o quanto está alinhada com o pensamento, que aponta para um dos objetivos da inclusão desse tema aos PCN; "é o de formar um cidadão que tenha uma visão acerca de conceitos e valores fundamentais para uma boa (con) vivência em sociedade, de maneira ética e democrática." (CILIATO; SARTORI, 2015, p.68)

Quando o professor atua nessa perspectiva cultural, ele não é mais visto como um transmissor de conhecimentos, somente, mas como um mediador, alguém capaz de articular as experiências vividas por seus alunos, com o mundo, levando-os a refletir sobre seu entorno, assumindo um papel mais humanizador em sua prática docente.

Conforme Rosa e Orey (2005), a ação de conhecer parte da cultura dos alunos, pode ter implicações diretas para o ensino-aprendizagem em matemática. Neste primeiro encontro estavam presentes trinta e um alunos, representando a totalidade dessa turma.

Segundo Encontro - Dia 03 de agosto de 2017

Este dia foi reservado para relembrar alguns conceitos de matemática, que são importantes para realização das oficinas: operações com matrizes principalmente soma e multiplicação, seno e cosseno no círculo trigonométrico. Por ser tratar de uma turma do segundo ano do ensino médio esses conceitos importantes já haviam sido estudados anteriormente. Então foi entregue a cada grupo de quatro alunos, os mesmos definidos no primeiro, encontro, uma folha com exercícios básicos, onde eles interagiram, compartilhando as resoluções das atividades.

Foi observado pelo professor investigador, poucas dificuldades entre eles. Houve colaboração entre os grupos, à medida que as dúvidas iam surgindo. Nesse encontro, por ser tratar de relembrar alguns conteúdos de matrizes, a opção foi por não aprofundar as análises desse encontro, pela crença de que não seriam relevantes para discussões da pesquisa.

Terceiro Encontro - Dia 17 de agosto de 2017

No início deste encontro foi exibido um vídeo intitulado arte e matemática (Figura 18), que mostra as simetrias, não só presentes na natureza, mas também em algumas formas geométricas, como um quadrado, triângulo hexágonos, etc. O vídeo motivou os alunos, que se mostraram bastantes interessados pelo seu conteúdo.

Figura 18- Vídeo apresentado no terceiro encontro

Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=BxIxzV1FiZI&t=28s/>
Acesso 18 set 2018

Após a apresentação, o professor pesquisador fez uma exposição oral sobre o eixo simétrico e a diferença entre as simetrias de translação, rotação e reflexão, nos quais se assentam as bases deste trabalho. Com o recurso de um *data show,* foram expostas algumas imagens (Figura 19), para que fosse identificada a simetria e qual era o eixo simétrico de cada uma delas.

Figura 19 - Algumas das imagens utilizadas no terceiro encontro

Disponível em:<http://www.im.ufrj.br/dmm/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capítulos/cap21s3.html.>
Acesso 18 set 2018

Ao observar as imagens, um dos alunos se manifestou assim; “Professora! Estou vendo que nessa imagem tem mais de um tipo de simetria: tem rotação e reflexão ao mesmo tempo,” referindo-se a uma das obras de Escher.

Analisando este ponto da fala; - tipos de simetria ao mesmo tempo, - observa-se que este percebe as diferentes simétricas, já que uma das marcas desse artista era explorar e entrelaçar os diferentes tipos de simetria em suas obras. As propostas, em suas gravuras, era que transmitissem a quem as visse, a sensação de infinito, de continuidade, como citado a seguir, "as obras de Escher traziam conceitos matemáticos que podem ser trabalhados em sala de aula pelo professor, de modo que fazer essa relação da Arte com a Matemática possa contribuir para uma aula menos cansativa e mais dinâmica". (PINATTI, LORIN, 2014, p.7).

Outra abordagem sobre as obras desse artista, destaca o seu minucioso planejamento matemático na criação das gravuras;

> Cada gravura é minuciosamente planejada, matematicamente estudada e refeita até atingir o efeito desejado; nada é fruto do acaso. Ele tenta nos confundir trazendo a fantasia como elemento desestabilizador da forma de nós olharmos o mundo já que temos uma maneira que os nossos olhos enxergam o mundo habitual e culturalmente. (BERRO, 2008. p.47)

O que se observa é que este aluno conseguiu enxergar nas gravuras de Escher, não apenas sua beleza estética, ou o conceito da arte pela arte. Seu olhar teve um viés crítico, vislumbrando a matemática por trás da construção das gravuras.

Na sequência deste encontro, o professor investigador pediu que eles indicassem, verbalmente, outros objetos ao seu redor que contivessem elementos de simetria e que identificassem o tipo. Um dos alunos fez o seguinte comentário: "ela está em toda parte, por que é importante para as coisas ficarem mais bonitas; na minha casa, no meu quarto, na rua, na escola, nessa mesa, no quadro, na cadeira que estou sentado, quase tudo tem simetria, professora."

Mesmo não identificando os tipos de simetrias, quando a fala o remete a elementos do cotidiano, com menções do tipo: - na minha casa, no meu quarto, na rua, na escola, nessa mesa, no quadro, na cadeira que estou sentado - há a associação da simetria com os objetos que estão ao seu redor, o que demonstra a capacidade de relacionar as possibilidades de aplicação da matemática nos ambientes, de modo geral.

Fica evidenciada na ampla percepção demonstrada, a abordagem da etnomatemática como perspectiva do desenvolvimento de uma aprendizagem, comprometida com o resgate, analise, valorização do saber e do fazer matemático, produzido em diferentes contextos, aproximando-se da realidade do aluno.

> A etnomatemática propõe uma pedagogia viva, dinâmica, de fazer o novo em resposta a necessidades ambientais, sociais, culturais, dando espaço para a imaginação e para a criatividade. É por isso que na pedagogia da etnomatemática, utiliza-se muito a observação, a literatura, a leitura de periódicos e diários, os jogos, o cinema, etc. Tudo isso, que faz parte do cotidiano, tem importantes componentes matemáticos. (D' AMBRÓSIO, 2008, p.3).

Despertar o senso investigativo, cria a possibilidade de análise das diversas situações, dentro das suas realidades, forma de tornar a matemática mais atraente e motivadora da capacidade criativa. Cabe aos educadores, se debruçarem sobre essas possibilidades, conforme propõe a reflexão; "Porque não estabelecer uma necessária 'intimidade' entre os saberes curriculares fundamental aos alunos e a experiência social que eles têm como indivíduos?". (FREIRE, 1996, p.17).

Este terceiro encontro contou com a presença dos trinta e um alunos que compõe a turma, com participação ativa destes nos exercícios.

Quarto Encontro - Dia 24 de agosto de 2017

O ambiente de campo desse encontro precisou ser alterado, pois a sala de aula regular apresentava forte cheiro de tinta. Em função desse contratempo, as atividades foram deslocadas para a biblioteca da escola. Mesmo o local tendo menos espaço, não gerou qualquer desconforto ou limitações para a realização das práticas programadas para a data.

Este foi um momento muito aguardado, o de relacionar os saberes. Por um lado, os conceitos matemáticos e por outro, a simetria aplicada a uma simbologia africana, a tentativa de criar uma espécie de ponte para a essa união. O objetivo central desse encontro era apresentar uma aplicação do estudo de matriz a partir do movimento de translação no primeiro quadrante do plano cartesiano.

A opção foi por dividir o encontro em duas partes. Na primeira, o propósito era inserir a imagem na malha quadriculada. Na segunda, movimentar a imagem por meio de cálculos.

Dando início a primeira parte, o professor investigador espalhou os símbolos em uma mesa e pediu que toda a turma chegasse num consenso e escolhessem um único símbolo, quebrando a lógica até então aplicada, onde cada aluno escolhia um símbolo. A única orientação é que a escolha recaísse em um símbolo que apresentasse traços retos simples, por implicar em menos cálculos.

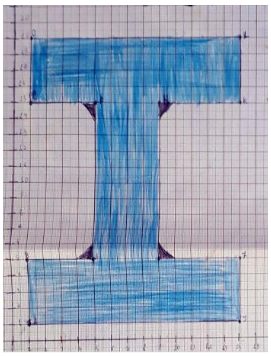
O objetivo era minimizar a quantidade de cálculos, visando facilitar o entendimento da transformação linear presente no processo. De forma democrática, concordaram na escolha da imagem DONO. (Figura 20)

Figura 20 - Figura Dono

Fonte: Nascimento; Gá, 2009, p. 61.

Em seguida, o professor investigador distribuiu uma folha de malha quadriculada para cada aluno e pediu que representassem o plano cartesiano, de forma que ocupasse todo papel. Após, orientou que inserissem a imagem na malha quadriculada, ou seja, desenhá-la no papel por meio de coordenadas dadas pelo professor. Bastava utilizar os segmentos de reta, para ligar essas coordenadas, formando assim a imagem. Na Figura 21, a título de demonstração, o desenho construído por um dos alunos.

Figura 21- Símbolo desenhado por um aluno



Fonte: Dados da construção referente a uma prática do experimento.

Iniciada a segunda parte, uma breve revisão do conceito de operações com matrizes, já abordado no segundo encontro, recuperou a memória e facilitou o desenvolvimento da atividade. O professor investigador foi ao quadro e de forma expositiva falou sobre as simetrias e as transformações lineares no plano, convocando a turma a transladar a imagem que havia sido desenhada, quinze unidades para direita, fazendo os cálculos, aplicando a soma de matrizes, onde cada coordenada das extremidades da imagem desenhada, será somada a uma matriz de transformação T $\binom{15}{0}$, passando a ter uma nova coordenada, que gerará o novo vértice da imagem.

Ao analisar o pedido do professor investigador, um dos alunos observou seu desenho associado a explicação e falou: “Professora. tem um caminho mais fácil de andar com essa imagem. É só eu marcar, contar as 15 unidades e desenhar novamente. Nem precisa fazer conta.”

Esta fala: - nem precisa fazer conta – pode caracterizar um grau de dificuldade do aluno em compreender a forma algébrica por traz de uma simetria, que muitas vezes pode ser interpretada como “uma propriedade puramente visual, no qual se revela de forma intuitiva e passível de especulações intelectuais.” (BELLINCANTA, 2008 p.13)

Outros autores também identificaram essa instintividade como forma de se afastar da complexidade algébrica. “Embora seja fácil reconhecer e compreender simetrias intuitivamente, é um pouco mais difícil defini-la em termos matemáticos mais precisos.” (ANDRADE, et al. 2007, p.5)

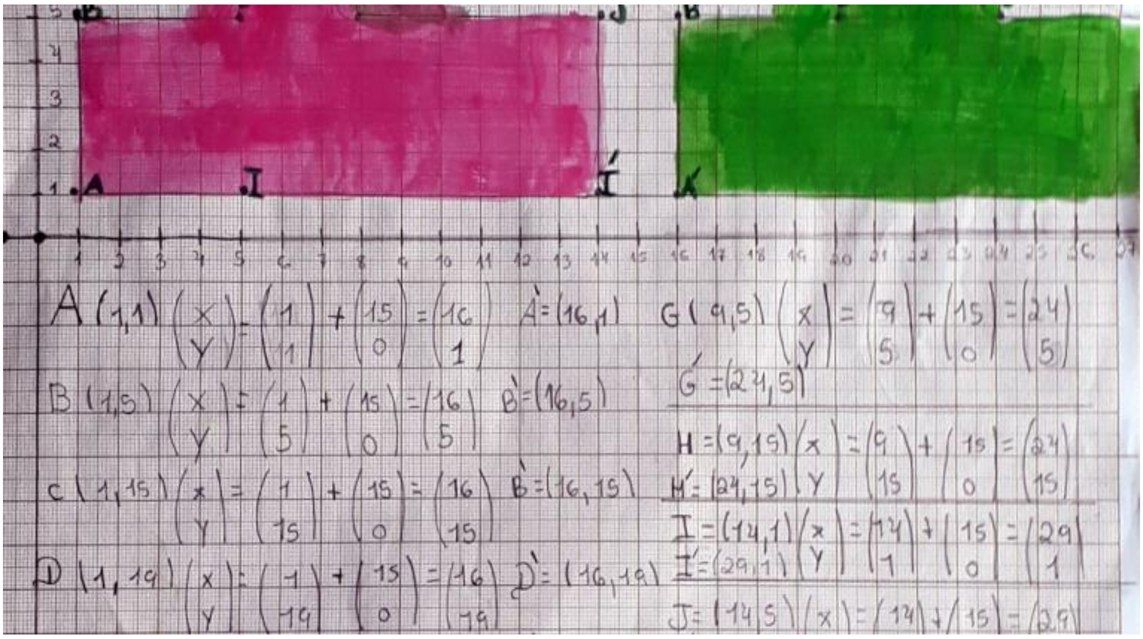
Respondendo a colocação do aluno, pela desnecessidade em fazer conta e sem excluir seu ponto de vista, o professor investigador explica: Sim, boa colocação! Esse pode ser um caminho nessa situação onde o desenho é simples, logo não teria problema, mas o objetivo de aplicar a soma de matrizes é porque em figuras mais complexas, o simples redesenhar não seria possível, e o nosso objetivo hoje é utilizar soma de matrizes para realizar o movimento de translação.

Importante deixar claro que todos os questionamentos são partes pertinentes da análise, sempre com cuidado para não desmotivar o aluno e sim despertar nele um raciocino investigativo. Segundo Sanches (2002) e D’Ambrósio (1999), para obter uma aprendizagem mais significativa de matemática, é necessário saber manipular a natureza dos conteúdos matemáticos, direcionando-os para um determinado fim.

Quando se leva o aluno a compreender que existem outros caminhos para resolução de um problema dado, é possível despertar nele outro olhar para aquele conteúdo matemático. “A investigação proporciona ao aluno um envolvimento com o conhecimento matemático em questão, muito além do contato superficial com a teoria” (LOPES; ALVES; FERREIRA, 2015, p.80)

Após o comentário, os alunos seguiram as com orientações dadas pelo professor investigador, transformando cada coordenada de cada vértice da imagem em matriz e após realizando as operações de adição com a matriz de transformação, conforme figura 22, exemplo de realização de um dos alunos.

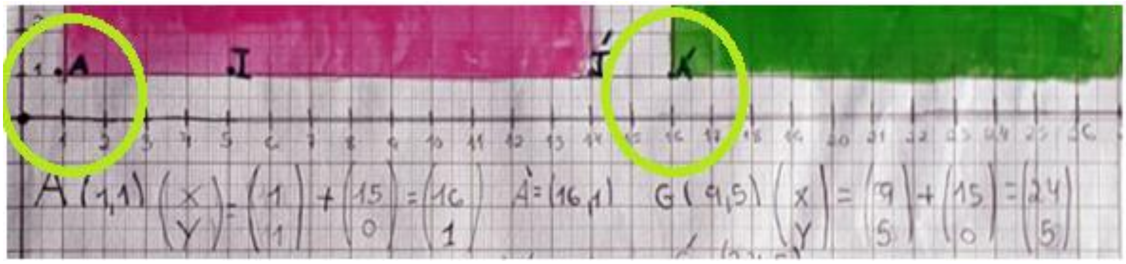
Figura 22- Soma das matrizes referente ao símbolo



Fonte: Resolução do exercício de um aluno.

Observa-se na atividade desse aluno, o ponto A da imagem rosa da atividade que tem coordenada (1,1) conforme na Figura 24, transformada na coordenada na matriz $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, que somou com a matriz $\begin{pmatrix} 15 \\ 0 \end{pmatrix}$. Dessa operação originou-se uma nova matriz $\begin{pmatrix} 16 \\ 1 \end{pmatrix}$ e assim uma nova coordenada (16,1), no caso, o ponto A’ (da figura verde).

Figura 23-Recorte da figura 23, coordenada A transformada em matriz A'



Fonte: Resolução do exercício

Assim foi feito com as doze coordenadas da imagem. Ao fim destas uma nova imagem, idêntica a figura inicial foi formada. Ao notarem que todos esses cálculos algébricos resultaram numa simetria de translação, um dos alunos fez o seguinte comentário: "Nossa professora! Eu nunca poderia imaginar que matriz serviria pra isso. Quando aprendi achava que não servia pra nada, sem sentido."

A análise deste comentário, usando o termo: - sem sentido -, encontra explicação na literatura, que considera que; "o procedimento adotado pelos professores para ensinar matrizes foi desenvolvido em meio a uma abordagem que se inicia com definição, seguindo de exemplos, propriedades e exercícios." (MESSIAS; SÁ; FONSECA, 2007, p.11). No que concerne ao processo de ensino-aprendizagem de matrizes, complementam estes autores "podemos inferir que este se caracteriza pela utilização de regras que, de um modo geral, apresentam-se completamente desvinculadas da realidade dos alunos." (p.11).

Essa realidade nem sempre estará relacionada ao cotidiano do aluno, mas deve existir a preocupação em apresentar a ele outras aplicabilidades para o estudo de matrizes.

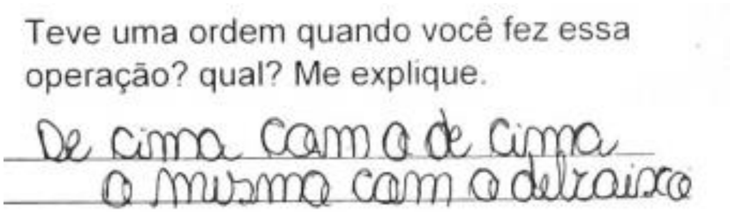
Para complementar a atividade, foi proposto um questionário, para que eles pudessem refletir sobre os conceitos estudados. Tal questionário foi composto por seis perguntas, assim apresentadas: (a) O que você entendeu por matriz? (b) Que operação matemática você fez para obter o resultado da nova imagem? (c) Teve uma ordem em que você fez essa operação? Qual? (d) Por que usamos a matriz$\begin{pmatrix}15\\0\end{pmatrix}$ para ocorrer à transformação? (e) O que aconteceria se usássemos$\begin{pmatrix}-15\\0\end{pmatrix}$? (f) Quando a imagem transladou, mudou alguma coisa em sua forma? (g) Mudou de tamanho?"

Na questão (a), a maioria respondeu “é uma tabela composto por linhas e colunas”, o que aproxima das definições apresentadas nos livros didáticos de matemática. “Denomina-se matriz m x n (lê-se m por n) uma tabela retangular formada por M.N números reais, dispostos em m linhas e n colunas.” (DANTE, 2010. P.98)

Na questão (b), todos responderam “soma ou conta de mais”, a compreensão dessa operação é um fator positivo para a análise: uma vez que as simetrias matemáticas diferem pela sua operação. A translação está relacionada com a adição de matrizes, enquanto que a rotação é a reflexão com a multiplicação de matrizes.

Na questão (c), todos responderam que “sim”, e quanto a sequência “Qual?” todas as respostas foram parecidas, conforme demonstrado na Figura 24, que reporta a resposta do **aluno J**:

Figura 24 – Questão c do questionário


Teve uma ordem quando você fez essa operação? qual? Me explique.

De cima com a de cima
o mesmo com a debaixo

Fonte: Resposta de um aluno

Analisando a fala deste aluno: - de cima com a de cima o mesmo com a debaixo -, pode ser observado que os termos somados com os seus termos correspondentes foram respeitados, a “grande maioria dos alunos não apresenta dificuldade quando se depara com itens relacionados à adição de matrizes.” (MESSIAS; SÁ; FONSECA, p.7, 2007). Uma vez que, “[...] a soma de matrizes irá resultar em outra matriz que também terá o mesmo número de linhas e de colunas.” (DANTE, 2010, p. 97). Na figura 25, observa-se o desenvolvimento dos alunos.

Figura 25- Registro do desenvolvimento dos alunos durante o encontro

Fonte: Dados da Pesquisa

Na questão (d) que dizia: - Por que, em todos usaram a matriz $\begin{pmatrix}15\\0\end{pmatrix}$ para ocorrer à transformação? - a proposta era, não só relacionar a matriz com uma coordenada, como também compreender em que direção e sentido esse movimento de translação ocorre. Todos responderam "o desenho vai para a direita, enxergaram que a matriz $\begin{pmatrix}15\\0\end{pmatrix}$ é a coordenada (15,0), e que o zero na coordenada y movimenta a imagem na direção horizontal, e como a coordenada x é um valor positivo o seu sentido será para direita.

Na questão (e), que teve como enunciado; - O aconteceria se usássemos a matriz $\begin{pmatrix}-15\\0\end{pmatrix}$, para ocorrer a transformação? - todos responderam que iria para o outro lado, ou para a esquerda. O objetivo dessa pergunta foi o de relacionar os valores negativos da matriz com o sentido e direção da translação de uma imagem. Como se trata de -15 na coordenada x a direção continua sendo horizontal, mas o sentido é para esquerda.

Para verificar se os alunos tinham compreendido a diferença entre sentido e direção com a coordenada da matriz, foi indagado aos alunos: o que aconteceria com a imagem se fosse $\begin{pmatrix}0\\15\end{pmatrix}$? Um dos alunos respondeu: "Simples professora, ao invés de ir para o lado ela subiria 15 unidades."

A resposta deste aluno: - ao invés de ir para o lado, subiria - foi de bastante relevância pois o objetivo da pergunta foi o de identificar se localizariam uma coordenada dentro de um plano cartesiano, numa linguagem matricial. Quando este aluno usou a palavra “ao invés” compreendeu que o zero na matriz $\binom{0}{15}$, representado pela coordenada x, faz com imagem não se movimente mais na direção horizontal e sim vertical, e a coordenada y que tem valor positivo a imagem movimenta apenas com o sentido para cima.

Na questão derradeira, porém não menos relevante (f) - Quando a imagem transladou, mudou alguma coisa em sua forma? Mudou de tamanho? - todos foram unânimes em responder que não. Nessa questão estava sendo observada a compreensão de que uma imagem, ao se descolar, sofrer uma translação. Sua forma é preservada, assim como permanece preservado o tamanho. “Com a simetria se obtém uma forma de outra preservando suas características tais como ângulos, comprimento dos lados, distância, tipos e tamanhos.” (BAIRRAL; SILVA, 2009, p.24)

Ao fim do questionário e diante das repostas obtidas e analisadas, foi observado que os alunos não tiveram dificuldades em associar a operação de adição matriz com a simetria de translação, e que existe uma relação direta entre os valores da matriz com a direção e o sentido de uma imagem ao transladar. Nesse encontro, participaram vinte e seis alunos, do total de trinta e um. A participação ativa se converteu em indagações, respondidas conforme texto acima.

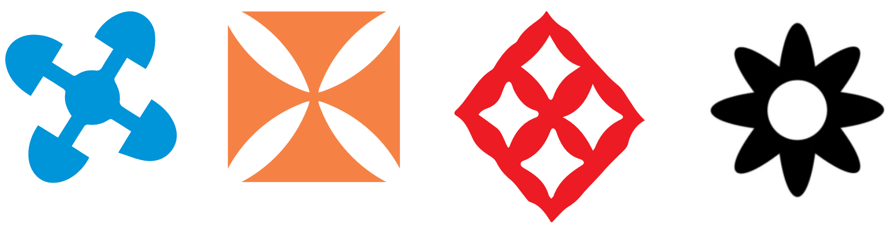
Quinto Encontro - Dia 31 de agosto de 2017

Esse encontro marcou o retorno ao ambiente regular da sala de aula. O objetivo desse foi apresentar uma aplicação do estudo de matriz na construção de uma imagem, a partir do movimento de simetria de rotação em torno de um ponto. Este se refere ao ponto de origem do plano cartesiano. Para isso foi utilizado a multiplicação de matrizes, associada a trigonometria, mas especificamente valores de seno e cosseno de alguns ângulos.

Para uma maior dinâmica na atividade, o professor investigador buscou no GeoGebra[10], outro recurso para auxiliar na atividade. A equipe pedagógica da escola disponibilizou uma TV e um notebook, visando facilitar a visualização, pelos alunos, do movimento de rotação da imagem, enquanto que cada aluno fazia seus próprios cálculos, o uso dessas ferramentas foi para norteá-los a medida que a imagem rotacionava por partes.

Como se trata de rotação em torno de um ponto, o professor investigador escolheu alguns símbolos que se enquadravam nesse perfil (Figura 26) e espalhou-os na mesa, para que a turma, em comum acordo, decidissem qual símbolo usar nessa atividade.

Figura 26-Símbolos Adinkra com rotação em torno de um ponto



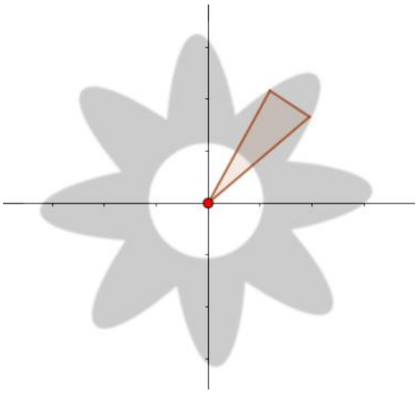
Fonte: Extraídos de Nascimento: Gá, 2009, p. 53 – p. 79. Adaptado pelo autor

A escolha recaiu sobre o Nsoromma. O motivo, segundo o grupo, foi uma identificação com seu significado; a fé. Símbolo definido, o professor investigador distribuiu uma folha de malha quadriculada para cada aluno. Nela, pediu que representassem o plano cartesiano de forma que ocupasse todo papel.

A ideia é que eles marcassem os pontos inicias (as coordenadas) dados pelo professor investigador e que estes gerariam uma figura inicial, para depois rotacionar essa figura até ela completar uma volta em torno do ponto de origem do plano cartesiano. Foi mostrado aos alunos, que a imagem escolhida poderia ser construída a partir de triângulos (Figura 27). Assim, o triangulo seria essa figura inicial, que vai rotacionar oito vezes, uma vez que a figura pode ser dividida em oito partes iguais.

[10]GeoGebra: "é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos." Disponível em : https:// www.geogebra.org/about?ggbLang=pt_BR.Acesso em: 05 de agosto de 2108.

Figura 27-Triângulo no símbolo Adinkra



Fonte: Extraído de Nascimento: Gá,2009, p. 64 Adaptado pelo autor.

Como havia sido feita uma recapitulação do conceito de operações com matrizes no segundo encontro, foi preciso apenas recuperar a memória, o que foi feito com uma explicação expositiva e usando a lousa, onde foi explicado que a simetria de rotação é uma transformação linear que faz cada ponto descrever um ângulo θ em torno da origem.

A formula do vetor baseado num ângulo chega a uma matriz, que pode fazer qualquer rotação. Dada por:

$$Rotação\ em\ \alpha = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\mathrm{sen}(\alpha) \\ sen(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \qquad \text{(Eq. 1)}$$

Os olhares atentos aos monitores, possibilitou que o professor investigador explicasse que, para girar uma imagem, é necessário que se multiplique matriz dada pelas coordenadas e pela *matriz de rotação* (Eq.1).

O professor pediu que marcassem as coordenadas (dadas por ele) dos dois vértices do triangulo localizado no primeiro quadrante. Esse triangulo é a imagem que será rotacionada. Nesse momento surge a seguinte indagação:

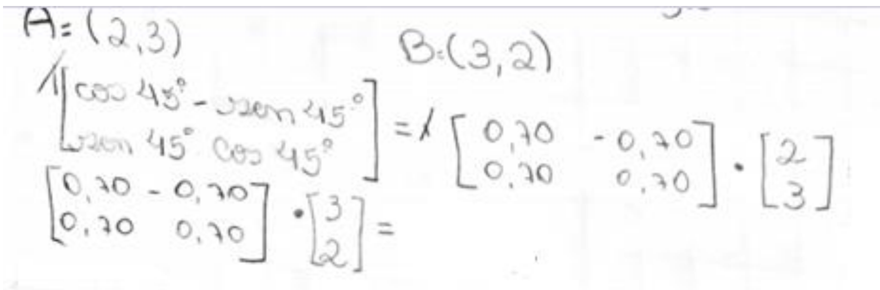
> **Aluno H: "**Professora, por que não três pontos (coordenadas) se é um triângulo, por que só duas?"

A questão traz no seu bojo, dúvidas sobre o eixo de simetria de rotação. Foi explicado que o ponto de origem do plano cartesiano já seria um dos vértices do triangulo e que este seria o eixo de rotação na própria imagem.

Uma vez transformada as coordenadas em matrizes, seriam precisos multiplicar pela matriz de rotação. Assim, o professor investigador fez a seguinte colocação: o símbolo Adinkra Nsoromma é dividido em oito partes, ou triângulos, numa volta de 360º ou 2π. Tem-se que, cada vez que esse triangulo gira, rotaciona 45º ou $\frac{\pi}{4}$ por que 360°/8 é igual a 45º. Assim, a matriz de rotação é dada por: $\begin{bmatrix} \cos(45º) & -\text{sen}(45º) \\ \text{sen}(45º) & \cos(45º) \end{bmatrix}$. Desta forma, cada matriz será multiplicada por essa matriz de rotação.

No desenvolvimento da atividade pelos alunos, foi observado que não tiveram maiores dificuldades em transformar as coordenadas em matrizes, como também em colocar os valores dos ângulos de seno e cosseno de 45 graus, conforme exemplifica o exercício de um aluno. (Figura 28)

Figura 28:Transformação das coordenadas em matrizes

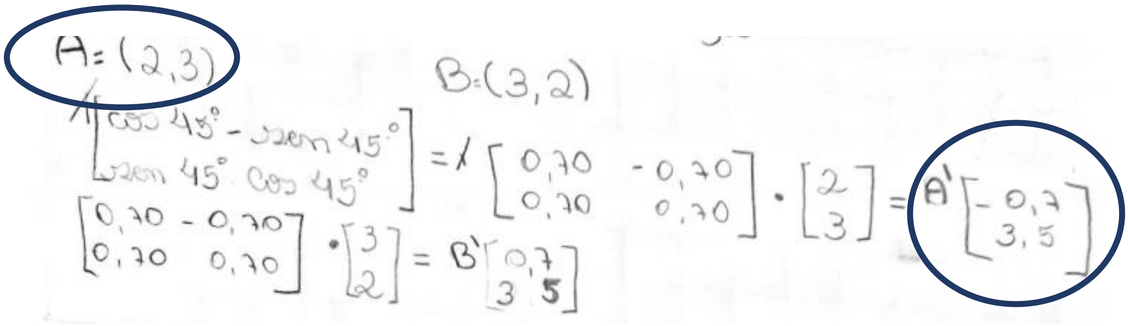


Fonte: Resposta do exercício de um aluno

Uma vez transformado as coordenadas em matrizes, precisariam realizar o produto delas. Nesse momento alguns apresentaram dificuldades na execução dessa operação, confundem a ordem das linhas e colunas, problema muito comum segundo Messias, Sá e Fonseca (2007, p. 8) “os alunos confundem [...] o produto entre matrizes, porque muitos não analisam o número de linhas e colunas das matrizes”. As dificuldades foram ultrapassadas com o auxílio do professor, que os conduziu de moda a que realizassem a atividade de forma correta.

A medida que realizavam as multiplicações, novas matrizes iam surgindo, consequentemente novas coordenadas. Assim, o ponto A gerou uma nova coordenada A’, bem como B gerou o B’, demonstrado na Figura 29, desenvolvida por um dos alunos:

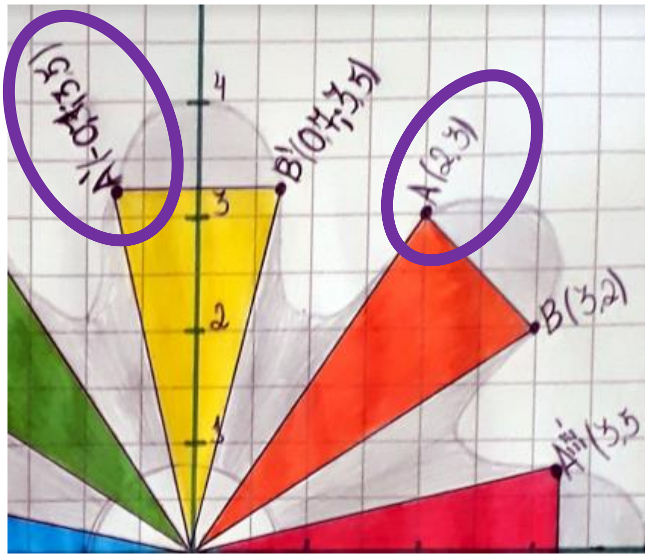
Figura 29- Multiplicação da matriz A gerando uma nova matriz A’



Fonte: Resposta do exercício de um aluno

Essa nova coordenada é localizada no plano cartesiano ligando-os, formando assim um novo triangulo que rotacionou 45 graus no sentindo anti-horário, conforme feito por outro aluno. A coordenada A’ gerou uma nova coordenada o levando a construir um novo triangulo. (Figura 30)

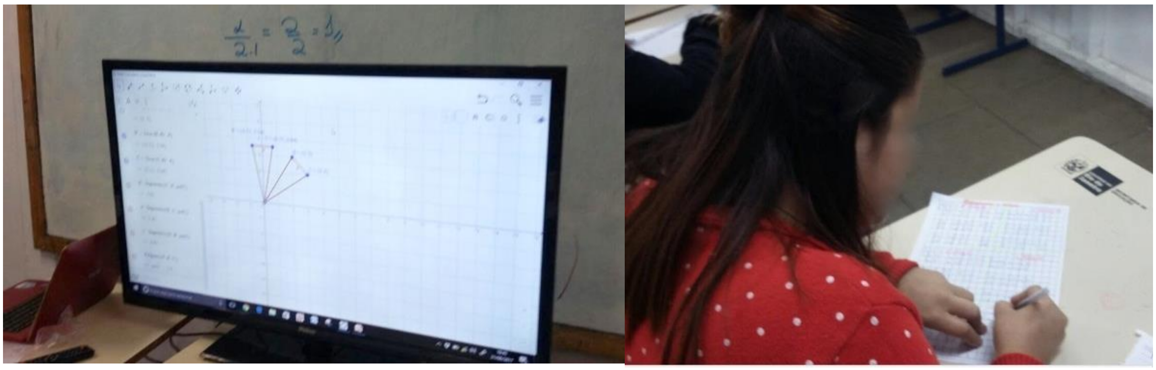
Figura 30 - Novo triângulo (amarelo)



Fonte: Resolução de um aluno

Como a imagem foi dividida em oito partes, foi necessário que repetissem essa ação por mais sete vezes. Os cálculos foram feitos, tomando por base a nova coordenada gerada, sempre rotacionando 45 graus, sucessivamente até completar uma volta completa. Sob a supervisão do professor investigador, foi realizada a atividade no GeoGebra. Para fins de avaliação, foi observado que os alunos não tiveram dificuldade em entender esse conceito. (Figura 31)

Figura 31- Desenvolvimento da atividade de rotação no GeoGebra

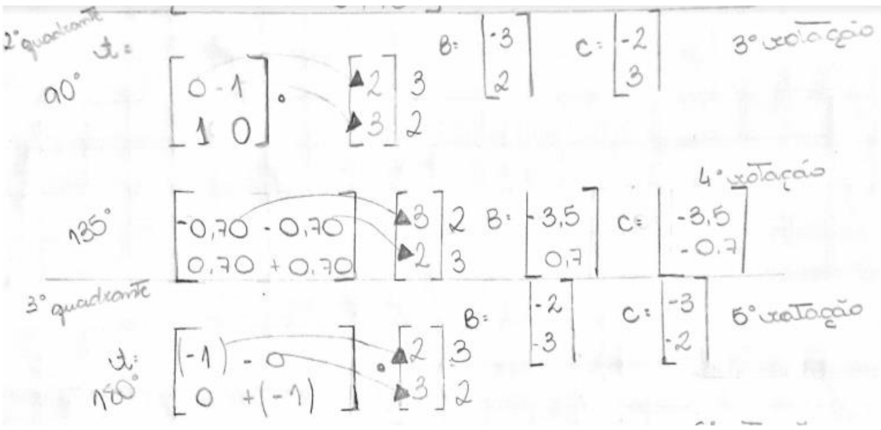


Fonte: Momento da pesquisa

Ao realizarem os cálculos, alguns alunos encontraram maneiras diferentes de resolver. Um dele fez o seguinte comentário: “Professora, partir da segunda rotação foram duas vezes então girou 90º em relação à imagem inicial, se girou três, então seria 135º graus em relação a imagem inicial. Não é preciso usar coordenadas diferentes, apenas fazer os cálculos em cima da primeira imagem*.”*

Nesse comentário é possível observar que alguns estudantes chegaram à conclusão de que, nesse caso o que muda são os valores dos ângulos, não sendo obrigatório mudar as coordenadas, o que facilitava os cálculos. Uma parcela optou por continuar com os cálculos, usando o ângulo de 45º, enquanto que a maior parte seguiu o processo mudando os valores dos ângulos, demonstrado no desenvolvimento de um deles. (Figura 32)

Figura 32- Terceira, Quarta e quinta rotação com ângulos de 90º,135º e 180º



Fonte: Resposta de um exercício

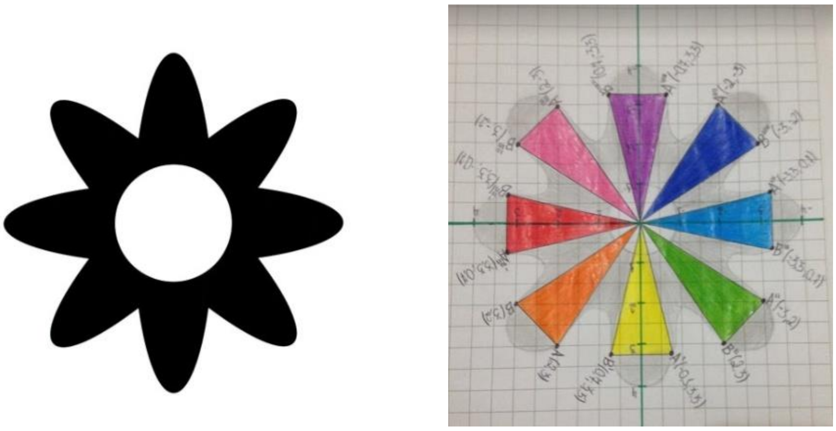
No decorrer do encontro, o professor investigador observou que todos conseguiram realizar a atividade proposta, variando apenas os tempos que cada estudante consumia. Tratava-se de oito movimentos com duas multiplicações de matrizes cada, gerando um total de dezesseis operações, relacionando esses resultados as novas coordenadas, para que o triangulo rotacionasse em torno do eixo. Todo o processo foi monitorado pelo professor investigador, que auxiliou, quando necessário, particularmente no uso da ferramenta (Figura 33).

Figura 33- Professor investigador auxiliando os cálculos das matrizes

Fonte: Dados da pesquisa

Ao final da atividade e com a necessidade de arredondar a figura, alguns alunos utilizaram um compasso, outros o fizeram a mão livre, de modo que o resultado ficasse o mais semelhante possível com o símbolo Adinkra Nsoromma. Conforme demonstrado abaixo (Figura 34).

Figura 34- Símbolo Nsoromma | Resultado final da atividade de Rotação



Fonte: Extraído de Nascimento: Gá,2009, p. 64. Construção de um aluno.

O resultado final foi imagem bem próxima ao símbolo e não idêntica, pois o objetivo foi apresentar os cálculos por trás de uma construção de uma figura e não copiar a imagem. Estavam presentes vinte e cinco alunos, do total de 31 que compõe a turma, com participação ativa de todos os presentes.

Deste modo, foi apresentada uma posposta relativa a aplicabilidade de matriz, associada a imagens, no caso um símbolo Adinkra, conhecimento que geralmente é visto de forma desconexa, pelos alunos. O ensino de matrizes apresenta-se em "total descompasso com os avanços tecnológicos e com os estudos já realizados pela Psicologia Educacional" (SANCHES, 2002, p.6).

Outra abordagem é a feita por Messias, Sá e Fonseca no que "concerne ao processo de ensino-aprendizagem de matrizes, podemos inferir que este se caracteriza pela utilização de regras que, de um modo geral, apresentam-se completamente desvinculadas da realidade dos alunos." (MESSIAS; SÁ; FONSECA, 2007, P.2)

Ao se debruçar sobre uma área de conhecimento ou um tema de estudo, o aluno aprende, também, diferentes maneiras de raciocinar, sendo sensibilizado por algum aspecto do tema tratado, construindo valores, tornando-se interessado, podendo desenvolver um senso investigativo e criativo, de modo a despertar interesse na aprendizagem matemática. (D'AMBRÓSIO,1999)

Os resultados do processo de pesquisa motivaram a criação de um uma sequência didática, com perguntas e orientações, gerando um produto educacional no formato de um livro, onde o propósito é enriquecer o arsenal disponível, propiciando aos docentes da educação básica uma ferramenta que possibilita associar o ensino da simetria matemática a elementos culturais, conforme orienta os PCN.

6 PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional, resultado desse estudo, surgiu em decorrência das oficinas realizadas em uma turma do ensino médio, no qual a simetria matemática foi o meio para relacionar alguns conceitos matemáticos, com parte de uma cultura africana, mas especificamente a Simbologia Adinkra.

Um dos propósitos da escolha desses símbolos, foi trazer a luz a compreensão de elementos culturais africanos, sua origem, significado e relacioná-los com a realidade cultural presente no ambiente de convívio de grande parte dos alunos e de modo concomitante, associá-los ao ensino da matemática de forma lúdica, ao mesmo tempo em que atende as orientações de inserção de elementos multiculturais neste ensino, presente nos PCN.

A necessidade de despertar a curiosidade sobre o saber, vinculando o aprendizado dos conceitos da simetria a símbolos, figuras, obras de arte, incluindo elementos do cotidiano, vai além do mero copiar uma imagem. É aprender conceitos matemáticos, simultaneamente a um exercício cultural exploratório e desafiador. Isso resulta em dar um novo sentido ao processo ensino-aprendizagem.

A elaboração de uma sequência didática, como produto educacional, "remete ao modelo de um plano de aula, porém mais amplo que este, por abordar várias estratégias de ensino e aprendizagem, planejadas e inter-relacionadas e por ser uma sequência de vários planos de aula." (LEAL; RÔCAS, 2018, p.77).

Uma sequência didática é definida como:

> Um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos (ZABALA, 1998, p. 18).

A sequência proposta foi estruturada seguindo pressupostos teóricos. Estes enfatizam que, para atingir seus objetivos, devem contemplar atividades;

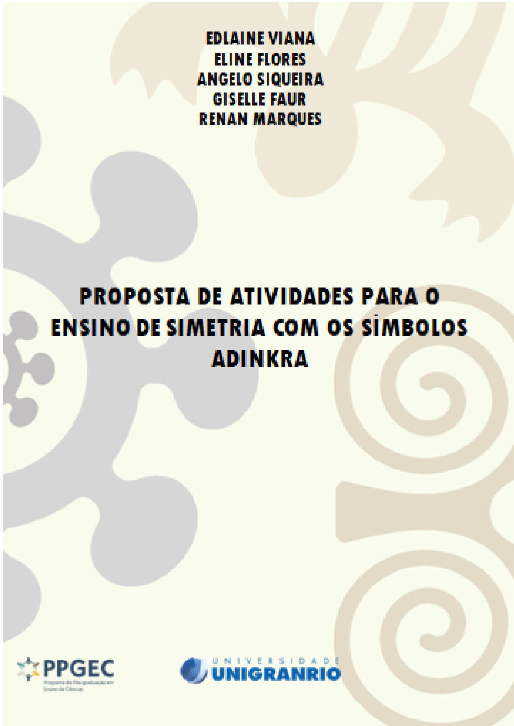
> [...] que permitam determinar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação aos conteúdos de aprendizagem; que provoquem conflito cognitivo, de forma a estabelecer relações entre os novos conteúdos e os conhecimentos intuitivos dos estudantes; que promovam uma atitude favorável do aluno, de

> modo que fiquem motivados para o estudo dos conteúdos propostos; (ZABALA, 1998, p.19).

Este produto contempla possibilidade de uso para situações diversas, podendo se apoiar em tecnologias digitais e também em situações em que não haja disponibilidade de recursos avançados, por poder ser aplicado através da malha quadriculada, recurso de uso *offline.*

O resultado é a produção do livro; - Proposta de atividades para o ensino de simetria com os Símbolos Adinkra - figura 35, visando gerar opção para o ensino da simetria e outros conceitos matematicos, dentro de uma abordagem multicultural com símbolos africanos.

Figura 35 -Capa do Produto Educacional



Fonte: Autor

O livro está distribuídos em 11 capítulos, assim definidos:

O capítulo um – Introdução - apresenta a justifificativa e a motivação da construção do produto.

O capítulo dois – Multiculturalismo - aborda a tematica da diversidade cultural, alinhada com os PCN no contexto de aprendizagem, no caso, a simbologia africana Adinkra. O conceito apresenta-se consonante com a temática da Pluralidade Cultural, que “diz respeito ao conhecimento e à valorização de características étnicas e culturais dos diferentes grupos sociais”, (BRASIL, 1998, p. 121).

O capítulo três - Simbologia Adinkra - fala da origem e da representação de alguns alguns simbolos.

Observando a seguir (Figura 36), é possível identificar os múltiplos significados contidos nesta simbologia, uma espécie de código linguístico que, em alguns casos substitui a comunicação verbal. Podem representar provérbios, frases e de forma abstrata, identificar o comportamento do indivíduo, associando aos seus valores culturais (DELAQUIS, 2013).

Figura 36- Página do capítulo três- Simbologia Adinkra

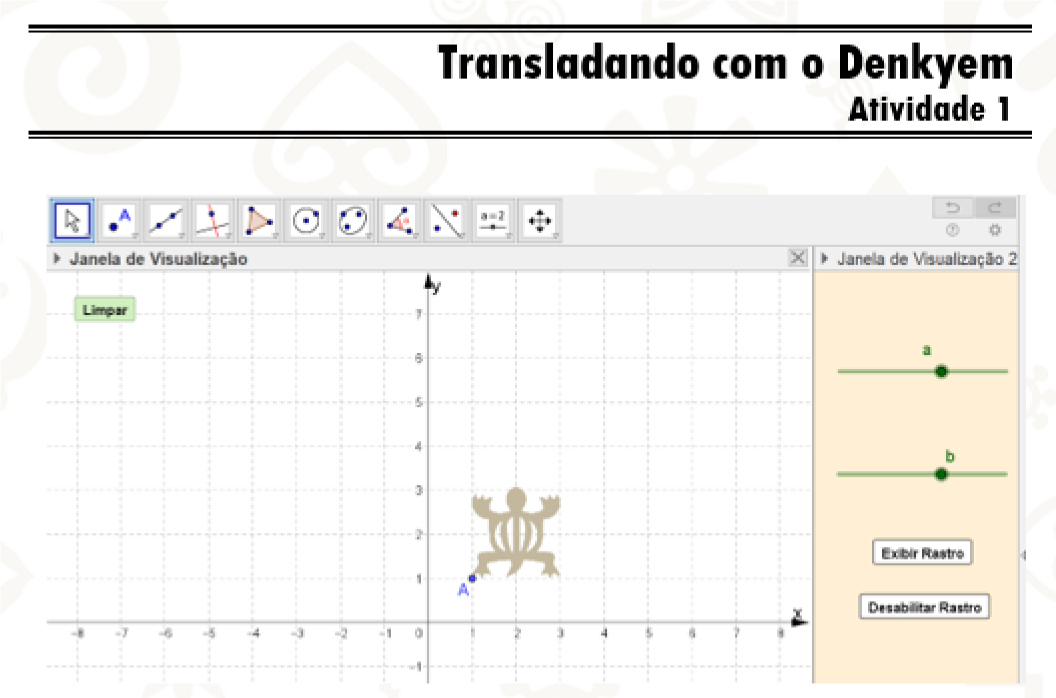
Fonte: Nascimento: Gá, 2009 (p. 52 a p. 85) adaptado pelo autor

O capítulo quatro - Simetria - aborda conceitos elementares das simetrias de translação, reflexão e rotação.

O capítulo cinco - Proposta didática - apresenta uma sequência que adequa o ensino da simetria matemática a símbolos africanos Adinkra, por meio da ferramenta GeoGebra, e/ou, da malha quadriculada.

O capítulo seis - Translandando com o Denkyem - apresenta a primeira atividade e envolve dez questões de simetria de translação com o simbolo (Figura 37).

Figura 37 - Transladando com o Denkyem



Fonte: Autor

As questões relacionam o movimento de translação com alguns conceitos matematicos, entre eles o plano cartesiano e quadrantes.

A atividade contempla sugestão de um trabalho multicultural com o símbolo Denkyem, que representa o crocodilo e sua capacidade de adaptação, elemento relacionável ao contexto social dos alunos. Seja por meio de uma redação, ou de uma roda de conversa, o propósito é criar uma relação que possa favorcer a construção do conhecimento em sala de aula (Figura 38).

Figura 38 – Símbolo Adinkra Denkyen

Fonte: Nascimento: Gá, (2009, p. 55), adaptado pelo autor

O capítulo sete - Refletindo Sankofa - envolve oito questões de simetria de reflexão com o símbolo. Sankofa (Figura 39) “Representa um pássaro que se move para frente, mas sempre olha para trás, lembra-os que é impossível entender o presente sem estar consciente do passado”. (Nascimento, Gá, 2009, p. 71)

Figura 39 – Símbolo Adinkra Sankofa

Fonte: Nascimento: Gá, (2009, p. 71), adaptado pelo autor

Cada questão relaciona o movimento de reflexão com alguns conceitos matematicos, entre eles, o plano cartesiano e posição relativa das retas.

A atividade é apresentada com a mesma estrutura metodológica do capítulo anterior. No caso, o símbolo tem o propósito de relacionar seu significado com temas que envolvam reflexões sobre ações ao longo de sua trajetória, seja no meio acadêmico, ou no ambiente social.

No capítulo oito - Atividade 3 - Rotacionando Asase yu duru envolve oito questões de simetria de rotação com o símbolo. Asase yedu ru é o símbolo da prudência e da divindade Mãe Terra. (Figura 40) e “representa a importância da terra no sustento da vida, também está relacionado ao senso de justiça ambiental e a preservação do planeta como fonte de vida, em particular, a terra, água, sementes, florestas e selvas”. (NASCIMENTO; GÁ, 2009, p. 75)

Figura 40 – Símbolo Adinkra Asase ye duru

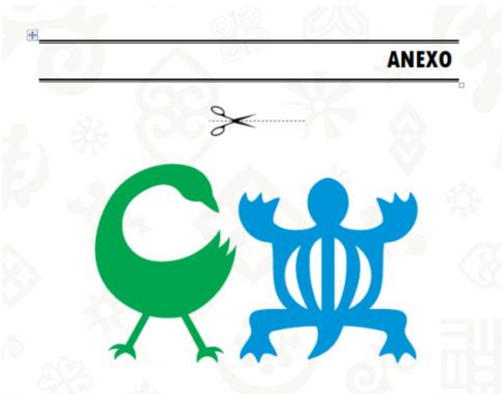
Fonte: Nascimento e Gá, (2009, p. 75), adaptado pelo autor

As questões relacionam o movimento de rotação com alguns conceitos matemáticos, entre eles o plano cartesiano, ângulos e circunferência.

Ainda com base na mesma estrutura metodológica, o símbolo representa: cuidado com a natureza, e tem o propósito de relacionar seu significado com temas que envolvam a ideia de sustenbilidade, seja em uma pesquisa, ou na relação dos estudantes com meio ambiente.

O capítulo nove – Aplicação Adinkra na malha quadriculada - são orientações que possibilitam dispensar o recurso da ferramenta GeoGebra. O professor usará os símbolos para executar as três simetrias. (Figura 41).

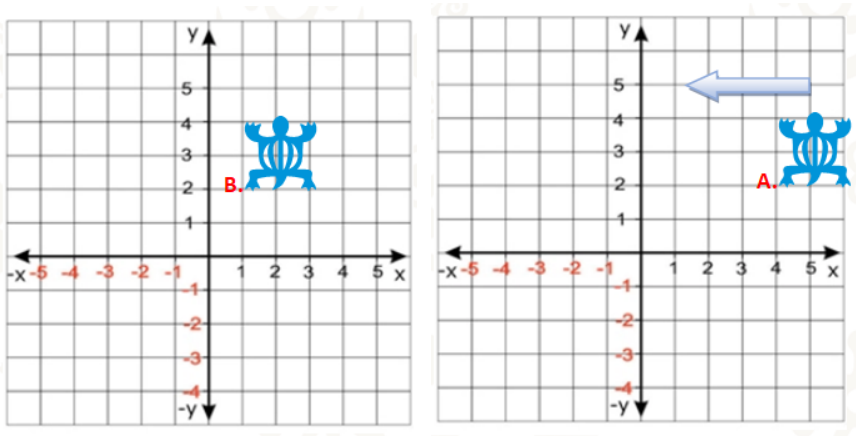
Figura 41 – Símbolo para recortes



Fonte: Nascimento; Gá, (2009, p. 55 e p. 71), adaptado pelo autor

A atividade consiste em posicionar o símbolo em um ponto determinado da malha quadriculada e executar a atividade de simetria proposta, como no exemplo. (Figura 42)

Figura 42 - Movimentos de translação para esquerda



Fonte: Autor

Os exemplos acima são uma síntese do produto educacional originado desta pesquisa, uma forma de ampliar a compreensão da aplicação de símbolos Adinkra no ensino da matemática, atendendo ao que preconiza os PCN; a inserção do multiculturalismo no proceso ensino-aprendizagem.

6.1 VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

A validação do produto ocorreu, considerando os seguintes fatores: aplicação de uma atividade em sala de aula e autocompreensão do conteúdo do livro. Para atender o preceito da autocompreensão, o produto educacional foi enviado, via e-mail, para três professores da rede estadual, e municipal, de ensino da educação básica. e sem a presença do autor no momento da aplicação, testando possíveis dificuldades dos avaliadores.

Neste preceito, o resultado mostrou-se positivo, considerando não ter havido qualquer consulta ao autor, visando esclarecer algum ponto do exercício.

No quesito aplicação, estes professores validadores enviaram depoimentos das atividades realizadas nas turmas, compostas de aplicação de conceitos matemáticos e respostas aos vínculos multiculturais, parte do processo orientador do livro.

Uma das avaliações foi efetuada na Escola Estadual CIEP 357 José de Dome, situada no Município de Cabo Frio, Estado do Rio de Janeiro, pelo professor A que trouxe o seguinte depoimento;

> "Foi dedicada uma aula de dois tempos, em uma turma de oitavo ano, para a execução de um exercício de translação, baseada na metodologia apresentada no livro.
> A proposta é muito interessante, pois possibilitou trabalhar a matemática de forma mais lúdica. além de incorporar o uso do celular na sala de aula, de forma eficiente. Além disso, o símbolo utilizado, o Denkyem, despertou o interesse da turma, pelo inusitado do exercício associado a um símbolo africano.
> O início, seguindo o texto do livro, foi usado para familiarizar a turma com o símbolo e seu significado. Depois, os alunos formaram grupos em torno dos celulares disponíveis e foram orientados a localizarem a coordenada inicial presente símbolo. Com o uso do GeoGebra, eles transladaram a imagem, criando novas coordenadas.
> O modelo traz significados que criam uma ponte para uma aula multidisciplinar. Sabemos que a visão de educação não é mais um conhecimento fragmentado e sem significado. A abordagem da história, cultura e outros assuntos relevantes nas aulas de matemática, pode ser um mecanismo de quebra de resistência e medo, que muitos alunos têm em relação ao professor e em especial a disciplina.
> Dessa forma o professor acaba dando um aspecto diferente as aulas, que pode ajudar a descontruir todo medo e rejeição por parte dos alunos sobre a matemática, que por muitos anos e até hoje, é taxada como algo sem lógica, monótona e desinteressante."

Destaca-se na análise alguns aspectos relevantes para a pesquisa. Na fala do professor avaliador: - O modelo traz significados que criam uma ponte para uma aula multidisciplinar. Reside aí uma reflexão sobre cruzamentos entres os saberes matemáticos e a correlação com elementos multiculturais, apontado pelos PCN nos temas transversais "valorizar esse saber matemático cultural e aproximá-lo do saber escolar em que o aluno está inserido, é de fundamental importância para o processo de ensino e aprendizagem." (BRASIL,1997, p.32)

Outro ponto de destaque é quando ele diz que; - "A abordagem da história, cultura e outros assuntos relevantes nas aulas de matemática, pode ser um mecanismo de quebra de resistência e medo, que muitos alunos têm em relação ao professor e em especial a disciplina*".* Para D'Ambrósio (2002, p.13) "[...] é fazer uma educação de reprodução, esperando que os alunos procurem soluções antigas para problemas novos. Ao sair da escola, serão subordinados, passivos e desprovidos de espírito crítico”, o que reforça a importância de se estar aberto a novas ideias e propostas de ensino-aprendizagem, conforme firmado nas proposições dos PCN “[...] posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas.” (BRASIL, 1998, p. 7).

Ainda segundo esses parâmetros, é importante que o processo de transmissão do conhecimento curricular seja elemento de ajustes significativos, para a elevação do desenvolvimento da cidadania;

> [...] desenvolver o conhecimento ajustado de si mesmo e o sentimento de confiança em suas capacidades afetiva, física, cognitiva, ética, estética, de inter-relação pessoal e de inserção social, para agir com perseverança na busca de conhecimento e no exercício da cidadania; (BRASIL, 1998, p. 7)

O processo construtivo da cidadania se baseia nas relações entre o do indivíduo e suas relações na sociedade. “A satisfação da pulsão integrada de sobrevivência e transcendência leva o ser humano a desenvolver modos, maneiras, estilos de explicar, de entender e aprender, e de lidar com a realidade perceptível.” (D’AMBRÓSIO 2002, p.13)

Outra avaliação foi feita pelo professor B, da Escola Municipal Mazomba - Doutor Jorge Abrahão, Município de Itaguaí:

> O tema de africanidade, abordado no material didático, serviu como base para o desenvolvimento de um trabalho no tema. Muitos de nós professores têm receio em sair de nossa zona de conforto, com temas não vistos em nossa graduação. Dessa forma, as ideias propostas pelo livro me serviram para abrir os olhos enxergar além, e trabalhar um pouco de conceitos de outras riquíssimas culturas diferentes da nossa.
>
> Na aplicação da atividade 2 do livro, refletindo Sankofa, foi apresentado inicialmente aos alunos, o símbolo, para contextualizar o significado, como orienta a obra. Após, foi aplicado um exercício onde os alunos foram agrupados e usados os dispositivos móveis disponíveis, “smatphones”, para trabalhar o conceito de plano cartesiano, reflexão de objetos, conceito de simetria e algumas noções de geometria analítica. A relação do símbolo e seu significado, elevou o interesse dos alunos, de modo geral, o que possibilitou o melhor desenvolvimento do conteúdo curricular.

Quando o professor traz a reflexão: - “Muitos de nós professores têm receio em sair de nossa zona de conforto, com temas não vistos em nossa graduação” – deixa patenteada a dificuldade em trabalhar temas que diferem das práticas cotidianas, “[...] a grande maioria dos professores e da própria comunidade escolar demonstra não estar preparada, (...) para trabalhar com os assuntos relativos ao multiculturalismo.” (CILIATO; SARTORI, 2015, p.66).

A proposta do produto educacional é levar uma sequência didática que oriente o professor a ensinar conceitos matemáticos relacionados com aspectos culturais relacionando com o cotidiano do aluno, como proposta multicultural, que pode conduzi-lo a um novo interesse, levando-o a refletir sobre outras relações.

Complementa o professor avaliador: “Dessa forma as ideias propostas pelo livro me serviram para abrir os olhos, enxergar além e trabalhar um pouco os conceitos de outras riquíssimas culturas, diferentes da nossa.”

Vários fatores podem contribuir para essa dificuldade de trabalhar com o elemento multiculturais em sala de aula. Não cabe aqui pontuá-los, pela não pertinência com o processo de validação, mas vale refletir sobre o papel do educador, não bastando conhecer, mas superar os obstáculos enfrentados na produção e sistematização do conhecimento. Isso poderá leva-lo a “compreensão e aceitação das dificuldades enfrentadas pelos alunos”, criando uma relação empática, o levando a “pensar em estratégias mais adequadas para favorecer a aprendizagem de conceitos e procedimentos matemáticos.” (BRASIL,1998, p.33)

A terceira avaliação, realizada na Escola Estadual Santo Antônio, distrito de Xerém, Município Duque de Caxias pelo professor C, trouxe mais uma forma de entendimento e aplicação da sequência didática, contida no produto educacional em avaliação:

> Partindo do conhecimento do símbolo Adinkra e de seu significado há a possibilidade de mostrar que a Matemática está presente na vida dos mais diferentes povos e nas mais diferentes épocas. Nesse sentido, a ideia de trabalhar o significado do símbolo de forma conjunta a um tema tão atual como a questão da sustentabilidade é um motivador para conscientizar sobre a necessidade do uso da Matemática.
>
> Usando o software GeoGebra, foi desenvolvida uma aula de dois tempos, fazendo uma associação com a ideia de trigonometria na

> circunferência, associada a aplicação do conhecimento do livro, em uma turma do primeiro ano do ensino médio, com 26 alunos. A atividade se mostrou possível em turmas de ensino médio, que aprendem tais conceitos muitas vezes de forma estanque e sem conexão com conhecimentos concretos. Outro fator foi a mudança de ânimo dos alunos, primeiros intrigados com a Figura e após explicação sobre seu nome e significado, o envolvimento ativo no exercício, algo raro na turma.

O professor avaliador comenta sobre uma sugestão da proposta multicultural do produto educacional, ao relacionar o significado do símbolo com um tema que envolve a realidade do aluno: - “Nesse sentido, a ideia de trabalhar o significado do símbolo de forma conjunta a um tema tão atual como a questão da sustentabilidade é um motivador para conscientizar sobre a necessidade do uso da Matemática.”

Essa relação multicultural pode ser entendida pela etnomatemática que, segundo D’Ambrósio (2002) “vai além do conhecimento saber e fazer matemático das culturas periféricas.” É procurar entender o ciclo da geração, da organização intelectual, da organização social e da difusão da construção do conhecimento envolvido nos grupos culturais, “como resposta a necessidades de sobrevivência e de transcendência em ambientes naturais, sociais e culturais dos mais diversos.” (D’AMBRÓSIO, 2002, p. 13)

O processo de entendimento e aplicação do referido produto educacional, visando sua validação, baseou-se em depoimentos de três professores do ensino da educação básica, como resultado da aplicação de parte do produto em três ambientes escolares diferentes. Mesmo não sendo este o melhor cenário para sua validação, foi o cenário possível, diante da exiguidade de tempo. Todavia, o processo confere ao produto condições de autoaplicabilidade, pela fácil compreensão das orientações, por parte dos professores validadores, ao mesmo tempo que demonstra cumprir sua proposta, de associar o ensino da matemática a fatores multiculturais.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A adequação de uso dos símbolos africanos Adinkra a matemática, como forma de gerar uma nova alternativa de ensino, associado a elementos culturais foi a proposta da presente pesquisa. Na gênese, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, que deram ênfase à necessidade de se gerar um ensino multicultural nas disciplinas do currículo básico.

Consideradas as dificuldades inerentes à aplicação desses preceitos às ciências exatas, este pesquisador percebeu a necessidade de buscar novos conhecimentos, que propiciassem aos professores do ensino básico um ferramental que permitisse inserir, na sala de aula, uma alternativa ao ensino convencional, acrescentando-lhe um componente cultural. Da pesquisa se originou um modelo de ensino da matemática, associado a elementos da cultura africana, que apresenta fortes raízes na cultura brasileira.

Não foi acidental a orientação dos PCN, ao sugerir o uso de elementos dessa cultura no ambiente escolar. No processo de desenvolvimento deste trabalho, ficou nítida a identificação dos alunos, sujeitos da pesquisa, com a simbologia Adinkra, revelando o vínculo cultural com a maioria deles.

Um processo até então percebido apenas no ambiente de convívio e sem uma clara relação cultural, aflorou e se fortaleceu no seio da turma, após o conhecimento dos símbolos Adinkra, seus significados e sua aplicação ao ensino da matemática. As questões culturais envolvidas nas práticas de sala logo extrapolaram os muros da escola, de forma tão imediata quanto inesperada, levando-os a correlacionar suas práticas cotidianas como importantes elementos identificadores da sua cultura de origem.

O que os construtores dos PCN imaginaram, ao elaborarem estes parâmetros, se mostrou efetivo, não só por dar um novo sentido ao processo ensino-aprendizagem da matemática e por relacionar os conceitos aprendidos a elementos culturais do cotidiano, mas especialmente por elevar a autoestima e o apreço por elementos de sua cultura, que até então se encontravam adormecidos pela falta de conhecimento, conscientização e estímulos. O processo de validação reforçou a efetividade dos PCN, evidenciada pela narrativa dos professores validadores, quando da aplicação dos conceitos preconizados em uma aula de validação.

Quando foi pensado um processo em que o resultado fosse a formação de cidadãos mais conscientes, plenos de sua importância, capazes de se tornarem melhores pelo reconhecimento da cultura como fator de integração, de pertencimento social e de valorização da pessoa, os Parâmetros Curriculares Nacionais se mostraram de cirúrgica assertividade.

Como resultante deste trabalho de pesquisa, foi gerada esta dissertação, documento para futuros aprofundamentos em estudos e pesquisas relacionados e também a criação de um produto educacional, um livro com uma sequência didática autoaplicável, que possibilita relacionar elementos de uma cultura africana, simbologia Adinkra, ao processo de ensino-aprendizagem da matemática, em um modelo escalável.

O produto educacional, resultado dessa pesquisa, pretende levar aos professores do ensino da educação básica, a possibilidade de acesso a uma sequência didático-metodológica, elaborada de modo a tornar mais atraente o ensino da matemática, ao associar elementos culturais a disciplina, na intenção de ter como resultado mais eloquente do processo, a formação de cidadãos integrados socialmente, por meio da elevação da consciência coletiva, conforme preconizados pelos PCN, já detalhado.

O presente estudo não tem a pretensão de esgotar o tema. Ao contrário, pretende servir de estímulo ao desenvolvimento de novos trabalhos, que pesquisem outras possibilidades de associação de elementos de uma determinada cultura ao ensino básico, e particularmente, a matemática. Considerando a riqueza cultural brasileira, resultado do extenso território, diversidade climática, colonizações europeia e asiática, relações com territórios indígenas e outras microculturas, fica a possibilidade de novas pesquisas voltadas a educação básica, relacionadas a simbologias regionais.

A carência de recursos, dentre os quais financeiros e tempo, foram elementos que limitaram o processo de desenvolvimento dessa pesquisa, o que abre perspectivas para que novos estudos possam dar continuidade a este, fazendo com que o aperfeiçoamento do processo ensino-aprendizagem seja continuo, em especial o ensino da matemática.

REFERÊNCIAS

ALVES, A. J. A “revisão da bibliografia” em teses e dissertações: meus tipos inesquecíveis. **Cadernos de Pesquisa**, n.81, p.53-60, maio. 1992.

ANDRADE, A. F; et al. **A Modalidade D no Conceito de Simetria**. Graphica, Curitiba, Paraná ,2007.

AZEVEDO, D.P; et al. Três Teorias embasando a Elaboração De Atividades Para A Aprendizagem De Conteúdos Matemáticos. **Anais** do V Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática**.** Outubro, 2012, Petrópolis.

BAIRRAL, M.A.; SILVA, M.A. **Instrumentação do Ensino da Geometria** Vol. 3 Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2009

BARBOZA, P.L.; MELO, G.M.L.S.; ARRUDA, M.S.A. O ensino da matemática numa perspectiva multicultural. **Encontro Nacional de Educação Matemática**. ENEM, Bahia, Julho, 2010.

BELLINCANTA, J.A; FRANCO, V.S. **As Simetrias Na Matemática e na Biologia: Os Conceitos São Os Mesmos?** curso de curta duração ministrado/Extensão, 5-28 de ago. de 2008.28 f. Notas de aula.

BERESFORD, H.;et al. Neurociências, Arte e Filosofia. **Anais** do II Encontro Ciências e Cognição**.** UFRJ, março ,2012**.**

BERRO, R. T. **Relações entre arte e matemática**: um estudo da obra de Maurits Cornelis Escher. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação da Universidade São Francisco. Itatiba, 2008.

BOYER, C.; MERZBACH, U. C. **História da Matemática**. Trad de Helena Castro. 3. ed. São Paulo: Blücher, 2012.

BONOMA, T. V. - Case Research in Marketing: Opportunities, Problems, and Process. **Journal of Marketing Research**, Vol XXII, May 1985.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Ensino de primeira à quarta série. Brasília: 1997.

_______. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Ensino de quinta a oitava séries. Brasília:1998. a.

_______. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Temas Transversais Pluralidade Cultural v.10.2, 52p. Brasília: 1998 b.

_______. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação- **Orientações curriculares para o Ensino Médio;** volume 2. Brasília, p.135.2006.

_______. Ministério da Educação. **Contribuições para implementação da Lei 10.639/2003.** Brasília, DF: Ministério da Educação, 2010. Disponível em:<http://www.acordacultura.org.br/sites/default/files/documentos/contribuicoes_para_implementacao_da_lei.pdf> Acesso em:16 jul. 2018.

_______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação a Distância. **Indagações sobre o currículo**. Conhecimento e Cultura, Tv Escola/ Salto Para O Futuro. Boletim 17. Setembro. 2007. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Ensfund/indag3.pdf.Acesso em: 26 de jul 2018.

______. Lei n.° 10630, de 9 de janeiro de 2003. Altera a Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Presidência da República. **Subchefia para Assuntos Jurídicos.** Brasília, DF: Casa Civil, 2003. <http://www.planalto.gov.br/CCivil_03/leis/2003/L10.639.htm>. Acesso em: 30 de jul 2018.

CAMPOMAR, M. C. Do Uso de "Estudo de Caso" em Pesquisas para dissertações e Teses em Administração. São Paulo: **Revista de Administração**, v. 26, n. 3, p 95-97, julho/setembro, 1991.

CANDAU, V. M. (Org.). **Multiculturalismo e educação**: questões, tendências e perspectivas em sociedade, educação e cultura (s): questões e propostas. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

CANEN, A.; OLIVEIRA, A. M. A. **Multiculturalismo e currículo em ação:** um estudo de caso. Revista Brasileira de Educação [online]. 2002 n.21, pp.61-74. 2002. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n21/n21a05.pdf>. Acesso em: 31 de jul 2018.

CARMO E.F.B.M **História Da África Nos Anos Inciais Do Ensino Fundamental**: Os Adinkras. 2016 – 192f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Reconcavo da Bahia, UFRB, Cachoeira,2016

CILIATO, F.L.G.; SARTORI, J. Pluralidade cultural: os desafios aos professores em frente da diversidade cultural. **Revista Monografias Ambientais -** REMOA v. 14, p. 65-78, 2015.

DANTE, L.R. **Matemática**: Contexto e Aplicações. Ensino Médio. São Paulo. Ática. 2010

D'AMBRÓSIO, U. A história da matemática: Questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. *In:* **Pesquisa em educação matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Ed. UNESP, 1999

D'AMBROSIO, U. O Programa Etnomatemática: uma síntese. **Acta Scientiae**. Canoas, v.10, n. 1, p. 7 – 16, jan./jun. 2008.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática e Educação. **Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v. 10, n. 1, p. 7-19, jan./jun. 2002.

DELAQUIS, E. N. M. **The Adinkra**: Re-Reading a Discourse with in a Discourse. 101f.Dissertação de Mestrado- The College of Fine Artsof Ohio University,Margaret Kennedy-Dygas Dean,2013.

DEVLIN, K. **O Gene da matemática**: o talento para lidar com os números e a evolução do pensamento matemático. Rio de Janeiro: Record, 2003.

ESCHER, M.C. **Gravuras e Desenhos**. São Paulo. Editora Taschen.1. ed. ano 2008.76 p.

FORQUIN, J.C. O currículo entre o relativismo e o universalismo. **Revista Educação e Sociedade**. Educ. Soc. v.21 n.73, Campinas, Dez, 2000

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**. Saberes necessários à prática educacional. Rio de janeiro: Paz e terra, 1996.

GONÇALVES, L. A. O. SILVA, P. B. G. **O jogo das diferenças**: o multiculturalismo e seus contextos. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

GROFF, P.V. PAGEL R. Multiculturalismo: Direitos das minorias na era da globalização **Revista USCS** – Direito – ano X - n. 16 – jan./jun. 2009.

GIOVANNI, J.R.; et al. **Desenho Geométrico**, v.3. São Paulo: FTD, 2002.

HOWARD, A.; CHRIS, R. **Álgebra Linear com Aplicações**. 8 ed. Porto Alegre: Bookman, 2012

KITCHENHAM, B. **Procedures for Performing SystematicReviews**. Tech. report TR/SE-0401, Keele University. 2004.

KOLMAN, B. **Introdução à Álgebra Linear com Aplicações**. Rio de Janeiro: LTC, 6 ed, 1998.

LAY, D. C. **Álgebra linear e suas aplicações**. Rio de Janeiro: 4.ed.LTC, 2013

LEAL, C. A., RÔCAS G., **Brincando em sala de aula:** uso de jogos cooperativos, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências, PROPEC, Campus Nilópolis http://www.ifrj.edu.br/webfm_send/5416, acessado em 27 julho de 2018.

LOPES, L.S.; ALVES, G.L.P.; FERREIRA, A.L.A. A Simetria nas Aulas de Matemática: uma proposta investigativa. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 40, n. 2, p. 549-550 572, abr./jun. 2015.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MCLAREN, **Multiculturalismo Crítico**. São Paulo: Cortez.1997

MARTINHO, M. **O infinito através da obra de M. C. Escher**: Uma experiência sobre as concepções acerca do infinito numa turma de Métodos Quantitativos. Tese de mestrado não publicada. Universidade do Minho. Braga, Portugal,1996.

MENDES, I. A. A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. In: MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N. **A História como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006, p.79-136

MESSIAS, M. A. V. F.; SÁ, P.F.; FONSECA, R. V. Um Estudo Diagnóstico Sobre As Dificuldades Em Matrizes. In: **Anais IX** Encontro Nacional De Educação Matemática (IXENEM), Belo Horizonte, Minas Gerais, 2007.

MONTEIRO, A.; POMPEU, G. J. **A Matemática e os Temas transversais.** São Paulo. Moderna, 2001.

MOREIRA, F. B. **Indagações sobre currículo:** currículo, conhecimento e cultura **/** Antônio Flávio Barbosa Moreira, Vera Maria Candau; organização do documento Jeanete Beauchamp, Sandra Denise Pagel, Aricélia Ribeiro do Nascimento. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2007.

MOREIRA, A. F.; CANDAU, V. M. (orgs.) **Multiculturalismo**: diferenças culturais e práticas pedagógicas. Petrópolis – RJ: Vozes, 2008

NASCIMENTO, E. L.; GÁ, L. C. (orgs). **Adinkra:** sabedoria em símbolos africanos. Rio de Janeiro: Pallas, 2009.

OLIVEIRA, L. O.; SILVA. F. A. Multiculturalismo: um desafio para o educador. Revista eletrônica- Documento Monumento, **REDM**, vol. 5, n. 1, novembro, 2011.

OLIVEIRA, D. P. A.; ROSA, M.; VIANNA, M. C. V. A diversidade cultural na sala de aula e a história da matemática. **Revista Plures Humanidades**. v. 14, n.1,p.103-124 .2013.

PASCAL, B. **Pensamentos** (Pensées). In: Milliet, Sérgio (trad. e org.) & Des Granges, Ch. M. (introdução e notas) Rio de Janeiro: Tecnoprint Gráfica S.A. 1966, p.1-324.

PAULA, S; ARAÚJO, M. A. A.; SILVA, J. C. Pesquisa Científica Baseada Em Uma Revisão Sistemática Da Literatura. **Revista de Educação, Ciências e Matemática** v.6, n.2, p.30-41. 2016.

PINATTI, A.L.; LORIN, J.H. Simetrias nas obras de Escher: uma possibilidade de ensino por meio da arte. **IX EPCT** – Encontro de Produção Científica e Tecnológica. EPCT, Campo Mourão, pesquisa de IC, outubro de 2014.

ROONEY, A. **A História da Matemática**: desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: M. Books do Brasil. 2012.

ROSA, M.; OREY, D. C. Tendências atuais da Etnomatemática como um programa: rumo à ação pedagógica. **Zetetiké**, v. 13, n. 23, 2005.

SAMPAIO, P. A. S. R. A matemática através da arte de M. C. Escher. **Millenium Viseu,** n. 42, p. 49-58, junho 2012.

SANCHES, M. H. F. **Efeitos de uma estratégia diferenciada dos conceitos de matrizes**. Dissertação (Mestrado em educação matemática) UNICAMP, São Paulo, 2002.

SANTOS, V. O que é e como fazer "revisão da literatura" na pesquisa teológica. (2012) **Revista Biblat bibliografia latino-americana.** Fides Reformata XVII,n. 1 p.89-104. 2012

SANTOS, L. F. Simetria na Arte, arte na simetria: uma discussão histórica e conceitual. **Encontro nacional de matemática**. ENEM. Minicurso, julho de 2016.

SAVIANI, D. Educação escolar, Currículo e Sociedade: O problema da Base Nacional Comum Curricular. **Revista de Educação Movimento**, ano 3 nº4, 2016.

SILVA, A. M. N.; PRIMÃO, J. C. M. P.; ALEXANDRE, I. J. Multiculturalismo e Educação: Desafios Para O Educador. **Revista Eventos Pedagógicos** v.3, n.2, p. 291 – 300 Mai - Jul. 2012

SILVA, A. C. **A manilha e o libambo**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira e Fundação Biblioteca Nacional, p. 198. Ago. 2002.

STEWART, I. **Uma história da simetria na matemática**. Tradução Claudio Carina. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

TORRES, C. A. **Democracia, educação e multiculturalismo**. Trad. Carlos Almeida Pereira. Petrópolis, RJ: Vozes, 2001.

TULL, D. S.; HAWKINS, D. I. **Marketing Research, Meaning, Measurement and Method.** Macmillan Publishing Co., Inc., London, 1976.

VIANA, E. G. B.; FERREIRA, G. P.; SIQUEIRA, A. S. A simetria matemática na simbologia Adinkra. **Almanaque Multidisciplinar De Pesquisa**. Unigranrio. ANO II, v. 1, n. 1 2015

WERNECK, V. R. Uma avaliação sobre a relação multiculturalismo e educação. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, v.16, n.60, p.413-436. 2008.

WILLIS, B W. **The Adinkra Dicionary**. A visual Primer onthelanguage of Adinkra. Washington, DC. p. 15 - 16 (tradução livre), 1998.

YUS, R.; trad. Ernani F. da Rosa. **Temas Transversais**: em busca de uma nova escola. Porto Alegre: Art Med, 1998

YIN, R. K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos / Robert K. Yin; trad. Cristhian Matheus Herrera - 5.ed. - Porto Alegre :Bookman, 2015.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Trad. Ernani F. da Rosa – Porto Alegre: ArtMed, 1998.